часть I

ФИЗИКА

ВСЕЛЕННАЯ

Перевод с английского
под редакцией
А. С. АХМАТОВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1973

530.1
Ф 50
УДК 530.10 (075.4)

АННОТАЦИЯ

Этой книгой издательство начинает второе издание американского курса физики для средней школы (первое издание вышло в 1965 г. в одной книге). В каждую часть курса в этом издании дополнительно включен перевод соответствующей части из «Методического руководства для преподавателей», содержащего разбор трудных мест курса. Курс состоит из четырех частей: I. «Вселенная», II. «Оптика и волны», III. «Механика», IV. «Электричество и строение атома». Часть II выйдет в этом году, части III и IV — в 1974 г.

Часть I «Вселенная» знакомит читателя с фундаментальными физическими понятиями (время, пространство и т. д.), с путями развития современной физики.

Книга явится полезным дополнением к существующим учебникам по физике. Она рассчитана на широкий круг читателей: учащихся средних школ, студентов техникумов, лиц, занимающихся самообразованием, и представляет большой интерес для преподавателей физики.

Ф $\frac{0231—1795}{042\ (02)\text{-}73}$ 102-73

ОГЛАВЛЕНИЕ *)

От редактора русского перевода 5
Из предисловия ко второму американскому изданию 9
Изучение физики по курсу Комитета 11

Глава 1. **Что такое физика?** 17,*271*
1.1. Орудия физики (19,*272*). **1.2.** Кто создает физику? (21,*272*).

Глава 2. **Время и его измерение** 22,*274*
2.1. Мы исходим из ощущений (22,*276*). **2.2.** Основные представления физики. Необходимость расширения возможностей наших органов чувств (23,*276*). **2.3.** Время и его протяженность (24,*276*). **2.4.** Малые промежутки времени. Метод многократных вспышек (26,*277*). **2.5.** Повторяющиеся движения. Стробоскоп (29,*277*). **2.6.** Сравнение времени. Единицы измерения (31,*279*). **2.7.** Большие и малые числа. Порядки величин (33,*281*). **2.8.** О направлении времени (38,*282*).
Домашние, классные и лабораторные задания 39,*283*

Глава 3. **Пространство и его измерение** 42,*287*
3.1. Единица расстояния (43,*288*). **3.2.** Измерение больших расстояний. Триангуляция (44,*290*). **3.3.** Малые расстояния (51,*291*). **3.4.** Измерения пространства (54,*292*). **3.5.** Измерение площадей и объемов (56,*293*). **3.6.** Об ограничениях при измерении (58,*294*). **3.7.** Достоверные цифры (60,*294*).
Домашние, классные и лабораторные задания 63,*296*

Глава 4. **Функции и масштаб** 66,*302*
4.1. Прямая пропорциональность (67,*303*). **4.2.** Степенные законы и подобные фигуры (68,*305*). **4.3.** Закон обратных квадратов (72,*306*). **4.4.** Интерполяция и экстраполяция (76,*307*). **4.5.** Масштаб. Физика Лилипутии (77,*308*).
Домашние, классные и лабораторные задания 83,*311*

Глава 5. **Прямолинейное движение** 86,*319*
5.1. Положение и перемещение вдоль линии (86,*321*). **5.2.** Скорость (88,*322*). **5.3.** Переменная скорость (92,*322*). **5.4.** Анализ графика зависимости положения от времени (95,*325*). **5.5.** Наклон (98,*325*). **5.6.** Мгновенная скорость. Наклон касательной (101,*325*). **5.7.** Ускорение (106,*330*). **5.8.** Основные соотношения для движения с постоянным ускорением (109,*331*). **5.9.** Краткое содержание главы (112).
Домашние, классные и лабораторные задания 113,*333*

*) Курсивом указаны страницы соответствующих разделов Методического руководства. (*Прим. ред.*)

Глава 6. **Движение в пространстве** 118,*341*
6.1. Положение и перемещение (118,*342*). **6.2.** Сложение и вычитание перемещений (120,*342*). **6.3.** Умножение векторов на числа и на скаляры (124,*342*). **6.4.** Векторы скорости в пространстве (125,*345*). **6.5.** Компоненты векторов (127,*346*). **6.6.** Изменение скорости и вектор постоянного ускорения (130,*349*). **6.7.** Изменение ускорения (135,*352*). **6.8.** Описание движения. Системы отсчета (139,*356*). **6.9.** Кинематика и динамика (141,*357*). **6.10.** Скорость света (143,*357*).
Домашние, классные и лабораторные задания 144,*358*

Глава 7. **Масса и элементы** 146,*364*
7.1. Материя и ее мера (146,*365*). **7.2.** Масса на весах (147,*365*). **7.3.** Понятие массы и веса (151,*365*). **7.4.** Косвенное измерение массы. Плотность (152,*365*). **7.5.** Сохранение массы и сохранение материи (157,*365*). **7.6.** Химический анализ и синтез (158,*368*). **7.7.** Элементы (160,*368*). **7.8.** Анализ спектра (162,*368*).
Домашние, классные и лабораторные задания 169,*370*

Глава 8. **Атомы и молекулы** 173,*376*
8.1. Видимые атомы (173,*378*). **8.2.** Дополнительные доказательства существования атомов (176,*378*). **8.3.** Подсчет атомных частиц (178,*378*). **8.4.** Число атомов невообразимо велико (184,*378*). **8.5.** Законы химического состава (185,*380*). **8.6.** Задача определения молекулярных формул (189,*380*). **8.7.** Число частиц в газах (189,*380*). **8.8.** Определение молекулярной формулы (192,*380*). **8.9.** Закон объемных отношений (195,*380*). **8.10.** Массы атомов и молекул (197,*380*). **8.11.** Понятие моля и число Авогадро (200,*380*). **8.12.** Внутренняя структура материи (201,*380*). **8.13.** Молекулы и твердые тела (202,*382*). **8.14.** Кристаллы. Физика твердого состояния (203,*382*). **8.15.** Геометрия кристаллов (205,*382*). **8.16.** Порядок и беспорядок (209,*382*). **8.17.** Заключение (211,*382*). Очерк (212).
Домашние, классные и лабораторные задания 217,*384*

Глава 9. **Природа газа** 221,*391*
9.1. Физические модели (222,*392*). **9.2.** Молекулярная модель газа (223,*392*). **9.3.** Закон Бойля — Мариотта (226,*394*). **9.4.** Температура и газовые термометры (231,*394*). **9.5.** Температура и модель газа (233,*394*). **9.6.** Броуновское движение и шумы (237,*397*). **9.7.** Газы без стенок (241,*397*).
Домашние, классные и лабораторные задания 243,*398*

Глава 10. **Измерение** 246,*404*
10.1. Выбор — элемент измерения (246,*405*). **10.2.** Регистрация и усиление (248,*407*). **10.3.** Сигналы и помехи (249,*407*). **10.4.** Черные ящики и градуировка (250,*408*). **10.5.** Взаимодействие (252,*409*). **10.6.** Свет (253,*409*).
Домашние, классные и лабораторные задания 253,*409*

Лабораторные работы 254,*410*
I.1. Малые промежутки времени (254,*411*). **I.2.** Большие расстояния (257,*413*). **I.3.** Малые расстояния (259,*413*). **I.4.** Анализ опыта (260,*414*). **I.5.** Движение. Скорость и ускорение (263,*417*). **I.6.** Молекулярные слои (264,*419*). **I.7.** Естественная температурная шкала (265,*421*).

Методическое руководство 267

Приложения 423

ОТ РЕДАКТОРА РУССКОГО ПЕРЕВОДА

Около 15 лет назад в США среди педагогов средней и высшей школы сложилось убеждение в необходимости разработки и издания нового учебника и учебных пособий по физике для средней школы, в большей мере отражающих успехи развития современной физики, ее новые идеи и приложения.

При Массачусетском технологическом институте в инициативном порядке был сформирован «Комитет содействия изучению физики» (Physical Science Study Committee, сокращенно PSSC). Под руководством этого Комитета очень большая группа ведущих физиков-педагогов разработала и издала новый учебник, руководство к лабораторным работам, четыре книги методического руководства для преподавателей (соответственно четырем частям учебника) и некоторые другие учебные пособия.

Курс физики Комитета получил широкую известность и был переведен на все европейские языки. Редакционный Совет получил со времени выхода учебника очень большое количество критических откликов и предложений из многочисленных колледжей и университетов США и всего мира. На этой основе курс пересматривался и переиздавался. Учебный материал был отчасти перераспределен, некоторая его часть исключена, другая введена вновь. Все эти изменения не имели, однако, принципиального характера. В основе работы по переизданию учебника остались те же руководящие идеи и та же общая схема вспомогательных пособий к нему.

В последнее время в США учебник Комитета подвергается критике, некоторые говорят о его «неудаче». Одним из поводов к этому послужило то, что его появление привело к небольшому снижению числа школьников, изучающих физику (физика — не обязательный предмет в американских школах). Вряд ли, однако, введение учебника, более широкого по объему и глубокого по содержанию, могло привести к другому результату в социальных условиях США, где

*многие рассматривают физику как предмет трудный, ненужный и к тому же официально необязательный. В связи с этим научно-исследовательский центр Гарвардского университета недавно издал свой учебник по физике для средней школы. Эта книга написана в более традиционном плане с преувеличенной историографией физики, адресована молодежи, обладающей «высокими академическими способностями», и составлена на манер сборника независимых друг от друга рассказов, т. е. так, что любую главу можно читать независимо от других *).*

*Нам представляется, что критика учебника Комитета не убедительна. Об этом говорит и тот факт, что в настоящее время 50% американских школьников, изучающих физику, прямо или косвенно пользуются этим учебником. В таком фундаментальном пятитомном университетском курсе физики, как Берклеевский курс физики **), учебник Комитета рекомендован как начальная основа изучения физики. Богатый материал учебника и сопутствующих ему пособий используется во многих средних школах других государств. Таким образом, следует считать, что создание Комитетом содействия изучению физики при Массачусетском институте современного учебника по физике с группой пособий к нему — прогрессивное явление в американской средней школе.*

Этот учебник интересен во многих отношениях — по его замыслам, методике, подбору материала, манере изложения. Авторы излагают основы классической физики и одновременно стремятся дать возможно больше сведений об успехах современной физики. Они ничем не стесняют себя в выборе материала, черпая его как в самой физике, так и в смежных областях теоретического и прикладного знания.

Конечно, учебник не свободен от ряда недостатков и не пригоден для введения его в советской средней школе по его методологической основе, недостаточности используемого математического аппарата и многим другим признакам. Тем не менее по богатству материала, оригинальности многих замыслов и по мастерству изложения ряда вопросов книга заслуживает большого внимания со стороны наших педагогов и учащихся. Именно эти соображения послужили основанием для перевода на русский язык первого издания учеб-

---

*) *Состоянию дела преподавания физики в средних школах США посвящена книга В. Г. Разумовского «Физика в средней школе США», «Педагогика», 1973.*

**) *См. русский перевод: Берклеевский курс физики, т. 1, Механика, «Наука», 1971, стр. 19.*

ника). Тираж этого издания (57 000) разошелся в исключительно короткий срок и, насколько мне известно, вызвал интерес у многих работников нашей средней и высшей школы и даже за пределами этой сферы. Поэтому был сделан перевод на русский язык второго американского издания учебника и руководства к лабораторным работам со всеми внесенными в них изменениями, а также были переведены не переводившиеся ранее четыре книги методического руководства для преподавателей.*

Объем перевода сильно возрос и было решено издать курс в четырех книгах (частях):

I часть (общая) — Вселенная (гл. 1—10),

II часть — Оптика и волны (гл. 11—18),

III часть — Механика (гл. 19—25),

IV часть — Электричество и строение атома (гл. 26—34).

*Новые материалы, введенные в учебник, преимущественно сосредоточены в IV части, особенно нуждавшейся в корректировке и дополнениях. Эти материалы по их содержанию кратко охарактеризованы ниже **).*

Что касается методического руководства для преподавателей, то они составлены педагогами на основе использования учебника на практике в школах, находятся в точном соответствии с материалом учебника и содержат детальные методические рекомендации учителям. Они содержат рассмотрение всех трудных для восприятия «скользких» мест курса, различных вариантов подхода к их объяснениям, разбор решений предлагаемых в учебнике задач и многие другие методические замечания на основе личного опыта авторов руководства.

Первая часть курса, находящаяся перед читателем, — «Вселенная» — представляет собой обширное введение в физику. Главное его содержание сводится к изложению основ кинематики с элементами векторного анализа (гл. 5 и 6) и основ атомно-молекулярной теории строения материи с элементами кинетической теории газов (гл. 7—9).

После определения физики как науки и ее связи с другими естественными науками и техникой (гл. 1) рассматриваются фундаментальные понятия и методы измерений времени, пространства (гл. 2 и 3) и материи (гл. 7). В гл. 4 даются начальные представления о математических соотношениях, функциональных зависимо-

**) Физика, перевод с англ., под ред. А. С. Ахматова, «Наука», 1965.*

***) См. «Из предисловия ко второму американскому изданию» на стр. 11.*

стях и значении масштабного фактора в физике. В последней 10-й главе и отчасти в 3-й с общей принципиальной и практической точек зрения рассматриваются основные вопросы измерений. Здесь даны первые представления о возможных ошибках при измерениях, в частности о взаимодействии средства измерения с измеряемым объектом, о приближенных вычислениях, о регистрации измерений и некоторых современных средствах измерений.

Перевод первой части курса сделан М. М. Кусаковым.

А. С. Ахматов

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ КО ВТОРОМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

Подготовка второго издания «Физики» Комитета содействия изучению физики была осуществлена на основании опыта, накопленного в течение пяти лет после выхода в свет первого издания *). За это время 6 000 преподавателей использовали этот курс для обучения 640 000 учащихся. Мы очень обязаны многим из этих преподавателей и некоторым их ученикам, информировавшим нас о своих успехах и неудачах по каналам «обратной связи», поддерживаемым для этой цели. Мы признательны также многочисленным коллегам из колледжей и университетов всего мира за ту помощь, которую они оказали нам своей детальной критикой отдельных глав и разделов. За этот период специальная комиссия Комитета содействия изучению физики провела большую работу по пересмотру имеющихся материалов, а также по разработке и подготовке новых материалов для их опытной проверки в школах. Этот опытный материал был, в частности, использован при подготовке второго издания.

Наибольшей переработке подверглась гл. 31 (Электромагнитная индукция и электромагнитные волны) для того, чтобы более строго были изложены некоторые теоретические положения. Эти изменения повлекли за собой некоторые перестановки и добавления в гл. 30 (Магнитное поле).

Изменения в расположении материала в гл. 5 и 6, посвященных кинематике и учению о векторах, также были сделаны с целью более ясного изложения этого материала.

Было произведено некоторое сокращение текста, где это могло быть сделано без ущерба для логичности и последовательности изложения курса. Гл. 7 и 8 были перестроены с целью придать им более простую форму, а разделы, посвященные молекулам и химическим структурам, были изложены заново. Разделы, в которых шла речь об оптических приборах, исключены из учебника. Гл. 29 первого издания была разделена на две: гл. 28 (Энергия и движение зарядов в электрических полях) и гл. 29 (Электрические цепи) для того, чтобы подчеркнуть важность излагаемого материала о цепях. Несколько других разделов курса были перестроены или переработаны с целью более ясного изложения тех мест учебника, на которые указывали полученные нами критические замечания.

*) См. «Предисловие к американскому изданию», Физика, перевод с англ., под ред. А. С. Ахматова, «Наука», 1965. (*Прим. ред.*)

Задачи были основательно переработаны и улучшены как в смысле содержания, так и в отношении более полного охвата всего материала. Был включен совершенно новый тип задач на «обратную связь» с преподавателями. Эти задачи, отмеченные звездочкой и указанием номера раздела, требуют лишь краткого ответа, который должен показать учащемуся, понял он или не понял основные положения этого раздела. Ответы к ним приведены в конце каждой главы методического руководства. Для того чтобы решить эти задачи, нужно не просто «нажать кнопку и получить ответ». Для этого требуется тщательно проштудировать какую-то вполне определенную, но ограниченную часть материала, изложенного в учебнике. Преподаватели, имевшие опыт в работе с такими задачами, единодушно и весьма положительно отзывались об их высоком уровне и большой пользе.

При переработке учебника было улучшено качество и выразительность как фотографий, так и чертежей.

Продолжая хорошую традицию нашего курса, мы усилили взаимосвязь между текстом и лабораторными работами и добавили несколько важных новых опытов, выполняемых в лабораториях. Для того чтобы не перегружать учебную лабораторию вновь добавленными работами, часть опытов из тех, которые были описаны в первом издании, либо совсем исключены, либо рекомендованы для демонстрации в аудитории.

При переработке мы исходили из желания сохранить дух и содержание первоначального курса, изменяя его главным образом с целью сделать изложение более новым и обоснованным.

ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИКИ ПО КУРСУ КОМИТЕТА *)

За последние пятьдесят лет темпы развития физики и смежных с ней наук непрерывно возрастают. Несмотря на такой прогресс, очень мало внимания уделялось пересмотру методов преподавания начального курса, содержащего изложение основных понятий в свете современных представлений. Этого можно было бы достигнуть, в особенности для учащихся, не собирающихся в дальнейшем специализироваться в области физики, простой модернизацией структуры существующих курсов и разрозненным собранием новых идей, дающих представление о природе и роли физики в современном окружающем нас мире.

Авторы курса Комитета пытаются решить эту задачу на уровне вводного курса, воспроизводя схематическую структуру современной физики и показывая, каким образом физические знания, почерпнутые из опыта, превращаются в физическую теорию и, в свою очередь, как теория направляет и освещает эксперимент. Курс представлен не как статическое собрание физических идей, а в виде обобщенной картины современной физики — моделирующей интеллектуальную деятельность человека со всеми ее ошибками и целеустремленностью.

Курс Комитета построен таким образом, чтобы его содержание не просто «покрывало» всю физику, а соответствовало бы переработанной структуре всей области физической науки. Объем материала в курсе Комитета не столь велик, как в некоторых других курсах, но зато тот материал, который включен в курс, разработан более полно. Характер изложения курса таков, что основная идея всегда повторяется, но при этом каждый раз захватывается и новый материал и все изложенное синтезируется на более высоком уровне. При таком способе изложения учащийся приходит к теории, обобщая выводы из наблюденных явлений и приходя к важным формулировкам на основании знакомства с какими-то иллюстрациями или примерами. Многочисленные анализы опытов, описанных в тексте, а также тщательно продуманная лабораторная работа выявляют значение физических законов и теорий, а также способствуют пониманию их формулировок.

*) Печатается с сокращением. (*Прим. ред.*)

Такой подход к курсу физики средней школы был реализован авторами, убежденными в его пригодности как для учащихся, которые намерены продолжать изучение физики и других предметов, так и для тех учащихся, которые в дальнейшем не будут соприкасаться с физикой. Те преподаватели, которые уже работали с курсом Комитета, совершенно убеждены в том, что именно такой подход к преподаванию физики в средней школе является наиболее эффективным. Курс изложен просто, что соответствует требованиям, предъявляемым к образованию в наше время.

Введение нового курса. Среди многих деталей, о которых следует думать, начиная работу с новым курсом, иногда можно забыть о важности помощи учащимся со стороны родителей и преподавателей по другим предметам, а также о самих учащихся, которые должны представлять себе характер предстоящей им работы.

Многие преподаватели считали целесообразным в начале занятий приглашать родителей учащихся на внешкольное собрание для обсуждения цели и характера нового курса. Помимо обсуждения общих вопросов, на таких собраниях демонстрировались тщательно отобранные опыты или шел разговор о роли лабораторных работ.

Приступая к занятиям с учащимися, преподаватель, вероятно, не имеет другой возможности, кроме как «засучить рукава» и набраться терпения. Длинный разговор о том, что ожидает учащихся и каков характер курса, пройдет «как с гуся вода».

Разумеется, для некоторых учащихся курс и материалы, использованные в нем, будут казаться совершенно не такими, какими они ожидали их увидеть. Те учащиеся, которые были приучены к «возвышенному» отношению к науке, могут быть даже несколько шокированы. Ясное понимание преподавателем той или иной реакции со стороны учащихся и его умение тут же найти выход из положения имеют важное значение. Возможно, что работа с некоторыми учениками окажется трудной и преподавателю придется затрачивать усилия не столько на накопление учащимися знаний каких-то фактов, сколько на развитие навыков самостоятельной работы. В этом поможет работа учащихся в лаборатории.

Работа с текстом Учебника. Когда учащийся читает или учит текст и следит больше за развитием мысли, чем за окончательными выводами, текст Учебника является очень эффективным средством обучения. Для хорошего ученика переход от конкретных фактов к абстрактной идее во многих случаях может быть осуществлен без дополнительных разъяснений преподавателя. Следует бороться против того, чтобы учащиеся бегло проглядывали текст или перепрыгивали с одного места на другое, рассчитывая на то, что преподаватель повторит в классе весь материал. Когда ваши ученики приходят в класс, уже изучив текст по наиболее существенным вопросам, и им остается разобраться лишь в каких-то деталях, преподаватель должен быть готов к беседе с учащимися. При этом он попадает в положение, при котором он должен тратить большее время на

достижение понимания учащимися этих деталей, чем на достижение систематического усвоения и понимания учащимися самого предмета.

Использование домашних, классных и лабораторных заданий. Если ваши ученики будут использовать текст ДКЛ Учебника указанным выше способом, то вы сможете довольно значительную долю классного времени отвести на анализ задач. Это поможет вам выяснить недоразумения, подытожить соответствующие идеи и более широко показать их применимость.

Вообще говоря, разделы ДКЛ Учебника, посвященные домашним, классным и лабораторным заданиям, содержат задач гораздо больше, чем может использовать преподаватель в классе. Для того чтобы помочь в выборе задач, во многих случаях в Руководстве указывается, какие именно задачи являются наиболее поучительными.

Особое внимание было обращено на тот порядок, в котором расположенызадачи в разделах ДКЛ. Как правило, порядок расположения задач соответствует логическому развитию мысли в данной главе, но иногда легкие задачи помещены раньше их «логического» места с тем, чтобы содержание этих задач помогло приблизиться к каким-то новым идеям. Иногда случается и так, что задачи, относящиеся к каким-то разделам курса, которые уже пройдены, помещены в самом конце раздела ДКЛ. Одна из причин, побудивших к такому расположению задач, состоит в том, что зачастую задачи носят комплексный характер и поэтому хотя бы даже слабое знакомство с новыми идеями может оказаться очень полезным. Иногда это объясняется тем, что сама задача очень удобна для того, чтобы как-то обобщить материал всей главы. Задачи, отмеченные звездочкой, связаны с тем разделом, который указан в конце условия задачи, а ответы к ним следует искать в самом тексте Учебника.

Каждая задача предназначена для того, чтобы помочь изучению материала данного раздела, и должна закрепить знания, приобретенные учащимися перед тем, как двигаться дальше и переходить к новому материалу.

При решении задач очень часто возникают два вопроса: оценка достоверных цифр и размерности при решении задач.

Достоверные цифры обсуждаются в гл. 3 части I. Авторы текста Учебника и Руководства отдают себе отчет в том, что даже особый акцент на этом материале при классных занятиях еще не гарантирует его усвоение учащимися. Основная цель при изложении этого материала должна состоять в том, чтобы показать учащимся, что, например, если тело обладает массой 7,5 г и объемом 3,3 $см^3$, то, разумеется, значение его плотности будет 2,3 $г/см^3$. Не имеет никакого смысла продолжать деление дальше и считать, что плотность равна 2,2727 $г/см^3$. Если эта идея будет усвоена учащимися, то это все, что требуется. Естественно, что в таком, по существу, вводном курсе теория ошибок не может излагаться. От учащихся не нужно требовать совершенно точных чисел, так же как и не следует

давать готовых рецептов по определению достоверных цифр. Преподаватель должен стремиться к тому, чтобы учащиеся умели отличать главное от второстепенного. Используйте материалы по достоверным цифрам только для той цели, для которой он предназначен, т. е. для помощи учащимся в определении разумного числа цифр при том или ином арифметическом вычислении.

В решениях задач, приведенных в разделах ДКЛ Руководства, авторы стремились последовательно придерживаться практики достоверных цифр. Если в условии задачи содержится какое-то утверждение, например, что масса тела равна 3 г, то предполагается, что это точное число, а не число, полученное в результате измерения, точность которого ограничивается одной достоверной цифрой.

В процессе работы над задачами может возникать много вопросов, связанных с анализом размерностей.

Допустим, например, что мы хотим узнать число атомов в 1 см^3 вещества. При этом приводятся следующие данные:

N — число Авогадро $= 6{,}0 \cdot 10^{23}$ атом/моль;

A — атомная масса $= 200$ г/моль;

D — плотность $= 20$ г/см^3.

Задача могла бы считаться решенной, если бы было написано, что

$$n = \frac{ND}{A} = \frac{(6{,}0 \cdot 10^{23}) \cdot 20}{200} = 6 \cdot 10^{22} \text{ атом/см}^3.$$

Однако многие преподаватели предпочитают другой способ записи решения:

$$n = \frac{ND}{A} = \frac{(6{,}0 \cdot 10^{23} \text{ атом/моль}) \cdot 20 \text{ г/см}^3}{200 \text{ г/моль}} = 6 \cdot 10^{22} \text{ атом/см}^3.$$

Последний способ, конечно, более строгий. Кроме того, если учащийся не будет обращать внимания на размерности, он очень легко забудет, что в числителе и в знаменателе должны стоять именованные числа. Проверка размерностей очень важна и часто может быть полезной на начальной стадии изучения новых соотношений. Следует стремиться к тому, чтобы каждый учащийся хорошо усвоил размерности и в случае, когда это необходимо, мог бы воспользоваться этим методом. Однако авторы ясно ощущают, что указать учащемуся на возможные неприятные последствия сокращенного способа записи нужно именно в тот момент, когда такой способ записи может привести к ошибочному результату. Если, например, решая ту же задачу, ученик напишет

$$n = \frac{ND}{A} = \frac{(6{,}0 \cdot 10^{23}) \cdot 200}{20} = 6{,}0 \cdot 10^{24} \text{ атом/см}^3,$$

то как раз именно в это время нужно указать ему на его ошибку и исправить ее. Следует, однако, иметь в виду, что неизменная настойчивость в том, чтобы учащиеся подробно выписывали все размерности даже тогда, когда они ясно представляют себе, что они делают, может привести к понижению интереса, часто возникающего при использовании новых приемов решения количественных задач.

Работа в лаборатории. Лаборатория является очень важным и ценным компонентом курса Комитета. Работа учащихся в лаборатории служит одним из основных факторов, определяющих успех изучения курса. По некоторым разделам курса лаборатория должна играть основную роль. О роли лаборатории в курсе Комитета и общие указания о выполнении лабораторных работ см. в разделе «Лабораторные работы» (ЛР) Руководства.

План курса. Ввиду того, что и текст Учебника, и лабораторные работы побуждают к возникновению вопросов, а также ввиду того, что главная мысль курса выражена в фундаментальных идеях, объединяющих вместе широкую область физических явлений в одну обобщенную картину,— в курсе встречается много соблазнов как для учащихся, так и для преподавателей выйти и по глубине, и по широте за пределы излагаемого материала.

Если преподаватель разделяет желание авторов выразить широту и величие физических идей, то ему захочется спланировать курс таким образом, чтобы получить возможность потратить достаточное время на последние главы части IV, и показать, как эти идеи проникают в область, изучающую строение атома. Несмотря на соблазнительность «свободного» изучения курса, постоянное расширение излагаемого материала будет приводить к неизбежным жертвам в конце курса. Преподаватель должен найти пути сохранения характера и смысла задаваемых вопросов и не должен реагировать на каждую просьбу отклониться в сторону. Одна из целей Руководства и заключается в том, чтобы как можно более ясно разобрать эти вопросы преимущественно в интересах молодых преподавателей.

При планировании и преподавании курса Комитета бóльшая часть исправлений, которые могут быть сделаны при составлении специального плана, должна осуществляться за счет изменения глубины проработки. Это объясняется тем, что материал курса был отобран и подобран таким образом, чтобы в результате у учащихся оставалось полное представление обо всей картине в целом. Если бы материал курса состоял из нескольких слабо связанных между собой частей, распределенных по неделям, то было бы легко отобрать нужное число недель и получить соответствующий частный план. Однако дело обстоит не так. Весь текст предыдущего материала курса тщательно «пронизан» новыми идеями. Такая непрерывность составляет одну из важнейших педагогических особенностей построения курса; это означает, однако, что понимание последующих частей должно неизбежно носить лишь поверхностный характер, если предшествующие разделы усвоены недостаточно глубоко. Таким образом, для преподавателя, которому нужно перестроить курс и изложить его в более короткий срок, время может быть сэкономлено (с одним или двумя исключениями) только за счет глубины проработки некоторых тем.

Для того чтобы помочь преподавателю, авторы Руководства берут на себя смелость рекомендовать очень подробный план. Указания по плану сделаны в надежде на то, что они будут полезны в

качестве общих руководящих соображений. Чтобы воспользоваться этим планом, нужно исходить из определенных предположений о времени, которое может быть отведено на классные занятия. Это время можно варьировать примерно в следующих пределах: от 5 часов в неделю в течение 36-недельного (годичного) курса до 7 часов в неделю на протяжении 54-недельного (полуторагодичного) курса. Ниже в таблице приведены эти два основных варианта плана*):

Рекомендуемый план курса

Основные разделы	Текст, относящийся к этим разделам	Число часов по 36-недельному плану	Число часов по 54-недельному плану
Время, Пространство, Функции	Часть I, Главы 1—4	13	16
Кинематика	Часть I, Главы 5—6	16	17
Материя	Часть I, Главы 7—10	6	16
Всего	Часть I	35	49
Геометрическая оптика	Часть II, Главы 11—14	20	29
Волны	Часть II, Главы 15—18	19	31
Всего	Часть II	39	60
Движение и тяготение	Часть III, Главы 19—21	19	29
Импульс	Часть III, Глава 22	10	12
Энергия	Часть III, Главы 23—25	16	28
Всего	Часть III	45	69
Электричество и магнетизм	Часть IV, Главы 26—31	30	49
Строение атома	Часть IV, Главы 32—34	18	26
Всего	Часть IV	48	75

Преподаватели, работающие первый год, в особенности будут стремиться настолько близко следовать рекомендуемому плану, насколько это будет соответствовать их собственному и учащихся чувству удовлетворения быстротой усвоения и глубиной понимания. Многие же преподаватели, уже работавшие с этим курсом, ясно осознали, что эти факторы меняются в широких пределах от класса к классу и с успехом могут регулироваться самим преподавателем.

*) В СССР школьники изучают физику в течение 5 лет (с 6-го по 10-й класс), что в общей сложности занимает 560 учебных часов (70+70+105+140++175). (*Прим. ред.*)

ГЛАВА 1

ЧТО ТАКОЕ ФИЗИКА?

Когда в темноте вспыхивает ослепительная молния и в репродукторе радиоприемника раздается треск, ваши глаза несколько мгновений ничего не видят. Несколько секунд спустя вы слышите раскаты грома и дребезжание оконных стекол. При этом в штормовом локационном центре радиолокатор точно фиксирует вспышку молнии; метеоролог же, услышавший отдаленные раскаты грома, спохватывается, что он запоздал с предсказанием начала грозы.

Здесь мы имеем цепь различных событий, происходящих в разных местах и в разное время. Все они, однако, связаны между собой. Каким именно образом связаны между собой эти события? Что видят наши глаза, что слышат наши уши, что передается по радио и что же в действительности происходит в самой атмосфере?

Рассмотрим теперь другую цепь событий. В контрольной лаборатории сталелитейного завода мы можем увидеть, как растягивают тонкий стержень из нового сплава, захватив его концы зажимами испытательной машины размером с дом, которая приводится в движение быстро вращающимся электромотором размером не более футбольного мяча. Твердый брусок медленно растягивается на подобие тянучки, а затем разрывается с резким звуком. Как все это происходит? Почему стержень разорвался не сразу? Почему он в конце концов все-таки разорвался? И почему, кстати, сталь прочнее, чем стекло? Почему сталь тяжелее алюминия? Почему сталь ржавеет?

Когда-то панически боялись «болезни Солнца», т. е. момента затмения, когда Солнце исчезало и Земля погружалась во тьму. Потом люди узнали, как движется Луна, и научились предсказывать затмение лучше, чем погоду на завтра. Луна обращалась вокруг нашей планеты задолго до того, как на Земле появились первые динозавры. Человек создал спутник, который в течение долгого времени может обращаться вокруг земного шара без пропеллера, без реактивного двигателя или крыльев, наподобие крошечной искусственной луны. Как движется такой спутник? Каким образом можно его создать?

Физика дает возможность ответить на все эти вопросы. Она позволяет предсказывать и строить новое, понимать и проникать в неизвестное. Из того, что мы узнаем в физике, формируются новые представления, воспроизводятся новые явления. И когда физика дает новые ответы, всегда возникают и новые вопросы. Многие

из этих вопросов никогда бы не возникли, если бы их не поставила сама физика.

До Галилея не существовало астрономических телескопов. После того как Галилей соединил вместе две линзы, создав таким образом телескоп, и открыл четыре спутника, обращающихся вокруг Юпитера, было спроектировано и создано много более совершенных телескопов. С их помощью были открыты новые небесные тела — многочисленные маленькие планеты, называемые астероидами, движущиеся между орбитами Юпитера и Марса. В связи с этим возникли новые вопросы. Как можно объяснить сложные движения таких спутников и астероидов? Ответы на подобные вопросы дает специальная математическая отрасль физики, называемая *механикой*. В начале восемнадцатого века эта наука достигла больших успехов в изучении движения тел, находящихся под действием многих сил. Новые достижения в области механики привели к успехам в проектировании механизмов. Таким образом, мы видим, что без телескопа и механика развивалась бы значительно медленней.

Сравнительно недавно, около 50 лет назад, успехи, достигнутые в изучении атома, позволили создать более совершенные воздушные насосы. С этими новыми насосами легко достигается хороший вакуум, а при помощи хорошего вакуума стало возможным экспериментальное изучение природы электронов и атомов, которое раньше было неосуществимым. Возможность достижения высокого вакуума и изучение его свойств привели к разнообразным практическим достижениям, таким, как создание радиоламп и телевизионных трубок, приготовление сгущенного апельсинового сока и получение атомной энергии. Исследования в области атомной физики внесли ясность в основы химии и позволили понять, почему в одних случаях два атома удерживаются вместе, а в других разлетаются врозь.

Так разрастается физика, напоминающая грандиозное здание в процессе его постройки, а не завершенное сооружение, которое нам остается только осмотреть с экскурсоводом. Несмотря на то, что некоторые части этого сооружения уже полностью закончены и отделаны и вы ими восхищаетесь и даже пользуетесь, другие готовы еще только наполовину. А есть и такие, которые лишь едва намечены. Новые части этого сооружения будут начаты и закончены людьми вашего поколения, возможно, даже вами самими или вашими сверстниками. Иногда какая-то, уже законченная часть этого сооружения оказывается ненадежной или недостаточно просторной для новых открытий, тогда ее оставляют или даже перестраивают заново. Мы все же можем считать, что основные части нашего сооружения размещены правильно и покоятся на достаточно солидном фундаменте. Они остаются неизменными, хотя над ними кое-что изменяется и перестраивается. Цель настоящего курса и состоит в том, чтобы показать вам план нашего сооружения, рассказать о том, что уже создано его строителями, ознакомить с некоторыми частями, которые в настоящее время еще только строятся, и, наконец, упомянуть о ряде еще незавершенных замыслов зодчих.

1.1. Орудия физики

Физика нуждается в самых разнообразных орудиях исследования. Как и в любой деятельности человека, основным орудием физика является его разум. Далее, он нуждается в специальном языке для того, чтобы уяснить самому себе и объяснить другим, что он думает, что он сделал и что он еще хочет сделать. Математика, которая позволяет думать на особом, исключительно ясном и гибком международном языке формул и величин, также представляет

Рис. 1.1. В 1896 г. французский физико-химик Анри Беккерель открыл радиоактивность, подвергнув фотопластинку действию урановой соли. Фотопластинка была завернута в черную бумагу, а кристаллы ацетата урана лежали сверху.

Рис. 1.2 После проявления на пластинке появилось изображение, подобное показанному здесь; оно могло получиться только в результате действия какого-то невидимого проникающего излучения, испускаемого солью, так как свет не мог воздействовать на фотопластинку. Этот опыт является примером того, как, пользуясь простыми средствами, можно получить очень важные результаты.

собой важное орудие физика; и столь же важны его собственные глаза, уши и руки. Все это физик использует в качестве средств для получения информации о событиях, происходящих в мире, которые он пытается понять и которыми он стремится управлять. Затем, для того чтобы помочь своим органам чувств, а также для создания специальных условий, которые он хотел бы изучить, физик должен привлечь богатейшую совокупность других орудий исследования, приборов, машин и, наконец, свою изобретательность.

Иногда орудия физических исследований могут быть очень простыми. В 1896 г. Анри Беккерель открыл необычные радиоактивные свойства урана и начал разрабатывать новую область, получившую название *ядерной физики*, не располагая ничем, кроме фотографической пластинки, завернутой в черную бумагу, и нескольких кристалликов особой химической соли (рис. 1.1, 1.2). В 1934 г. в Риме Ферми с сотрудниками открыл реакцию на медленных нейтронах, составляющую основу атомной энергетики. Для этого им понадобился лишь больничный запас радия, мраморный бассейн с водой, несколько кусочков серебра и кадмия и, наконец, прибор, изготовленный из небольших кусочков тонкого металлического листа, смонтированных на столике обычного микроскопа. Продолжая

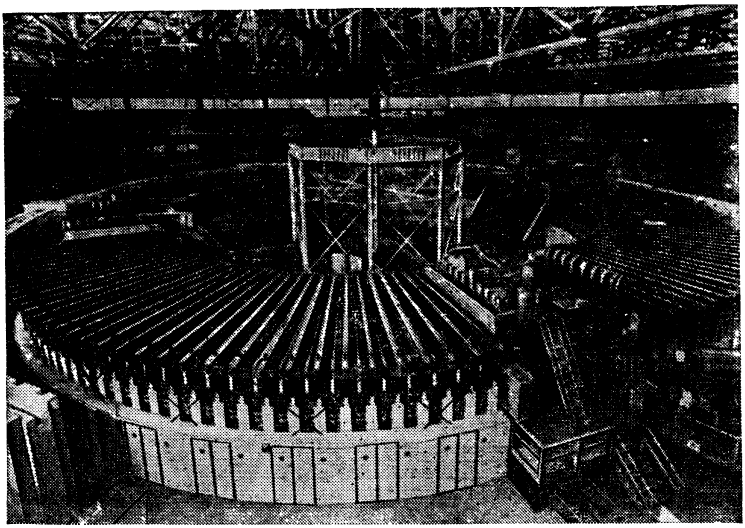


Рис. 1 3 Бэватрон радиационной лаборатории Лоуренса в Калифорнийском университете представляет собой пример большой и сложной установки Человек, изображенный в нижнем правом углу, дает представление о размерах этого гигантского ускорителя. Громадный кольцевой магнит ускорителя весит столько же, сколько корабль, и расходует электроэнергии больше, чем небольшой город. Это грандиозное сооружение используется для изучения поведения столь маленьких частиц, что никакой прибор, созданный до сих пор человеком, не позволяет их увидеть.

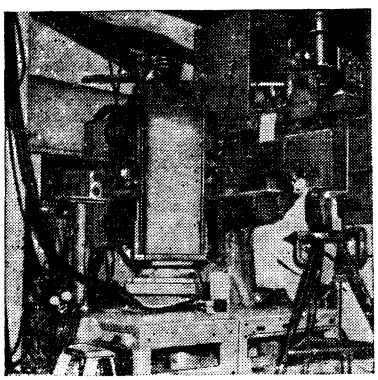


Рис.1 4. Здесь изображена еще одна очень сложная установка, расширяющая возможности наших органов чувств. Это пузырьковая камера с жидким водородом, которая в сочетании с источником электронов высокой энергии (подобным бэватрону, изображенному на рис. 1 3) была использована для получения спирали, описываемой электроном и изображенной на рис. 1.5.

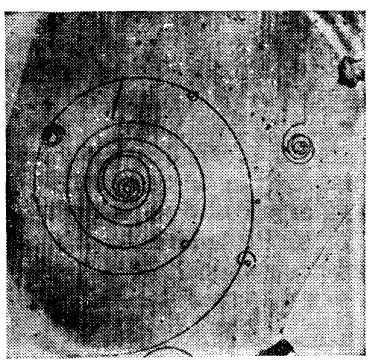


Рис. 1.5. Электрон оставляет видимый след, когда он проходит через жидкий водород, подобно тому как реактивный самолет оставляет за собой след в воздухе на больших высотах

работу Ферми, Ган и Штрассман спустя пять лет открыли деление урана. Они работали с простой химической аппаратурой и обычными счетчиками Гейгера. Кто из ученых, применяя простые средства и используя хорошую идею, сумеет сказать следующее новое слово в науке? Мы не знаем этого, но уверены, что оно будет сказано.

Иногда орудия исследования, которыми пользуется физик, могут стать и очень сложными. Спутники, заполненные приборами, и космические пробы стали орудиями физиков, стремящихся изучить поток частиц из космоса и свойства самого космического пространства. Гигантский бэватрон в Беркли (Калифорния) (рис. 1.3) и связанная с ним пузырьковая камера, заполненная жидким водородом (рис. 1.4), также являются орудиями физиков, изучающих свойства крошечных частиц, из которых состояли атомы (рис. 1.5).

1.2. Кто создает физику?

Люди, создающие установки, о которых вы только что читали, являются физиками. Если их опыт и знания проявляются главным образом в создании установок и проведении экспериментов, они называются физиками-экспериментаторами. Если же они более искусны в применении математики к решению физических задач, то мы называем их физиками-теоретиками. Вениамин Франклин и Мария Кюри были физиками-экспериментаторами, Исаак Ньютон и Альберт Эйнштейн принадлежали к числу величайших физиков-теоретиков.

В былые времена исследования, которыми располагали экспериментаторы и теоретики, были настолько просты, что один и тот же человек с успехом мог быть как экспериментатором, так и теоретиком. Исаак Ньютон не только выполнил изумительный опыт с разложением солнечного света в спектр при помощи призмы, но и фактически создал для своих работ одну из наиболее плодотворных областей математики — метод исчисления бесконечно малых. Франклин сделал существенный вклад в теорию электричества. В настоящее время некоторые из средств исследования, которые используются в физике, столь сложны, что лишь немногие разносторонне образованные физики в состоянии в совершенстве овладеть всеми этими средствами. Однако как теоретики, так и экспериментаторы, создающие и развивающие физику, являются физиками.

Большинство людей, изучающих основы физики, в будущем не собирается стать физиками. Некоторые будут работать либо в области физики, либо в смежных областях, в технике или в области других наук. Независимо от того, в какой области вы собираетесь трудиться в дальнейшем, рассказ о природе, наблюдаемой глазами физика, поможет вам понять изменения, происходящие в окружающем вас мире. Перед каждым человеком могут возникнуть такие вопросы, ответ на которые он найдет в физике. Изучая эту развивающуюся науку, одну из наиболее важных в истории человечества, вы с наибольшей полнотой ощутите постоянное стремление человека к *познанию*, доставляющему глубокое удовлетворение в жизни.

ГЛАВА 2

ВРЕМЯ И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

2.1. Мы исходим из ощущений

Наиболее универсальные физические приборы находятся в нашем организме. С помощью глаз мы получаем наибольшую часть сведений об окружающем нас мире. Очень важную роль играют также наши уши, доносящие до нас звуки. Разнообразные впечатления мы получаем и с помощью осязания. Сюда относятся способность ощущать кончиками пальцев очень тонкие различия в качестве обработки поверхности, мышечные ощущения тяжести и усилия, с помощью которых мы получаем представление о весе и твердости, ощущения тепла и холода и наше внутреннее чувство равновесия. Обоняние и вкус, более существенные для химии, чем для физики, также очень важны для познания внешнего мира. Эти орудия, непрерывно снабжающие нас различными сведениями, называются, как вы знаете, *органами чувств*. Мы, однако, не являемся пассивными созерцателями мира, а стремимся, пользуясь нашими органами чувств, какие-то его части изменить или переделать своим трудом по своему усмотрению.

Конечно, ни один человек не изготовил сам и не купил своих глаз или ушей в готовом виде, и то, что он может делать с их помощью, не дано ему от рождения. Мы все должны тренировать наши органы чувств и учиться понимать, что означают те изображения, которые мы видим, и те звуки, которые мы слышим. Нам должно быть ясно, что небольшое пятно в конце улицы, представляющее собой школьное здание, покажется нам громадным, когда мы подойдем к нему. В детском возрасте мы затрачивали много усилий и времени, чтобы понять подобные вещи. Мы не помним, насколько это было трудно, точно так же как мы не помним, как мы научились говорить.

Наши органы чувств могут вводить нас в заблуждение. Общеизвестны оптические иллюзии. Одна из наиболее распространенных иллюзий лежит в основе кино. Если вы посмотрите кусок киноленты, то увидите последовательность несколько отличающихся друг от друга картинок. При достаточно быстром их рассматривании глаз будет смешивать отдельные изображения в плавную последовательность, которую мы воспринимаем как движение. Ваше ощущение температуры также может быть обманчивым: если вы держите одну руку в тазу с горячей водой, а другую — в тазу с холодной водой и затем одновременно погружаете обе руки в таз с теплой водой, то

«холодная» рука почувствует тепло, а «горячая» — холод. (Если вы никогда этого не замечали — попробуйте сделать такой опыт.)

Подобно нашим органам чувств, все физические приборы могут вводить нас в заблуждение — даже наиболее чувствительные, такие, как очень точные весы, электронные приборы и часовые механизмы. Возможности всех приборов ограничены. Проверка их показаний, так же как и контроль первых ощущений наших органов чувств, представляет собой необходимое условие, на котором должен быть основан каждый вывод физика. Такой тщательный контроль создает уверенность в правильности показаний наших приборов, подобно тому как наше осязание может снабдить нас полезными сведениями, подтверждающими то, что мы видим глазами.

2.2. Основные представления физики. Необходимость расширения возможностей наших органов чувств

Давайте рассмотрим некоторые наиболее важные понятия физики: *время*, *пространство*, *движение* и *материю*. Несомненно, что наши первые впечатления об этих понятиях мы получаем из наших ощущений. Но совершенно ясно, что для понимания всего того, что мы хотим узнать о времени, пространстве и материи, мы должны при помощи каких-то других средств расширить и углубить те впечатления, которые мы получаем от наших органов чувств.

Рассмотрим сначала то, что мы называем *временем*. Лежа в кровати, сбегая вниз по лестнице или летя в самолете, мы всегда сознаем (если только мы вообще что-нибудь сознаем), что время идет. В нас самих есть устройство, отмеряющее время,— это сердце с его ритмичными биениями. В течение всей нашей жизни сердце бьется с частотой около одного удара в секунду — иногда медленней, иногда быстрей. У нас есть также и другие средства для измерения времени, которые всем хорошо известны. Солнце отмечает день и ночь. Четыре времени года сменяют друг друга, и мы все надеемся, что увидим еще несколько сотен таких смен. Промежутки времени, существенно превышающие длительность одного такого сезона или значительно меньшие интервала между двумя сокращениями сердца, или, наконец, меньшие времени, затрачиваемого на одно моргание глаза, мы не можем ощутить непосредственно. Но, конечно, время выходит далеко за эти пределы: оно длится бесконечно, уходит в прошлое к событиям, происходившим до нашего рождения, и течет в будущее, близкое и далекое, к событиям, которые произойдут, когда нас уже не станет. О многих событиях напоминают нам наши родители; еще больше рассказывают нам историки; громадные деревья переносят нас в прошедшие столетия; мы не сомневаемся, что горы и скалы еще древней. Все это находится за пределами непосредственного субъективного ощущения времени.

Вторым важным понятием в физике является понятие *протяженности* или *пространства*. Без особого труда мы можем отмерить шагами расстояние в один километр. Небольшие расстояния мы можем охватить широко расставленными руками, а еще меньшие —

пальцами. Сближая кончики пальцев, мы можем показать очень маленькое расстояние, но отмерить еще меньшее расстояние оказывается уже затруднительным. Каким образом мы можем измерить расстояние, большее, чем мы можем пройти, или меньшее, чем мы в состоянии осязать? Как мы увидим, измерения очень больших и очень малых расстояний очень важны для понимания путей развития мира. Для достижения этой цели физики разработали способы измерения расстояний до планет и звезд, а также методы измерения размеров атомов.

Третье важнейшее понятие — *вещество*, или, как мы обычно говорим, *материя*. Одно из важнейших завоеваний современной физики — существенные успехи в познании внутренней природы материи. Мы узнали, что самые различные вещества или предметы — кожа, кость, кровь, скалы, сталь, нейлон, воздух и даже Солнце — состоят из одних и тех же крошечных кирпичиков — из атомов. Их комбинации представляют собой те составные части, из которых построен сложный мир, в котором мы живем, и даже наше собственное тело. И точно так же, как из двух дюжин букв алфавита состоят все книги, так и из комбинаций нескольких строительных кирпичиков создано все громадное разнообразие известных нам веществ. Атомы слишком малы, чтобы мы могли их увидеть в повседневной жизни, и их нельзя обнаружить, пользуясь только нашими органами чувств. Мы узнали об их существовании, расширяя возможности наших органов чувств и используя идеи физики и химии.

Здесь мы не даем точного определения понятий пространства, времени и материи. Эти фундаментальные понятия достаточно хорошо знакомы каждому, хотя их точное определение затруднительно. Основная идея состоит в том, что мы черпаем эти понятия из опыта нашей повседневной жизни. Мы устанавливаем их при помощи наших глаз, мышц и т. п. Например, мы видим громадные скопления материи в виде гор или бесконечной протяженности океана; мы воспринимаем мир малых тел, вроде зернышек муки-крупчатки или частичек пыли, которые мы наблюдаем в солнечном луче.

Наша первая задача состоит в том, чтобы найти способ выйти за пределы обычных представлений. Мы должны также систематически и отчетливо изложить понятия, очень далекие от привычных представлений нашей повседневной жизни. Если нам удастся это сделать, мы сможем проникнуть в самую суть дела.

2.3. Время и его протяженность

Закройте на мгновение глаза. Затем откройте их и просчитайте: один, два, три. После этого опять закройте глаза. Что вы видели за то время, в течение которого ваши глаза были открыты? Если вы находились в обычной комнате, то за это время ничего особенного не произошло. Все вещи остались теми же и на своих прежних местах. Но если вы просидите в комнате с открытыми глазами в течение нескольких часов, то вы увидите людей, которые входят и выходят из комнаты, передвигают стулья, открывают окна. Судьба

предметов в комнате будет зависеть от того промежутка времени, в течение которого вы ведете наблюдение. Если вы будете следить за растением в горшке в течение года, то за это время растение вырастет, расцветет и увянет.

Продолжим наш опыт, по крайней мере мысленно. Если мы будем вести какое-либо наблюдение в течение ста лет, то за это время может разрушиться даже здание, в котором вы находитесь. А в течение тысячи лет? Ни один из городов Америки не существовал

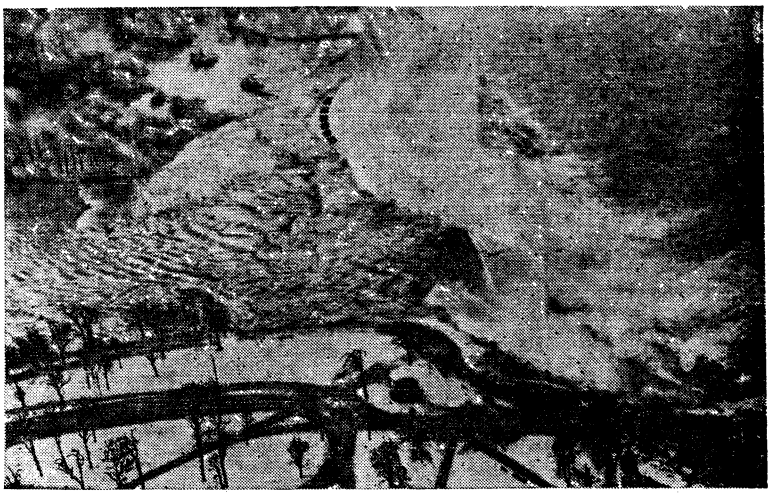


Рис. 2.1. Ниагарский водопад может служить иллюстрацией тех медленных изменений, которые меняют со временем лицо мира Пунктирная линия на фотографии показывает положение береговой линии до оползня 1954 г , когда обрушилась скала весом 15 000 тонн. Этот оползень, ожидавшийся в течение длительного времени, заставил водопад переместиться на несколько километров вверх по течению. В течение многих последующих тысячелетий этот процесс перемещения береговой линии будет происходить и дальше в том же направлении.

в течение тысячи лет, за исключением, быть может, индийских поселений на юго-западе страны. А в течение десяти тысяч лет? За это время река Ниагара размоет скалистые берега и водопад отступит вверх по течению (рис. 2.1). А за миллионы лет многие ландшафты Америки вообще станут совершенно неузнаваемыми.

Попытаемся теперь перейти от больших промежутков времени к малым. Представим себе ту же комнату, но глаза будем открывать на все более и более короткое время, как говорят, «на одно мгновение». Еще лучше это можно осуществить с помощью затвора фотокамеры. Тогда мы увидим размытое неподвижное изображение четырех лопастей вращающегося электрического вентилятора. За еще более короткий промежуток времени вы сможете отчетливо увидеть крылья мухи, которые в обычных условиях нельзя увидеть даже в виде расплывшихся пятнышек. В этом случае ваш глаз — или, соответственно, затвор фотокамеры — открывается всего лишь на несколько тысячных долей секунды.

2.4. Малые промежутки времени. Метод многократных вспышек

Конечно, вы не можете моргать глазами столь быстро, чтобы наблюдать эффекты, о которых говорилось в предыдущем разделе. Но затвор кинокамеры можно открывать и закрывать очень быстро. Например, затвор обычной односкоростной камеры остается открытым в течение 1/50 с; с помощью регулируемой камеры вы можете уменьшить этот промежуток времени до 1/250 или даже до 1/1000 с.

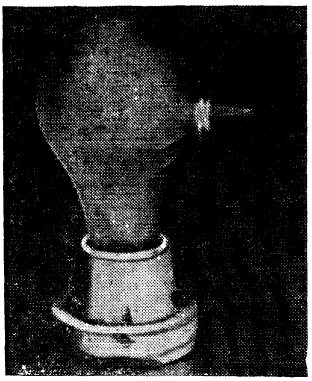


Рис. 2.2. Высокоскоростная фотография позволяет показать, как пуля входит в баллон электрической лампы. Вспышка длилась менее 1/1 000 000 с. Обратите внимание на то, что нарезка на пуле видна так же хорошо, как и трещина на стекле.

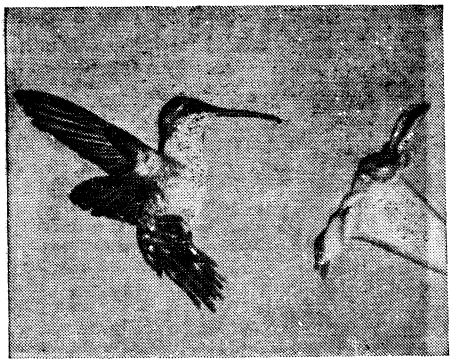


Рис. 2.3. Человек не может настолько часто моргать глазами, чтобы увидеть отдельные взмахи (60 в секунду) крыльев колибри. Этот снимок сделан со вспышкой продолжительностью всего 1/300000 с. Поэтому крылья кажутся нам остановившимися. Если бы время экспозиции было больше, чем 1/1000 с, то за это время крылья должны были бы заметно переместиться и на пленке получилось бы неясное изображение.

Однако во многих случаях событие, которое мы хотим сфотографировать, происходит настолько быстро, что на фотографии получается просто размытое пятно. В таких случаях мы должны использовать другую технику — высокоскоростные вспышки — для того, чтобы «заморозить» очень быстрое движение. Камера располагается в затемненной комнате; при открытом затворе объект съемки освещается интенсивной вспышкой света в течение очень короткого промежутка времени.

На пленке в камере изображение получается только в течение того времени, когда объект съемки освещен, и поэтому в результате фотография показывает событие, которое происходит за очень малый промежуток времени (рис. 2.2 и 2.3).

Предположим теперь, что мы хотим зарегистрировать последовательность событий. Для этого нам нужно получить серию снимков, сделанных один за другим. Обычная кинокамера снимает 16 или 24 кадра (отдельных картинок) в секунду и эти кадры демонстрируют на экране с такой же скоростью (рис. 2.4). Как вам известно из опыта, когда вы смотрите кино, движение получается

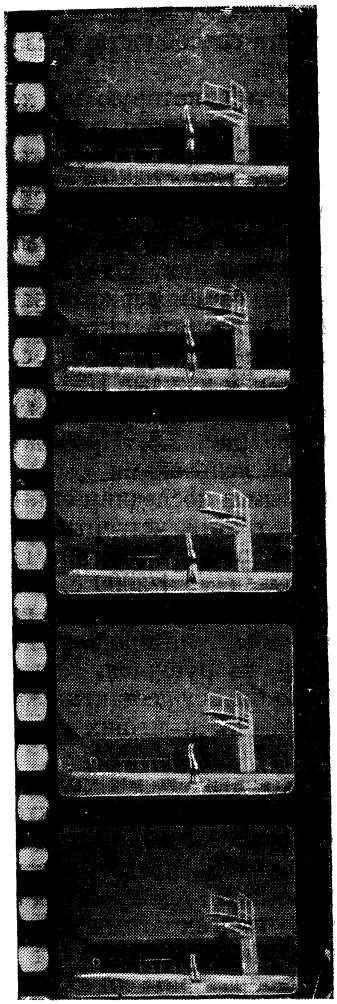


Рис. 2.4. Достижение эффекта движения при помощи неподвижных картинок Эти пять фотографий сняты кинокамерой на 35-миллиметровую пленку со скоростью 24 кадра в секунду. В отверстия с левой стороны входит зубчатка, которая протягивает киноленту последовательными толчками перед объективом проектора Обратите внимание на изменяющееся от кадра к кадру положение спортсмена, прыгающего в воду Все действие происходит в течение 1/6 с При проецировании фильма происходит быстрое перемещение серии неподвижных картинок Однако ввиду того, что глаз сохраняет ощущение изображения в течение долей секунды, мы получаем впечатление движения.

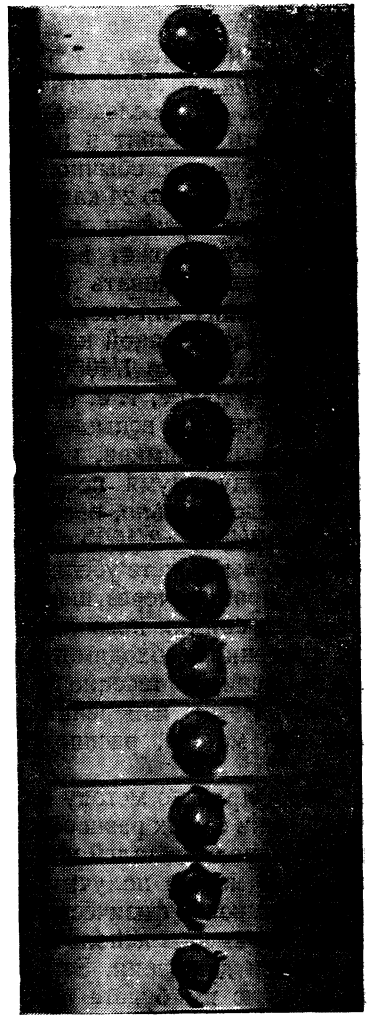


Рис. 2 5. Эти фотографии, снятые со скоростью 4000 кадров в секунду, показывают, как пуля пробивает игрушечный воздушный шарик. Время между первым и последним кадром составляет 3/10 00 с. Заметьте, насколько мала скорость разрушения шарика по сравнению со скоростью перемещения пули: на снимке, сделанном менее чем через 1/10 00 с после попадания в шарик, пуля уже не видна.

плавным и непрерывным, а не прерывается 24 раза в секунду. Это происходит от того, что наши глаза сохраняют ощущение изображения приблизительно в течение 1/20 с. Эта способность глаза называется *инерцией зрительного восприятия.*

Допустим, что последовательность событий, которую мы хотим зафиксировать, состоит в пробивании пулей детского воздушного шарика. С помощью обычной кинокамеры мы могли бы зафиксировать в секунду только 24 кадра с интервалом в 1/24 с между кадрами. За промежуток времени, в течение которого камера не действует, пуля с успехом может войти в шарик и выйти из него, и мы не сможем зарегистрировать самый акт столкновения. Однако если, используя пленку для скоростной съемки, мы будем держать затвор открытым в затемненной комнате и будем повторять высокоскоростные вспышки через 1/4000 с, то мы сможем регистрировать события каждые 1/4000 с, т. е. гораздо быстрее, чем каждые 1/24 с. Этот метод многократных вспышек был использован для получения 13 последовательных снимков, изображенных на рис. 2.5. Промежуток времени между двумя последовательными вспышками составлял 1/4000 с; следовательно, время между первым и последним снимком равнялось 12/4000=3/1000 с. Рассматривая третий, четвертый и пятый снимки, вы можете убедиться в том, что время, в течение которого пуля прошла через шарик, составляет менее 1/2000 с. Таким образом, эти снимки позволяют осуществить два физических измерения: времени, необходимого для того, чтобы пуля прошла сквозь шар, и времени, в течение которого шар разрушился. Конечно, ни одного из этих измерений нельзя было бы осуществить без использования метода, расширяющего возможности наших органов чувств.

Фотографируя по методу многократных вспышек, мы можем получить снимки самых разнообразных быстродвижущихся объектов— дождевых капель, деталей машин, бейсбольных мячей, пуль. Таким же способом можно получить снимки объектов, представляющих интерес для многих физических исследований. В этом курсе вы найдете много примеров использования метода многократных вспышек при изучении движения. Эта методика, а также аналогичная техника, которую вы будете применять в лаборатории, относятся к весьма важным приемам исследования. Во многих случаях нет необходимости в том, чтобы каждый снимок, получаемый от одной вспышки, получался на отдельном кадре. Мы можем осуществлять многократную экспозицию через равные промежутки времени на одном куске пленки. Пример такой съемки приведен на рис. 6.18.

Фотосъемка через равные промежутки времени позволяет не только анализировать движение, которое представляется нам непрерывным, но и наблюдать замедленную картину того же движения. Например, какой-нибудь процесс, снятый со скоростью 4000 кадров в секунду, можно показать со скоростью 24 кадра в секунду.

Та же методика в обращенном виде используется для изучения медленных движений. Развитие цветка, движение воды во время

приливов и отливов, перемещение ледников — вот примеры медленных движений, происходящих в течение больших промежутков времени. Эти промежутки настолько велики, что, применяя обычные методы наблюдений, мы не могли бы заметить движения.

Для фиксации таких медленных движений как целого мы применяем фотосъемку, растянутую во времени. В этом случае распускающийся цветок фотографируют, скажем, каждый час. Затем ряд полученных фотографий проецируют на экран при нормальной скорости проекции. Таким образом, движение, которое в действительности длится несколько дней, мы видим так, как если бы оно происходило в течение нескольких минут.

2.5. Повторяющиеся движения. Стробоскоп

Многие движения, с которыми вы хорошо знакомы, периодически повторяются; в качестве обычных примеров можно привести вращение лопастей электрического вентилятора или диска проигрывателя, движение вверх и вниз иголки швейной машины или молоточка электрического звонка. Вы можете измерить малый промежуток времени, в течение которого совершаются эти движения, более простым методом, чем фотосъемка с многократными вспышками. Для этой цели применяется стробоскоп. Один из таких приборов изображен на рис. 2.6. Он состоит из большого диска с радиальными щелями, расположенными на равных расстояниях друг от друга.

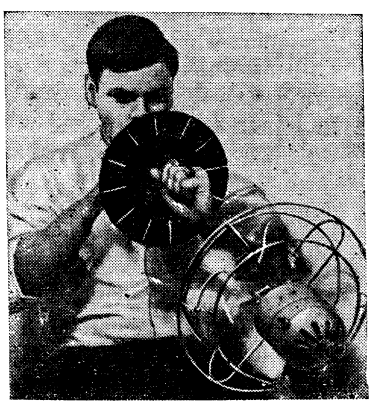


Рис. 2.6. Применение ручного стробоскопа. С двенадцатью щелями можно измерять промежутки времени, составляющие одну двенадцатую времени полного оборота диска.

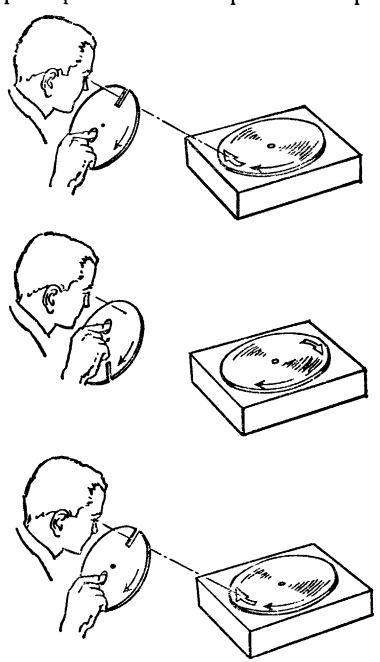


Рис. 2.7. Схема, иллюстрирующая принцип устройства и действия стробоскопа Если диск стробоскопа, находящийся перед глазом наблюдателя, будет вращаться с той же скоростью, что и диск проигрывателя, то наблюдатель увидит стрелку только в каком-то одном положении. Движение как бы «останавливается». Какие ограничения имеет применение этой установки?

Для того чтобы понять, каким образом это устройство позволит нам измерять короткие промежутки времени, рассмотрим сначала стробоскоп только с одной щелью. Мы можем использовать этот стробоскоп для измерения времени, в течение которого диск проигрывателя совершает один оборот. Прежде всего нарисуем на диске проигрывателя стрелку и запустим его с постоянной скоростью. Затем заставим вращаться стробоскоп и начнем смотреть сквозь его щель (рис. 2.7). Каждый раз, когда щель проходит мимо глаза, мы на мгновение видим диск проигрывателя.

Теперь предположим, что диск стробоскопа вращается со скоростью, в точности равной скорости вращения диска проигрывателя. Тогда каждый раз, когда щель стробоскопа проходит мимо нашего глаза, мы увидим, что стрелка на диске находится в одном и том же месте. Она будет казаться неподвижной, хотя на самом деле она вращается вместе с диском. Таким образом, в данном случае время одного оборота диска стробоскопа равно времени одного оборота диска проигрывателя. Если же стробоскоп вращается быстрее диска проигрывателя, стрелка не успеет пройти весь круговой путь за время оборота стробоскопа и поэтому она не будет казаться неподвижной. Точно так же, если стробоскоп вращается медленнее диска, то за время оборота стробоскопа стрелка пройдет больше одного круга и опять будет казаться нам движущейся. Подогнав скорость вращения стробоскопа так, чтобы стрелка казалась неподвижной, мы автоматически достигнем равенства скоростей вращения стробоскопа и диска проигрывателя. Таким образом мы можем использовать стробоскоп для измерения неизвестной скорости вращения.

Стробоскоп можно применить и в тех случаях, когда скорость вращения какого-либо тела значительно больше, чем скорость вращения диска стробоскопа. Например, если на диске стробоскопа сделать двенадцать щелей, то при каждом его обороте мы двенадцать раз увидим диск проигрывателя. Отсюда следует, что стробоскоп со многими щелями может измерять промежутки времени значительно меньшие, чем время одного оборота диска проигрывателя. Эти промежутки меньше времени одного полного оборота во столько раз, сколько равноотстоящих щелей имеется на диске стробоскопа.

Предположим в качестве примера, что мы наблюдаем с помощью стробоскопа за движением по кругу маленького шарика, привязанного к короткой нити. Мы видим, что шарик кажется неподвижным, когда диск делает один оборот за 2 с. Если на диске нашего прибора имеется 6 щелей, то за 2 с мы 6 раз увидим мелькания; следовательно, время между двумя мельканиями равно 1/3 с. Если шарик кажется неподвижным при каждом мельканий, то время одного оборота шарика составляет 1/3 с.

Стробоскоп, как и любой другой прибор, имеет ограниченную область применения. Если диск вращается очень быстро или если в нем сделано слишком много щелей и каждая из них очень узка, то сквозь нее пройдет так мало света, что мы отчетливо ничего не сможем увидеть. Следует, однако, указать еще на одну возможность

ошибок. Рассмотрим наш пример с однощельным стробоскопом, «останавливающим» движение диска проигрывателя. Нам кажется, что всякий раз, когда мы видим диск проигрывателя, он находится в одном и том же положении, тем самым мы предполагаем, что время одного его оборота равно времени оборота диска стробоскопа. Между тем имеются и другие возможности. За время одного оборота диска стробоскопа диск проигрывателя может повернуться 2, 3, 4 и т. д. раз и при этом мы можем наблюдать ту же картину. Каким образом мы можем выяснить, каково в действительности число оборотов, совершаемых диском проигрывателя? Подобный вопрос очень часто возникает при использовании стробоскопа, но существует простой путь обойти эту трудность. Когда вы «остановили» движение стрелки, увеличьте немного скорость вращения стробоскопа. При какой-то большой скорости движение вновь будет казаться «остановившимся». Если эта «остановившаяся» картина будет выглядеть так же, как и предыдущая, то снова следует увеличить скорость вращения. Наконец, вы добьетесь «остановившейся» картины, которая будет выглядеть по-новому, но в действительности не будет иметь смысла; это означает, что теперь стробоскоп вращается слишком быстро. Например, если вам кажется, что на диске проигрывателя имеется две стрелки вместо одной, которая нанесена на нем, то это значит, что стробоскоп вращается в два раза быстрее, чем это нужно. Почему? Наибольшая скорость вращения стробоскопа, при которой движение будет казаться остановившимся, равна скорости вращения диска проигрывателя.

Между прочим, можно также осуществлять фотографирование движущихся объектов по методу многократных вспышек, применяя ручной стробоскоп (лучше вращающийся от мотора) вместо источника света, периодически вспыхивающего и гаснущего с большой скоростью. Для этого щели стробоскопа должны вращаться либо перед объективом фотоаппарата, либо перед непрерывным источником света, что и в том, и другом случае будет производить «эффект многократных вспышек». Мы можем подобрать необходимую скорость вращения и число щелей для того, чтобы получить нужные промежутки времени для экспонирования фотопленки. Величина этих промежутков может быть выбрана таким образом, чтобы движущийся объект проходил малое, но измеримое расстояние на пленке.

2.6. Сравнение времени. Единицы измерения

Одна из самых главных задач физика состоит в том, чтобы найти путь ясного представления различных промежутков времени. Надо уметь сравнивать, а также предсказывать их и пользоваться ими независимо от того, велики они или малы. Необходимо, следовательно, уметь измерять время.

Измерение времени хорошо знакомо каждому. Мы все знаем, что такое секунда, день, неделя, месяц, год, век. Все эти понятия построены по одному простому принципу — по принципу счета. Счет представляет собой часть математики, играющей весьма важ-

ную роль в физике. Для того чтобы измерить тот или иной промежуток времени, физик просто должен сосчитать число секунд (с)*).

Любой промежуток времени можно выразить каким-то числом секунд. Иногда удобнее пользоваться сутками, точно так же как в некоторых случаях вести счет на дюжины удобнее, чем на единицы. Сутки — это сокращенное обозначение 86 400 с. Для промежутков времени более коротких, чем секунда, мы должны пользоваться долями секунды. Физики пользуются десятичными долями: десятыми, сотыми, тысячными и т. д.

Весь наш счет времени ведется на секунды. Что же такое секунда и почему именно она выбрана в качестве единицы для измерения времени? Никаких особых причин для такого выбора нет. Сделано это совершенно произвольно. С таким же успехом мы могли бы взять вдвое больший или вдвое меньший промежуток времени. Мы не знаем естественного деления времени, которое относилось бы ко всем случаям жизни. Возможно, что секунда выбрана потому, что она близка к промежутку времени между двумя ударами сердца. Однако это не столь уж существенно. Важно лишь, чтобы эта единица была четко определена и чтобы ее легко было воспроизвести, т. е. чтобы ею мог пользоваться любой человек.

Приближенно секунда определяется как промежуток времени между «тиканиями» часов, совершающих 86 400 «тиканий» за время суточного движения Солнца из зенита в зенит. Из измерений перемещения Солнца астрономы могут очень точно рассчитать, когда оно пересечет наивысшую точку своей орбиты, и отсюда установить время. В течение года Солнце движется по небу с различной скоростью, поэтому берется среднее значение за все дни и секунда определяется из этого среднего значения.

Земля всегда изменяется. На ней происходят землетрясения, наводнения, извержения вулканов, образуется и тает лед. И даже вращение Земли, которое является причиной кажущегося движения Солнца по небу, не является действительно неизменным. Мы знаем, что оно немного изменяется, потому что показания очень хороших часов согласуются между собой лучше, чем показания любых из них согласуются с данными о положении Солнца. Поэтому при определении секунды физик обычно пользуется тщательно проверенными часами, хранящимися в лучших обсерваториях. Результаты обычных лабораторных измерений времени следует сравнивать с показаниями таких часов в тех случаях, когда требуется высокая точность.

Поддержание постоянного режима работы точных часов — весьма сложное и трудное дело. Это не такой простой вопрос, как обращение с механизмом обычных часов. До известной степени это связано с самим понятием о времени. Допустим, что тщательно оберегаемые часы с маятником или современные электронные часы, ход которых

*) Минута представляет собой очень маленькую часть часа; 1/60 часть минуты представляет собой как бы минуту от минуты. В давние времена она называлась вторичной минутой — second minute. Для краткости мы теперь говорим просто «секунда».

определяется колебаниями тонкой пластинки кристаллического кварца, показывают точное время. Если год за годом сравнивать показания таких часов во всем мире, то оказывается, что они согласуются между собой с высокой точностью. В самое последнее время построены новые, еще более совершенные часы, в которых используются колебания атомов. Мы еще не знаем, вполне ли точно совпадает секунда, измеренная по кварцевым часам, с секундой, измеренной по атомным часам. Одна из дальнейших задач физики и состоит в выяснении этого вопроса.

Измерение времени связано с необходимостью ответа на два различных вопроса: «Как долго это происходило?» и «Когда это было?». Ответ на первый вопрос мы даем, указывая промежуток времени: «Гонки продолжались четыре минуты». На второй вопрос мы отвечаем, говоря, например: «Гонки начались вчера в пять часов дня». Для того чтобы произвести измерение первого типа, вполне достаточно секундомера; его включают в нулевой момент времени и измеряют длину *промежутка* времени. Во втором случае необходимо произвести отсчет по правильным часам. В действительности, однако, эти два вопроса совпадают, так как часы просто измеряют промежуток времени от некоторого произвольно выбранного начального момента, например от полуночи. Точная дата представляет собой, в сущности, тоже промежуток времени, отмеренный от некоторого условно фиксированного момента времени, скажем, от Нового года при счете лет от начала нашей эры. В ответе на вопросы обоих типов должен быть указан промежуток времени. Однако в ответе на вопрос «когда» указывается лишь конец промежутка времени. В физике чаще всего возникает необходимость в ответе на вопрос: «Сколько времени это длится?». Но если вы хотите попасть на поезд в какой-то определенный день, вы должны также знать, когда начинается отсчет времени. Проблемы стандартизации времени, установления поясов времени и т. п.— все они сводятся к соглашению о начальном моменте времени. И если вы договоритесь об этом начальном моменте, то оба вопроса сведутся к одному: вы должны уметь измерять промежуток времени.

2.7. Большие и малые числа. Порядки величин

С тех пор как первое животное поселилось на суше, прошло примерно 12 000 000 000 000 000 с. Время, которое требуется для того, чтобы луч света прошел через оконное стекло, составляет 1/100 000 000 000 долю с. Такие числа очень неудобны как для запоминания, так и для использования. Но так как в физике мы должны научиться оперировать с большими и малыми числами, то мы должны найти путь, облегчающий расчеты.

Существует простой и удобный путь. Любое число можно записать в виде произведения числа, лежащего между единицей и десятью, и числа, представляющего собой степень десяти. Например, мы можем записать число 769 в виде произведения $7{,}69 \cdot 100$; аналогично $0{,}0043$ — это $4{,}3 \cdot 1/1000$. Число, приведенное в начале этого

раздела, равно $1{,}2 \cdot 10\,000\,000\,000\,000\,000$. Числа, с которыми нам придется иметь дело, мы будем записывать именно таким образом, но для того чтобы не выписывать нули до боли в руках, мы будем применять сокращенную запись. Вместо 100 будем писать 10^2; вместо 1/1000, что равно $1/10^3$, сокращенно будем писать 10^{-3}, а вместо написанного выше длинного числа мы напишем $1{,}2 \cdot 10^{16}$. Показатель степени, стоящий вверху справа от десяти, показывает число нулей, т. е. *степень* числа 10. Знак минус в показателе степени означает, что мы имеем дело, например, с тысячными долями, а не с тысячами. Приведем еще несколько примеров, поясняющих эту систему записи:

$$3270 = 3{,}27 \cdot 10^3; \quad 0{,}124 = 1{,}24 \cdot 10^{-1}; \quad 652\,000 = 6{,}52 \cdot 10^5.$$

Принятый способ чтения этих чисел: «три, двадцать семь на десять в третьей»; «один, двадцать четыре на десять в минус первой»; «шесть, пятьдесят два на десять в пятой».

Большой *положительный* показатель степени при десяти означает, что число очень велико, а большой *отрицательный* показатель — что число очень мало. Время, прошедшее после появления животных на суше, составляет около 10^{16} с; время, в течение которого свет проходит сквозь оконное стекло,— около 10^{-11} с. Ученые часто применяют этот способ записи чисел, так как он очень удобен, и вам тоже стоит им пользоваться уже с самого начала.

Умножать и делить степени числа 10 также очень просто. Для этого следует только складывать или вычитать показатели степени. Например, время, необходимое для того, чтобы свет прошел сквозь 10 000 стекол, будет равно времени прохождения света через одно стекло (10^{-11} с), умноженному на число стекол (10^4), т. е.

$$t = 10^{-11}\,\text{с} \cdot 10^4 = 10^{-11+4}\,\text{с} = 10^{-7}\,\text{с}.$$

Положительные и отрицательные показатели степени будут широко применяться в этом курсе. Если этот метод записи чисел не привычен для вас, попрактикуйтесь при решении нескольких последних задач, приведенных в конце главы. Большинство этих задач вы можете делать совершенно самостоятельно.

Мы далеко не всегда имеем дело с круглыми числами вроде 10^{11}. Предположим, что у нас есть два числа: 172 и 32 500. Мы можем записать их в виде $1{,}72 \cdot 10^2$ и $3{,}25 \cdot 10^4$. Тогда умножение или деление можно выполнить отдельно для степени десяти и для стоящего впереди числа, большего единицы и меньшего десяти. Например, при перемножении этих двух чисел получаем

$$(1{,}72 \cdot 10^2) \cdot (3{,}25 \cdot 10^4) = (1{,}72 \cdot 3{,}25) \cdot (10^2 \cdot 10^4) = 5{,}59 \cdot 10^6.$$

Если мы разделим второе из этих чисел на первое, то будем иметь

$$(3{,}25 \cdot 10^4)/(1{,}72 \cdot 10^2) = (3{,}25/1{,}72) \cdot (10^4/10^2) = 1{,}89 \cdot 10^2.$$

Другой пример: умножим $1{,}36 \cdot 10^3$ на $2{,}00 \cdot 10^{-5}$:

$$(1{,}36 \cdot 2{,}00) \cdot (10^3 \cdot 10^{-5}) = 2{,}72 \cdot 10^{-2}.$$

Аналогичным образом разделим первое из них на второе:

$$(1{,}36 \cdot 10^3)/(2{,}00 \cdot 10^{-5}) = 0{,}68 \cdot 10^8 = 6{,}8 \cdot 10^7.$$

Приведенный способ записи чисел очень удобен при умножении и делении. Однако следует быть очень осторожным при сложении и вычитании. Предположим, что вы хотите теперь сложить два числа: $1{,}20 \cdot 10^2$ и $5{,}63 \cdot 10^3$. До выполнения действия оба числа нужно представить в таком виде, чтобы показатели степени при десяти оказались *одинаковыми*. Первое число мы запишем в виде $0{,}12 \cdot 10^3$. Тогда мы можем написать

$$0{,}12 \cdot 10^3 + 5{,}63 \cdot 10^3 = (0{,}12 + 5{,}63) \cdot 10^3 = 5{,}75 \cdot 10^3.$$

Отметим, что когда вы складываете два числа, ответ всегда будет ближе к числу с бóльшим показателем степени при десяти. Например, сумма $10^{11} + 10^2$ очень близка к 10^{11}, но не к 10^2!

Описанный способ записи чисел позволяет легко понять, что называется *порядком величины*. Число надо записать так, как это изложено выше, тогда порядок его величины определяется показателем степени у числа 10. Конечно, это приближенный способ оценки числа. Он дает нам возможность произвести оценку «на глазок». Так, мы можем сказать, что 10^2 — порядок величины числа 137, так как число 137 ближе к 100, чем к 1000. Аналогичным образом мы можем сказать, что порядок величины числа 0,00262 равен 10^{-3}, потому что число 0,00262 ближе к 10^{-3}, чем к 10^{-2} или 10^{-4}.

Оценка порядка величины округлением чисел представляет собой один из наиболее полезных приемов приближенных вычислений в физике. Во многих случаях вполне достаточно произвести приближенную оценку, которую легко можно выполнить в уме. В нашей работе мы будем часто пользоваться этим способом, и вы должны к нему привыкнуть. Однако мы не всегда пользуемся способом записи с числом 10 в той или иной степени. Например, удобней записать скорость самолета в виде 455 км/ч или продолжительность прогулки в виде 0,2 ч, чем $4{,}55 \cdot 10^2$ км/ч или $2 \cdot 10^{-1}$ ч. Выбор того или иного способа записи определяется соображениями удобства.

В табл. 2.1 приведены порядки величин продолжительности разнообразных событий. Многие из приводимых событий не всегда имеют одинаковую длительность; например, не всегда одинаковы продолжительность человеческой жизни или время, которое затрачивается светом для того, чтобы пересечь разные комнаты. Поэтому во многих случаях не имеет смысла приводить точные значения. Достаточно ограничиться лишь порядком величин, как это и сделано в таблице. В ней приведены самые различные промежутки времени: наибольшие длятся миллиард миллиардов секунд, наименьшие — менее одной миллиардной доли секунды. Для сопоставления таких резко отличающихся друг от друга промежутков времени удобно сравнивать порядки величин. Например, из таблицы следует, что продолжительность одного дня на восемь порядков (т. е. в 10^8 раз) больше, чем время, в течение которого муха делает один взмах крылышками.

ТАБЛИЦА 2.1

Порядок величин времени

Каждый промежуток составляет 1/10 долю предыдущего промежутка

Время в секундах	Событие
10^{18}	Предполагаемая общая продолжительность существования Солнца в виде обычной звезды
10^{17}	Возраст древнейших скал Время, прошедшее с тех пор, как появились первые живые существа в мировом океане (по данным палеонтологии)
10^{16}	Время обращения Солнца вокруг центра Галактики
10^{15}	Время, прошедшее с эпохи динозавров
10^{14}	Время существования Ниагарского водопада
10^{13}	Время, прошедшее с появления первобытного человека
10^{12}	
10^{11}	Время, прошедшее с появления первобытного земледелия Время, прошедшее с появления первой письменности Время от начала нашей эры
10^{10}	Время, прошедшее после открытия Америки
10^{9}	Продолжительность жизни человека
10^{8}	Время, прошедшее с тех пор, как вы поступили в школу
10^{7}	Время обращения Земли вокруг Солнца (год)
10^{6}	1 месяц
10^{5}	Сутки
10^{4}	Средняя продолжительность игры в бейсбол
10^{3}	Время, в течение которого свет от Солнца доходит до Земли
10^{2}	1 минута
10^{1}	
10^{0}	Промежуток времени между двумя биениями сердца (1 секунда)
10^{-1}	Время, за которое пуля пролетает футбольное поле (90 м)
10^{-2}	Один оборот лопасти электрического вентилятора
10^{-3}	Время, в течение которого муха делает один взмах крылышками
10^{-4}	Период одного колебания в наиболее высоком слышимом звуке
10^{-5}	Время, в течение которого взрывается осветительная ракета
10^{-6}	Время, в течение которого пуля пролетает расстояние, равное размеру буквы
10^{-7}	Время, в течение которого в телевизионной трубке электронный луч проходит расстояние от источника до экрана
10^{-8}	Время, в течение которого свет пересекает комнату
10^{-9}	Время, в течение которого атом излучает видимый свет
10^{-10}	
10^{-11}	Время, в течение которого свет проходит сквозь оконное стекло
10^{-12}	Период вращения молекулы воздуха вокруг собственной оси
10^{-13}	
10^{-14}	
10^{-15}	Время обращения электрона вокруг протона в атоме водорода
10^{-16}	

ТАБЛИЦА 2.1 *Продолжение*

Время в секундах	Событие
10^{-17}	
10^{-18}	
10^{-19}	
10^{-20}	Время обращения внутренних электронов тяжелых атомов вокруг ядра
10^{-21}	
10^{-22}	
10^{-23}	Время, в течение которого свет пересекает атомное ядро

Отметим, что наш собственный опыт, касающийся времени, охватывает примерно десять порядков величин — от 10^{-1} с, т. е. от наименьшего промежутка времени, который мы еще непосредственно можем ощущать, до времени порядка 10^{9} с, что соответствует продолжительности нашей жизни. В промежуток времени, больший еще на два порядка (10^{11} с), входит все то, что мы можем узнать из истории, охватывающей период всего только в несколько сотен поколений. За пределами этого периода мы должны придумывать какие-то особые косвенные методы оценки времени. Изучая, например, разнообразные окаменелости, которые мы находим в геологических образованиях, можно узнать кое-что о возрасте этих образований, а зная порядок, в котором отлагались породы, содержащие окаменелости, можно установить их эволюционную последовательность. Для того чтобы идти еще дальше в глубь веков, надо создать сложные приборы и научиться понимать их показания. Именно таким образом мы можем, например, определить возраст Земли по методу, основанному на законах радиоактивного распада*).

Очень малые промежутки времени, более короткие, чем те, которые доступны непосредственному ощущению (около трех или четырех порядков, приблизительно до 10^{-5} с), можно фиксировать при обычных движениях, совершаемых быстро движущимися телами, или при изменениях в быстро протекающих процессах, например при взрывах. Для воспроизведения еще меньших промежутков времени в качестве особых «часов» можно использовать очень подвижные электроны; получаемые промежутки времени могут быть меньше, чем 10^{-10} с. Еще более короткие промежутки времени, уже не доступные для измерений могут быть установлены лишь на основе изучения процессов, совершающихся в недрах атома. При этом можно пользоваться лишь косвенными данными, позволяющими оценивать те промежутки времени, в течение которых очень быстро изменяются крохотные частицы окружающего нас мира.

*) Об этом можно прочитать в книге: П. М. Харлей, Возраст Земли, Физматгиз, 1962. (*Прим. ред.*)

Рассказать о том, как оцениваются такие промежутки времени и как выглядит мир, если воспринимать его не только нашими органами чувств, но использовать еще приборы, позволяющие улавливать малые доли секунды,— вот одна из основных задач этого курса.

Мы еще не остановились на вопросе о направлении при измерениях времени. Мы продолжаем исходить из наших ощущений как при рассмотрении очень медленных, так и при рассмотрении невероятно быстро протекающих процессов. Поступая так, мы узнаем все больше и больше об окружающем нас мире.

2.8. О направлении времени

Вся наша жизнь неразрывно связана с различием между прошлым и будущим. Время неумолимо движется вперед. Мы легко вспоминаем прошлое, но с трудом можем предсказывать будущее,— разве лишь на очень короткие промежутки времени. Нам кажется, что время обладает естественным направлением.

Сначала наступает рождение, а затем следует смерть и процесс жизни никогда не протекает в обратном направлении.

Однако в большинстве физических расчетов различие между прошлым и будущим не так уж существенно. При вычислении работы безразлично, идет ли время вперед или назад. Например, если бы сделать киносъемку планеты, движущейся по своей орбите вокруг Солнца и спроецировать этот фильм на экран, то было бы очень трудно сказать, работает ли проектор в прямом или в обратном направлении. Точно так же мы можем предсказать затмения Солнца на тысячи лет вперед; но мы легко можем «предсказать» и когда происходили затмения в прошлом. Результаты исторических изысканий подтверждают наши математические выводы. Солнечная система рассматривается просто как некий гигантский механизм, состоящий из немногих движущихся частей, который всегда занимает определенное положение в мировом пространстве вслед за каким-то другим положением; этот механизм с одинаковым успехом может двигаться как «вперед», так и «назад».

В физике, однако, есть много случаев, в которых время имеет вполне определенное направление. Если пользоваться аналогией с кинофильмом, то можно придумать много разных случаев, когда фильм, пущенный в обратном направлении, будет создавать совершенно фантастическое представление о событии — например, стакан, падающий со стола и вдребезги разбивающийся о пол, художник, смешивающий вместе красную и белую краски, дом, сносимый ураганом и т. п. Все это сложные события, состоящие из многих простых событий и, если при проецировании они происходят в обратном порядке, то они представляются нам «неправильными» главным образом потому, что такие события требуют слишком большого числа случайных совпадений. С подобными случаями мы еще встретимся в этом курсе. Однако уже теперь мы можем по меньшей мере сказать, что различие между прошлым и будущим имеет очень важное значение при описании сложных событий.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Сравните кажущуюся высоту колонн *1*, *2* и *3* на рис. 2.8. Каково действительное соотношение их высот? Какой метод вы применяете для проверки ваших ощущений?

2. Проверьте ваше чувство времени и попробуйте оценить промежутки времени, равные 1/2, 1 и 3 мин. Запишите ваши ошибки в каждом случае. Какова величина ошибки по отношению к оцениваемому промежутку времени?

3. Сделайте маятник из куска веревки и небольшого грузика. Подберите его длину таким образом, чтобы за 1 с он совершал одно полное колебание. Какова будет ошибка в величине периода за промежуток времени в 1 мин? Какую часть составляет ошибка от времени эксперимента?

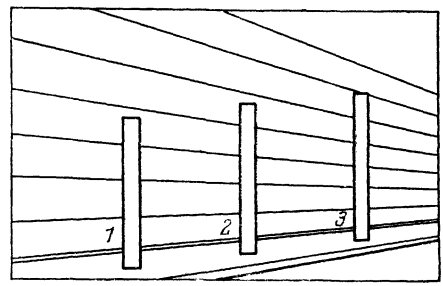


Рис. 2.8. К задаче 1.

4. Проект самодельных часов. Первые важные опыты по наблюдению за движением падающих тел Галилей выполнил до появления точных часов. Для измерения в своих опытах малых промежутков времени он применял простейшие часы, которые вы легко можете сделать сами. В дне жестяной банки сделайте гвоздем маленькую дырочку. Наполните банку почти до краев водой и измерьте количество воды, которое вытекает за 10, 20 и 30 с. Пользуясь этим методом, вы можете измерять время в секундах. Каковы основные источники ошибок в этом устройстве? Можете ли вы уменьшить ошибки? Вспомните, что Галилей, применяя для измерения времени такие же часы, открыл важнейшие законы физики.

5*. Как изменится рис. 2.5, если скорость съемки уменьшится? (Раздел 2.4.)

6*. Что вы можете извлечь из рис. 2.5, просто наблюдая за тем, как разрывается детский воздушный шарик, когда сквозь него пролетает пуля? (Раздел 2.4.)

7*. Кусок нити быстро разрывается. Какую последовательность событий вы увидите, если этот разрыв сфотографировать с помощью высокоскоростной съемки? (Раздел 2.4.)

8*. Высокоскоростная кинокамера может производить съемку со скоростью 240 000 кадров в минуту. Сколько секунд проходит между двумя последовательными кадрами? (Раздел 2.4.)

9*. Какое расстояние будет проходить пуля от одного кадра к другому на рис. 2.5, если удвоить скорость съемки? (Раздел 2.4.)

10. Пуля летит со скоростью 1 000 м/с. Сколько раз в секунду должна производиться вспышка света, чтобы на фотографии можно было получить изображение пули на отрезке длиной в 10 см?

11. У школьника есть кинопроектор со скоростью проекции 16 кадров в секунду. Его съемочной камерой можно снимать с различной скоростью. Он хочет снять футбольный матч так, чтобы при проецировании казалось, что движение происходит вдвое медленнее, чем в действительности. Школьник считает, что он должен вести съемку со скоростью 8 кадров в секунду, но его приятель утверждает, что снимать нужно со скоростью 32 кадра в секунду. Кто из них прав и почему?

12. Киносъемку растений можно производить таким образом, что процесс роста растений будет иметь в фильме скорость, сравнимую со скоростью движения животных. Если время, необходимое для полного роста растения, равно 50 дням, а демонстрация снятого фильма должна занять 10 мин, то какими должны быть промежутки времени между съемкой последовательных кадров? (Допустим, что скорость проекции фильма равна 24 кадрам в секунду.)

13. Время срабатывания затвора фотоаппарата равно 1/25 с. Какой путь пройдет винтовочная пуля (ее скорость примерно равна 850 м/с) при съемке с экспозицией в 1/25 с? Какова должна быть скорость срабатывания затвора, чтобы перемещение пули за время экспозиции составляло лишь 0,1 см?

14. а) Стальной шарик падает из состояния покоя (т. е. не обладая начальной скоростью) и проходит 15 см. Сколько времени будет продолжаться это падение? Бросьте шарик и попробуйте оценить время его падения.

б) Установка, изображенная на рис. 2.9, сделана для того, чтобы измерять время, в течение которого падающий стальной шарик проходит путь, равный 15 см. Опишите, как можно использовать эту установку, если диск проигрывателя вращается со скоростью 78 оборотов в секунду.

15*. Вращающийся диск с нанесенной на нем радиальной меткой рассматривается через стробоскоп с одной щелью, который вращается приблизительно с той же скоростью, что и диск. Если радиальная метка представляется медленно вращающейся в обратном направлении, то стробоскоп вращается с меньшей или большей скоростью, чем диск? (Раздел 2.5.)

16*. Диск стробоскопа имеет 4 щели и за 10 с делает 6 оборотов. Чему равен промежуток времени между двумя последовательными мельканиями, которые видны через стробоскоп? (Раздел 2.5.)

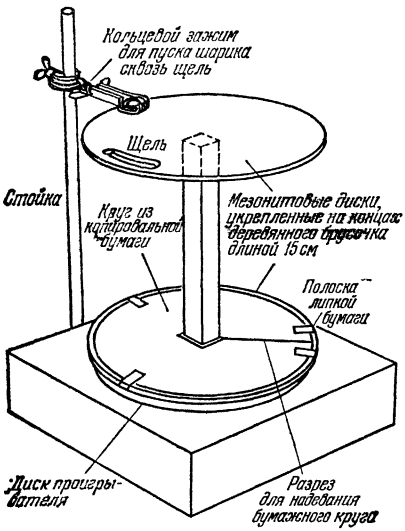


Рис. 2.9. К задаче 14.

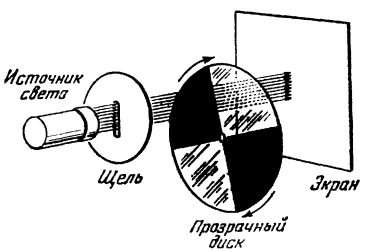


Рис. 2.10. К задаче 18.

17. При постоянной скорости вращения стробоскопа с 10 щелями в течение 20 с было установлено, что вал мотора совершает один оборот за 1/40 с. Сколько оборотов сделал диск стробоскопа?

18. В одном из опытов узкий пучок света преобразуется в серию импульсов с помощью прозрачного диска, частично зачерненного, как это изображено на рис. 2.10. Диск совершает 30 оборотов в секунду. Какова длительность светового импульса? Чему равен промежуток времени от середины одного светового импульса до середины другого?

19. Стробоскоп имеет 10 щелей, проделанных в непрозрачном диске. Найдите число оборотов стробоскопа, если он «останавливает» движение молоточка работающего электрического звонка, совершающего в секунду 10 колебаний.

20. Рассмотрим работающий вентилятор с четырьмя одинаковыми лопастями. Для того чтобы они казались неподвижными, диск стробоскопа с четырьмя щелями должен сделать за 10 с 80 оборотов. Каковы возможные скорости вращения лопастей? Как изменится ответ, если одна из лопастей вентилятора будет другого цвета?

21. Допустим, что при измерении частоты вибратора с помощью 12-щельного ручного стробоскопа вы нашли, что прерыватель совершает 8 кажущихся колебаний за 15 с, в течение которых стробоскоп совершил 33 оборота.

а) Чему равна вычисленная частота, если не принимать во внимание 8 кажущихся колебаний?

б) Если вы знаете, что ваш стробоскоп вращается слишком быстро, примите во внимание 8 кажущихся колебаний и найдите истинную частоту вибратора.

в) Сравните процентную ошибку, которая вводится, если не учитывать кажущиеся колебания, с ошибкой, вводимой при неточности измерения 15 с в 0,3 с.

22*. Что вы увидите, если будете рассматривать через вращающийся стробоскоп его изображение в зеркале? (Раздел 2.5.)

23. а) Сколько поколений прошло со времени появления первобытного человека?

б) Приблизительно сколько оборотов вокруг своей оси делает молекула воздуха за время одного оборота Земли вокруг Солнца? (См. табл. 2.1.)

24. Очень хорошие часы идут вперед или отстают не больше чем на 1 мин в месяц. Другие часы идут с точностью 1/100 процента. Какие часы более точные?

25*. Запишите следующие числа как соответствующие степени числа 10: 100; 10 000 000; 0,001; 0,0000001; 1/10 000; 1. (Раздел 2.7.)

26*. Выразите порядок величины каждого из следующих чисел: $1{,}21 \cdot 10^2$; $9{,}01 \cdot 10^4$; 0,0008; 0,0201. (Раздел 2.7.)

27. а) В 1963 г. население США составляло около 190 000 000 человек. Запишите это число по способу, изложенному в разделе 2.7. Каково это число по порядку величины?

б) Запишите этим же способом число, выражающее бюджет США, составляющий 92 миллиарда долларов.

в) Используя ту же систему записи, оцените, какая часть от общего бюджета приходится в среднем на одного жителя США.

28. Используя систему записи чисел, изложенную в разделе 2.7, произведите следующие вычисления:

а) $0{,}00418 \cdot 39{,}7$;

б) $6\,000 : 0{,}012$;

в) $0{,}703 \cdot 0{,}014 : 280\,000$.

29. Часы тикают 5 раз в секунду. Оценивая в ответе только порядок величины, подсчитайте, сколько раз часы тикают:

а) в течение дня;

б) в течение года.

30. Допустим, что население США составляет $1{,}9 \cdot 10^8$ человек и из них в Нью-Йорке живет $7{,}5 \cdot 10^6$ человек. Сколько человек живет в остальных местах страны?

31. а) Сердце человека совершает в среднем 72 удара в минуту. Оцените порядок величины числа ударов, совершаемых сердцем человека в течение его жизни продолжительностью 70 лет.

б) Основная единица времени для атомного ядра (что-то вроде периода «сердцебиения») имеет порядок 10^{-22} с. Сколько ядерных «ударов» совершается за «время жизни» радиоактивного ядра, существующего только одну миллиардную долю секунды?

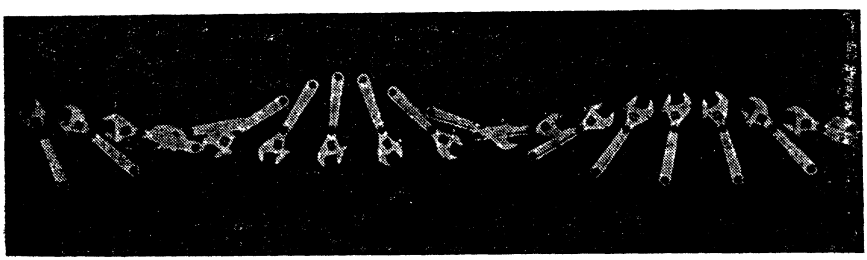


Рис. 2.11. К задаче 32*.

32*. В каком направлении двигался гаечный ключ, изображенный на рис. 2.11? Как можно определить на серии снимков, изображенных на рис. 2.5, какой из снимков является первым? (Раздел 2.8.)

ГЛАВА

3 ПРОСТРАНСТВО И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

Предыдущую главу мы начали с описания времени как одного из основных понятий науки и затем продолжали наш рассказ о времени. Вероятно, вы заметили, что наше обсуждение мы не могли ограничить только одним понятием времени. Мы говорили также о положениях тел и расстояниях между ними, о движении и о материи.

Эти понятия также относятся к числу основных и тесно переплетаются друг с другом. Невозможно обсуждать какое-нибудь одно из них, не затрагивая при этом всех остальных. Для большей ясности эти понятия удобно рассматривать одно за другим, хотя в природе они проявляются вовсе не одно за другим, а совместно.

Для того чтобы умело пользоваться этими понятиями, нам нужно тщательно разобраться в каждом из них, хотя, строго говоря, неясно, с чего следует начинать. Наилучший метод — и вся наша история подтвердила это — состоит в том, чтобы переходить от одного из основных понятий к другому, узнавать по мере возможности что-то новое и использовать полученные данные для более глубокого понимания основных понятий. Например, мы используем наше примитивное представление о пространстве для того, чтобы углубить наше представление о времени. Затем мы можем использовать наше более совершенное представление о времени для развития и углубления представления о пространстве. Но пока мы заняты этим делом, мы не должны забывать, что сама физика неделима и рассматривает всю Вселенную, частью которой мы являемся. Мы разделяем физику на разделы лишь для удобства, и всегда нужно помнить, что потом мы должны снова соединить их все вместе.

С полной уверенностью мы можем считать, что объем и протяженность, как части пространства, наряду со временем определяют природу мира. Подумайте о Солнце, ослепительные лучи которого заливают Землю ярким светом; оно дает тепло нашим полям, на которых зреют хлеба, и предотвращает опасность превращения Земли в мертвую, замерзшую планету. Солнце кажется нам громадным ярким диском, настолько ослепительным, что на него нельзя смотреть невооруженным глазом. Сравните его со звездой, которая днем вообще невидима, а в темную ночь кажется нам крохотной сверкающей искоркой. А ведь разница между ними только в расстоянии, на котором они находятся от Земли. Солнце — это звезда, расположенная «близко» от нас. Маленькая сверкающая звездочка, в действительности являющаяся чудовищно раскаленным солнцем, по-

хожим на наше светило, находится на относительно большом расстоянии от Земли.

Или другой пример из области очень малого. Вы знаете, что для невооруженного глаза капля воды из пруда представляется просто немного мутной. Под микроскопом же она похожа на джунгли, заселенные растительными и животными особями, которые живут, преследуют друг друга и спасаются друг от друга. За пределами досягаемости микроскопа находится еще более чудесная часть мира — мир атома, который мы также будем изучать.

Когда мы говорим, что Солнце расположено «близко» от нас по сравнению с другими звездами или что Бомбей находится «далеко» по сравнению с любыми городами нашей страны, мы уже начинаем измерять расстояние, т. е. уже применяем понятие размера. Любые размеры пространства удобней всего сравнивать между собой по схеме, которой мы уже пользовались при сравнении промежутков времени. Нам нужно пользоваться только счетом. Для того чтобы измерить какое-нибудь расстояние, мы должны сосчитать, сколько раз в нем укладываются концы наших расставленных пальцев или линейка, или за сколько одинаковых шагов мы можем его пройти.

3.1. Единица расстояния

Каждый народ имел свою собственную единицу длины. Охотничьи племена, например северо-американские индейцы, использовали для измерения длины шаги, дальность полета стрелы и расстояние, которое можно пройти за день. Когда возникла необходимость в землемерии для ирригационных и сельскохозяйственных целей, стали применять рейки стандартной длины. Во времена Древнего Египта, когда воздвигались гигантские каменные постройки, довольно широко применялась стандартная единица длины — локоть, или расстояние от конца локтевой кости до конца среднего пальца. Во времена Птолемея существовали профессиональные ходоки, которые помогали при составлении карт и отмеряли расстояние по дорогам, измеряя его в особых единицах — стадиях. В средние века, когда возросло влияние европейских наций, появилось много различных единиц измерения. В Англии длина измерялась дюймами, футами, ярдами, родами (около 5 м), фурлонгами (около 200 м), милями и лигами (около 4,8 км). Все эти единицы соответствовали каким-то удобным расстояниям, которые в свое время принимались за стандарт.

После Французской революции правительство Франции повело решительную борьбу против всего традиционного и старомодного. Одним из первых мероприятий нового правительства Франции было создание группы ученых («экспертов», как мы называли бы их сейчас) для разработки рациональной системы единиц для всех измерений, производимых как в обычной, повседневной жизни, так и в области науки и техники. Эта группа ученых установила, помимо многих других эталонов, эталоны длины, которые получили весьма широкое распространение в науке и почти столь же широкое —

в повседневной жизни. Новая система единиц получила название *метрической* — в ней за основную единицу длины был принят метр (от греческого слова metron — измерять). Ученые пришли к выводу, что за эталон длины лучше принять более постоянную величину, чем длина шага, и, кроме того, они убедились в преимуществах десятичной системы. За метр была принята одна десятимиллионная часть (10^{-7}) расстояния от экватора до северного полюса. В 1790 г. это расстояние было довольно хорошо известно в пределах той точности, с которой были установлены базисные линии для Европы. Таково происхождение метрической системы, которая и в наши дни применяется в физике во всех странах.

Однако одно дело определить метр как 10^{-7} долю одной четверти окружности Земли, а другое дело нанести это расстояние на короткий металлический стержень. Вообще говоря, совсем не обязательно, чтобы эталонный метр был определен, исходя из длины окружности земного шара. В качестве стандарта длины мы применяем теперь эталонный метровый стержень, изготовленный во Франции, по которому было весьма тщательно изготовлено множество копий.

Названия и определения метрических единиц длины:
1 километр (км) = 10^{3} метров (м);
1 сантиметр (см) = 10^{-2} м;
1 миллиметр (мм) = 10^{-3} м = 10^{-1} см;
1 микрометр (мкм) = 10^{-6} м = 10^{-3} мм;
1 ангстрем (Å) = 10^{-10} м = 10^{-8} см.

Обратите внимание, что приставка *кило* означает 10^{3}, *санти* — 10^{-2}, *милли* — 10^{-3} и *микро* — 10^{-6}. Часто применяется и другая приставка—*мега*, означающая 10^{6}. Греческие и латинские приставки применяются для обозначения десятичной кратности целому ряду самых разнообразных единиц. Слыхали ли вы когда-нибудь о мегоме или микрофараде? А знаете ли вы, что такое миллисекунда?

В этом курсе, для экономии времени и места, будем следовать практике, установившейся у физиков, и во всех случаях — когда это удобно — применять приведенные сокращения вместо полных наименований единиц.

3.2. Измерение больших расстояний. Триангуляция

Для измерения достаточно больших расстояний на земной поверхности можно использовать метод, состоящий в том, что определяется, сколько раз какой-то стандарт длины укладывается «конец к концу» на измеряемом расстоянии.

Этот метод часто применяется при межевании, но во многих случаях он оказывается неудобным. Для определения расстояния до какого-нибудь объекта, расположенного за рекой, или для измерения высоты горы, или, наконец, для определения расстояния до звезды мы можем использовать очень простой косвенный метод. Этот метод, основанный на геометрических свойствах треугольника, называется *триангуляцией.*

Один из способов определения расстояния с помощью триангуляции изображен на рис. 3.1. Допустим, что нам нужно определить расстояние AT, причем точки A и T находятся на разных берегах реки. Для этого визируем через две стойки A и B дерево T, расположенное на другой стороне реки. Затем при помощи большого плотницкого угольника строим прямой угол BAC. После этого забиваем стойку в точке C, находящейся на определенном расстоянии от A. Далее продолжаем линию AC и забиваем в землю другую стойку D, также на каком-то известном расстоянии от C. Теперь строим прямой угол CDE. Затем вбиваем стойку E в точке, расположенной на линии, проходящей через дерево T и точку C. И, наконец, определяем расстояние DE.

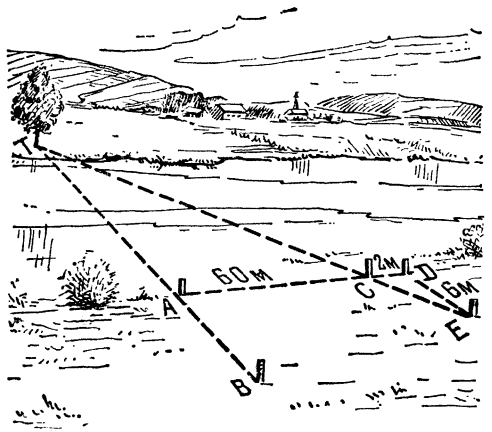


Рис. 3.1. Измерение расстояния триангуляционным методом.

Как видно из рис. 3.1, треугольники TAC и EDC подобны, потому что они имеют по два равных угла (углы TAC и EDC — прямые, а углы TCA и ECD равны как вертикальные). Поэтому сходственные стороны пропорциональны, и мы можем написать $AT/DE = AC/DC$. Отсюда

$$AT = (AC/DC) \cdot DE.$$

Если мы измерим AC, DC и DE, то можем определить расстояние AT через реку. Например, пусть измеренные расстояния имеют следующие значения: $AC = 60$ м, $DC = 2$ м и $DE = 6$ м; тогда

$$AT = (60/2) \cdot 6 \text{ м} = 180 \text{ м}.$$

Мы можем упростить процедуру этих измерений. Нужно построить прямой угол TAC, отмерить удобное расстояние AC, называемое базисом, и измерить угол TCA. После этого, сделав чертеж, легко получить ответ.

Можно сконструировать прибор, при помощи которого измерение углов и все геометрические построения будут производиться автоматически. Примером такого триангуляционного прибора для измерения расстояний просто с помощью глаза является дальномер, имеющийся почти во всех хороших фотоаппаратах. Базис поля зрения дальномера не превышает размера фотоаппарата, и удаленный объект будет виден с обоих концов базиса почти под одинаковыми углами. Где пересекутся линии, проведенные через конечные точки базиса и объект,— сказать трудно. Поэтому с помощью дальномера фотоаппарата можно измерять расстояния только до близких объек-

тов. Можно сделать дальномер с бóльшим базисом, и тогда легко убедиться, что чем больше базис, тем большее расстояние можно измерять с его помощью.

У больших дальномеров на военных кораблях величина базиса ограничена размерами корабля. Для измерения расстояний до планет астрономы используют базисы, превышающие радиус земного шара. Наибольший базис, которым они располагают, представляет собой диаметр земной орбиты, т. е. расстояние от одной точки на пути Земли вокруг Солнца до другой, достигаемой Землей через полгода.

Измерения такого рода являются пределом, который может быть достигнут при определении больших расстояний геометрическим методом.

Используя базис для измерения расстояния до какого-нибудь объекта, мы должны определить направление на объект с обоих концов базиса (рис. 3.2). Для определения этих двух направлений астроном, использующий в качестве базиса диаметр земной орбиты, должен располагать методом установления какого-то определенного направления при выполнении наблюдений с одного и другого концов диаметра. Для того чтобы определить это направление, он пользуется наиболее удаленными звездами. Он выбирает именно такие звезды, так как они не изменяют своего видимого положения друг относительно друга. При этом он использует хорошо знакомое вам обстоятельство. Когда вы едете в автомобиле с большой скоростью и смотрите в окно, то предметы, расположенные ближе к вам, представляются вам движущимися в обратном направлении, а отдаленные детали пейзажа кажутся неподвижными. Подобным же образом наиболее удаленные звезды представляются нам неподвижными друг относительно друга и обнаруживают совершенно незначительные или даже едва заметные перемещения за тысячи лет. Поэтому мы и называем их неподвижными звездами и можем использовать для установления определенного направления из любой точки орбиты Земли.

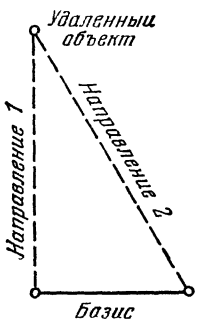
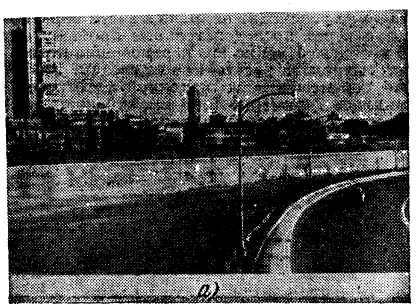


Рис. 3.2. Если мы измерили длину базиса и знаем направление на удаленный объект с каждого конца базиса, то можно найти расстояние до объекта.

В отличие от очень удаленных звезд, звезды, расположенные ближе, кажутся нам перемещающимися относительно удаленных, так как мы сами движемся по земной орбите от одной ее точки к другой. Это кажущееся перемещение близких звезд совершенно аналогично перемещению, которое вы видите из окна автомобиля, или перемещению, которое наблюдаете, когда на палец перед вашими глазами смотрите сначала одним глазом, а затем другим. Нам кажется, что палец изменяет свое положение относительно далеко расположенной стены; чем ближе к вашему лицу находится палец, тем больше его кажущееся перемещение.

На рис. 3.3 изображен другой пример такого перемещения*).

На рис. 3.4 изображена упрощенная схема, иллюстрирующая метод, который применяют астрономы для определения расстояния до близких звезд, используя диаметр земной орбиты в качестве базиса. Для того чтобы уяснить основную идею этого метода, допустим, что астроному повезло: в какой-то момент времени он видит, что одна из близких звезд лежит на прямой линии, проходящей через глаз наблюдателя (точнее, через центр объектива фотоаппарата) и через далекую звезду. Тогда астроном ожидает полгода, чтобы Земля



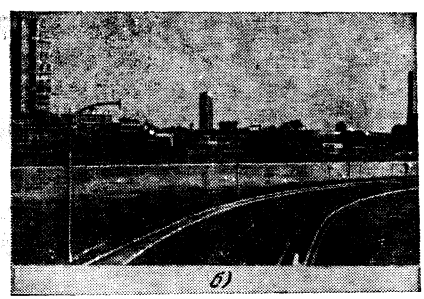


Рис. 3.3. Эти фотографии сняты с двух точек, расположенных друг от друга на расстоянии 9 м Небоскреб в центре снимка, находящийся на расстоянии 4 км, на обоих снимках получился в одном и том же месте. Обратите внимание на кажущееся перемещение других объектов.

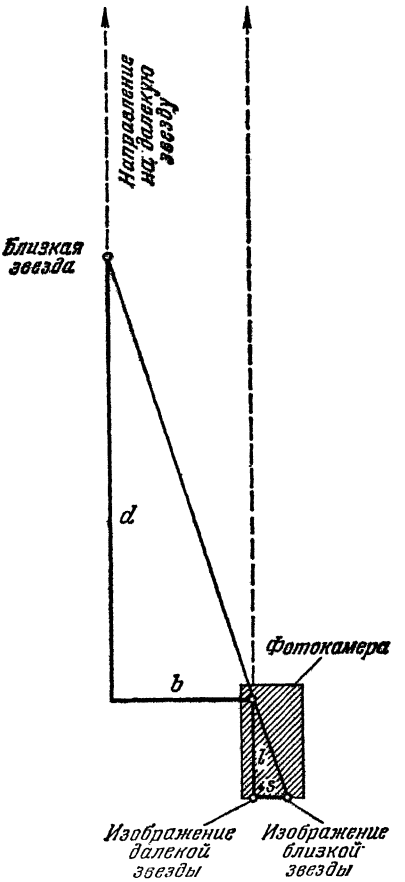


Рис. 3.4. К определению расстояния до близкой звезды геометрическим методом. Базис b — диаметр земной орбиты; d — расстояние до близкой звезды; l — длина пути света в фотокамере. Треугольники, изображенные на этом рисунке, подобны, поэтому $s/b=l/d$ или $d=bl/s$.

*) Это кажущееся перемещение одного объекта по отношению к другому называется параллаксом. Параллакс отсутствует только в том случае, когда оба объекта находятся на очень большом расстоянии или когда расстояния до них одинаковы. В этом случае при нашем движении не наблюдается перемещение одного объекта относительно другого.

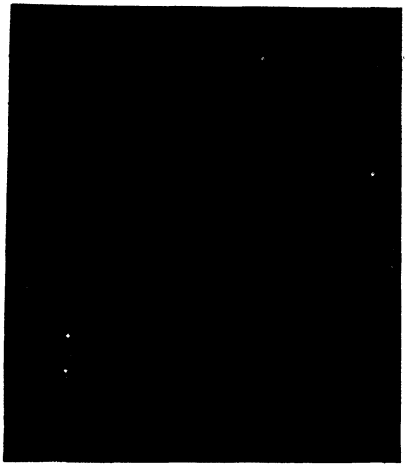
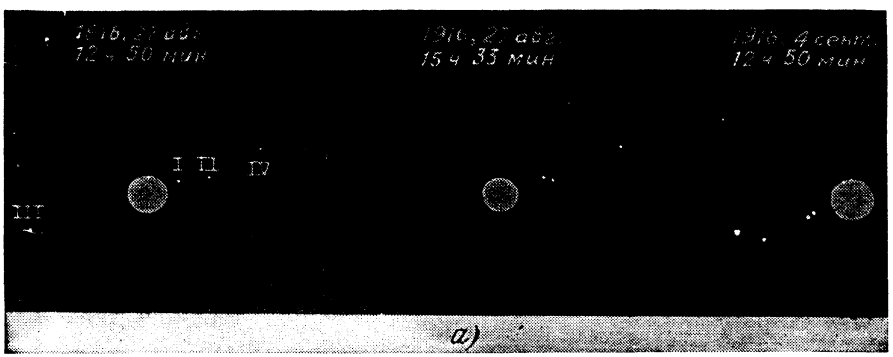


Рис. 3.5. Изменение положения близкой звезды (звезда Барнарда) относительно очень далеких «неподвижных» звезд. Были сделаны три снимка с промежутками в 6 месяцев на 24-дюймовом телескопе. На приведенной фотографии они наложены друг на друга. Изображения двух очень далеких неподвижных звезд, находящихся в верхнем правом углу, совпадают на всех трех снимках, тогда как три изображения звезды Барнарда (слева внизу) смещены друг относительно друга как по вертикали, так и по горизонтали. Вертикальное смещение изображения — результат «собственного» прямолинейного движения звезды по отношению к неподвижным звездам, горизонтальное смещение — кажущееся перемещение положения звезды, видимое из двух крайних точек диаметра земной орбиты. Отметим, что это перемещение происходит направо и затем обратно налево через последовательные промежутки в 6 месяцев. Именно это перемещение позволяет вычислить расстояние до звезды. Величина перемещения на исходной фотографии равнялась примерно 0,03 мм, что дает для расстояния до звезды около $6 \cdot 10^{13}$ км.



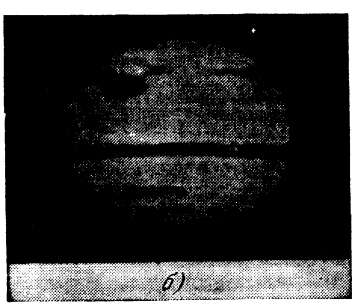


Рис. 3.6. *а*) Юпитер и его наиболее яркие спутники. Когда мы пытаемся измерить расстояния, превышающие размеры Земли, необходимо пользоваться телескопом, расширяющим возможности наших органов чувств. Планету Юпитер можно увидеть невооруженным глазом, но выглядит она как яркая звезда. Замечали ли вы когда-нибудь при наблюдении этой планеты, что она не мерцает так, как мерцает обычная звезда? Приведены три фотографии планеты Юпитер, сделанные в разное время с помощью небольшого телескопа. Четыре спутника, изображенные на рисунке, были открыты еще Галилеем и часто называются галилеевыми лунами. *б*) Вы видите планету Юпитер, сфотографированную с помощью 200-дюймового Паломарского телескопа. Обратите внимание, насколько больше деталей видно на этой фотографии. На ней видна даже тень от одного из спутников. Диаметр Юпитера равен по порядку величины 10^8 м, планета находится на расстоянии порядка 10^{12} м от Земли.

оказалась на другом конце базиса, и фотографирует далекую звезду, направление на которую должно остаться прежним. Поскольку Земля движется, обе звезды, близкая и далекая, уже не лежат на одной прямой, соединяющей близкую звезду и центр объектива фотоаппарата, и на фотопластинке получаются два отдельных изображения. Так как направление на далекую звезду сохраняется прежним, расстояние s между изображениями на фотопластинке будет относиться к диаметру b земной орбиты, как длина пути l света в фотоаппарате относится к расстоянию d до близкой звезды. В этом вы можете убедиться, рассматривая подобные треугольники на рис. 3.4. Конечно, если далекая звезда окажется расположенной не так, как это изображено на рис. 3.4, задача окажется немного сложнее, но в принципе метод останется прежним.

Для большей наглядности на рис. 3.4 мы использовали такую близкую звезду, расстояние до которой только в несколько раз больше диаметра земной орбиты. В действительности таких близких звезд не существует. Даже если мы используем в качестве базиса диаметр земной орбиты, изменение направления на близкую звезду окажется очень малым, так как ее расстояние от Земли примерно равно 135 000 диаметров земной орбиты (около $4 \cdot 10^{16}$ м). Этим методом можно измерить расстояние лишь до нескольких сотен звезд, расположенных сравнительно близко (рис. 3.5). Для измерения больших расстояний во Вселенной мы должны применять другие методы, один из которых кратко рассмотрен в разделе 4.3.

Планеты настолько близки, что при рассмотрении их даже с помощью небольшого телескопа большинство из них имеет вид круглых дисков (рис. 3.6). Это понятно, поскольку мы можем ожидать, что планеты имеют сферическую форму и размеры того же порядка, что и размеры Земли. Звезды же не имеют вида дисков даже в том случае, когда они рассматриваются с помощью Паломарского телескопа. Они находятся слишком далеко от нас. Астрономы располагают особыми методами измерения диаметров звезд. Если бы звезды были ближе к нам, то они казались бы множеством пылающих солнц.

В табл. 3.1 приведены данные о расстояниях от привычных до самых больших и до самых маленьких, которые можно измерить при помощи линейки, геометрическим и, наконец, оптическим методами. В табл. 3.2 приведены также бóльшие расстояния, выходящие за пределы тех, которые еще можно измерить этими методами. Приемы, при помощи которых геометрические методы измерения расстояний удалось распространить за пределы того, что можно достичь, применяя наибольшие базисы и наилучшие угловые инструменты, весьма многочисленны и остроумны.

Совокупность сотен миллиардов далеких солнц образует нашу Галактику. А наше Солнце является, вероятно, самым обыкновенным, хотя и довольно почтенным членом этого семейства. За пределами нашей Галактики существует скопление других галактик, родственных нашей и нередко находящихся на столь далеких расстояниях, что они могут быть обнаружены только с помощью самых больших

ТАБЛИЦА 3.1

Порядки величин расстояний, измеренных линейкой, геометрическим и оптическим методами

Длина в метрах	Расстояние
10^{18}	Наибольшее расстояние, измеренное из наблюдений параллакса
10^{17}	Расстояние до ближайшей звезды
10^{16}	
10^{15}	
10^{14}	
10^{13}	Расстояние от Нептуна до Солнца
10^{12}	Расстояние от Сатурна до Солнца
10^{11}	Расстояние от Земли до Солнца
10^{10}	Расстояние от Меркурия до Солнца
10^{9}	Средняя длина тени от Земли. Радиус Солнца
10^{8}	Среднее расстояние от Земли до Луны. Диаметр Юпитера
10^{7}	Радиус Земли
10^{6}	Радиус Луны
10^{5}	Длина озера Эри
10^{4}	Средняя ширина Большого Каньона
10^{3}	1 километр
10^{2}	Длина футбольного поля
10^{1}	Длина тени дерева
10^{0}	1 метр
10^{-1}	Ширина ладони
10^{-2}	Диаметр карандаша
10^{-3}	Толщина оконного стекла
10^{-4}	Толщина листа бумаги
10^{-5}	Диаметр красного кровяного шарика

ТАБЛИЦА 3.2

Порядки величин расстояний, недоступных измерению геометрическим методом

Длина в метрах	Расстояние
10^{25}	Расстояние до самого далекого объекта (одна из галактик)
10^{24}	Область галактик
10^{23}	Область галактик
10^{22}	Расстояние до Большой туманности в созвездии Андромеды
10^{21}	Расстояние до Малого Магелланова Облака
10^{20}	Расстояние от Солнца до центра нашей Галактики Расстояние до шарового скопления в созвездии Геркулеса
10^{19}	Расстояние до Полярной звезды

телескопов (рис. 3.7). Они простираются во всех направлениях и из-за дальности расстояния имеют вид размытых небольших скоплений, хотя в действительности они подобны нашей Галактике. Одна из ближайших галактик — Большая туманность в созвездии Андромеды, которую можно увидеть невооруженным глазом в темную ясную ночь (рис. 3.8 и 3.9). Из фотографий неба, полученных

Рис. 3.7. Шаровое звездное скопление в созвездии Геркулеса расположено настолько далеко от Земли, что это расстояние нельзя измерить геометрическими методами. Эта фотография, сделанная с помощью Паломарского 200-дюймового телескопа, иллюстрирует прекрасный пример шарового скопления в северной части неба. При хороших условиях это скопление видно простым глазом в виде туманного светлого пятнышка. Диаметр скопления виден глазом под углом 18′. На самом деле, как это видно на фотографии, скопление состоит из тысяч звезд, большинство которых больше и ярче Солнца. Хотя нам кажется, что эти звезды расположены чрезвычайно близко друг к другу, на самом деле расстояния между ними в среднем приблизительно в 50 000 раз больше расстояния между Землей и Солнцем. Из-за громадного расстояния, на которое удалено скопление от Земли, совокупность образующих его звезд представляется нам в виде сплошной светящейся массы. Каким образом мы могли бы оценить расстояние, на которое эти звезды удалены от Земли?

с помощью большого Паломарского телескопа, следует, что во Вселенной рассеяно около миллиарда удаленных галактик. Однако сколько их существует на самом деле, мы сказать не можем.

3.3. Малые расстояния

Если мы теперь пойдем в другом направлении, в область очень малых расстояний, то мы по-прежнему сможем использовать прямые геометрические методы. Не так уж трудно измерить толщину тонкого листа бумаги, если таких листов много. Сложите в стопку сто листов бумаги, возьмите линейку и измерьте толщину стопки; на линейке вы отметите толщину ста листов. Такой простой косвенный метод очень часто используется в физике. Конечно, если листы бумаги обладают разной толщиной, то полученный результат не будет соответствовать толщине реальных листов, а будет представлять собой некоторую среднюю их толщину. Для многих целей этого достаточно. В результате такого измерения мы получаем толщину листа в предположении, что все листы совершенно одинаковые.

Рис. 3.8. Большая туманность в созвездии Андромеды. Громадный звездный остров во Вселенной, напоминающий нашу Галактику и при благоприятных условиях видимый невооруженным глазом в виде туманного светлого пятнышка под углом около 3°. Эта туманность представляет собой наиболее удаленный объект, еще видимый невооруженным глазом. Ее диаметр того же порядка, что и диаметр Млечного Пути, и составляет около 100 000 световых лет. На этой фотографии, сделанной с помощью 48-дюймового телескопа, видны также два спутника Большой туманности (недалеко от центра справа и слева).

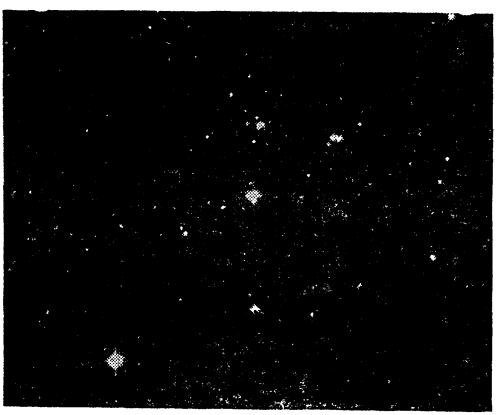


Рис. 3.9. Скопление галактик в созвездии Волосы Вероники. Эта фотография сделана с помощью 200-дюймового телескопа. Если внимательно рассматривать на ней светлые пятнышки, то можно заметить, что некоторые из них по форме очень похожи на такие же пятнышки, видимые в туманности Андромеды и представляющие собой спутники галактики (см. рис. 3.8). В действительности эти пятнышки представляют собой туманности различной формы и поразному ориентированные. Из данных о размере этих пятнышек следует, что скопление таких галактик удалено от нас на расстояние, в 20 или 30 раз большее, чем Большая туманность в созвездии Андромеды. Для наблюдателя, находящегося в одной из этих галактик, туманность Андромеды и наша Галактика (Млечный Путь) будут казаться двумя соседними членами удаленного скопления звезд, воспринимаемыми как два пятнышка.

Этот пример с определением толщины одного листа показывает, каким образом мы можем распространить основную идею счета на измерение малых расстояний. Другим применением идеи счета к измерению малых расстояний может быть использование винтовой нарезки. Если винт, закрепленный в неподвижной муфте, повернуть на один оборот, то он переместится на расстояние, равное шагу

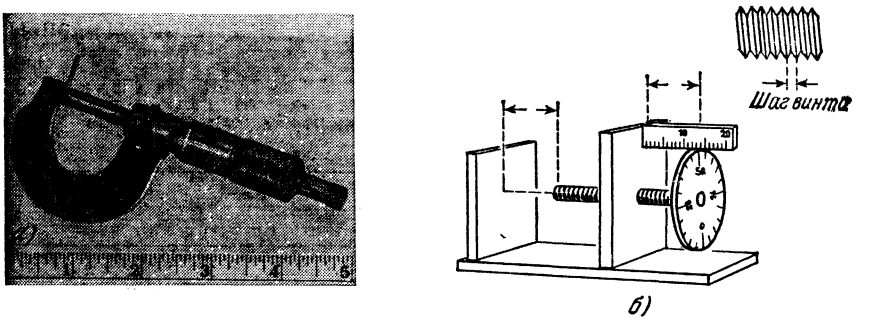


Рис. 3.10. Микрометр (*а*) и его модель (*б*). При помощи этого инструмента можно определять размеры очень малых объектов, например толщину листа бумаги. Основная часть микрометра представляет собой винт. Обратите внимание на шкалу, нанесенную на барабан винта, соответствующий диску на рис. *б*); эта шкала позволяет измерять доли одного оборота. Каким образом винт помогает нам точно измерять малые расстояния?

винта, т. е. на расстояние, соответствующее одному витку нарезки. Разделив один оборот, скажем, на 100 частей, вы можете разделить и перемещение винта на 100 равных частей. В этом состоит принцип действия микрометра (рис. 3.10). Другие аналогичные приемы помогут уже немного, и для того чтобы идти дальше в сторону еще

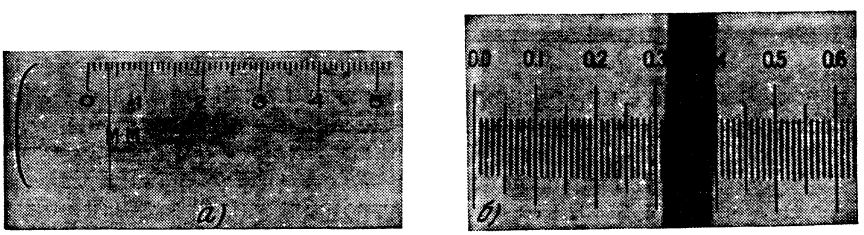


Рис. 3.11. Размер человеческого волоса. *а*) Волос, пересекающий миллиметровую шкалу линейки. Сколько волос нужно было бы поместить рядом, чтобы заполнить промежуток между двумя соседними миллиметровыми делениями на шкале линейки? *б*) Волос снят при помощи микроскопа на фоне очень маленькой линеечки. Каждое маленькое деление соответствует 0,01 мм. Микроскоп позволяет более точно измерить диаметр волоса. Насколько точно вы оценили число волос, умещающееся на 1 мм, из фотографии *а*)?

меньших расстояний, необходимы увеличительные приспособления, из которых нам наиболее знаком микроскоп. Пользуясь им, мы можем рассматривать малые объекты и измерять их, помещая рядом с ними очень маленькую линеечку (рис. 3.11). При этом снова используется метод наложения и счета.

Атом и его составные части настолько малы, что для их изучения обычный микроскоп уже не пригоден, так как для таких объектов свет является недостаточно тонким зондом. Приборы новейших конструкций и целый ряд косвенных, но весьма убедительных методов дают нам возможность продвинуться еще дальше в измерении очень малых расстояний, которые нас интересуют. Некоторые из этих методов настолько просты, что вы можете ими воспользоваться на лабораторных занятиях. В табл. 3.3 приведены некоторые данные

ТАБЛИЦА 3.3

Порядки величин расстояний, слишком малых, чтобы их можно было измерить геометрическим методом

Длина в метрах	Расстояние
10^{-6}	Среднее расстояние между двумя последовательными соударениями (средняя длина свободного пробега) молекул воздуха в комнате
10^{-7}	Толщина стенки тончайшего мыльного пузыря, на котором еще видны цвета
10^{-8}	Среднее расстояние между молекулами воздуха в комнате
10^{-9}	Размер молекулы масла
10^{-10}	Среднее расстояние между атомами в кристаллическом твердом теле
10^{-11}	
10^{-12}	Среднее расстояние между атомами в центре очень плотных звезд
10^{-13}	
10^{-14}	Размер самого большого атомного ядра
10^{-15}	Диаметр протона

о порядках величин, расширяющие наши представления о малых расстояниях и об очень малых размерах.

3.4. Измерения пространства

То обстоятельство, что пространство обладает тремя измерениями, обычно демонстрируют, отмечая необходимость задания трех координат для определения положения какого-нибудь объекта в пространстве. Например, в комнате, в которой вы сейчас находитесь, положение точки можно определить по ее расстояниям от двух соседних стен и по ее высоте от пола. Мы допускаем, что комната имеет по крайней мере две прямые стены, которые образуют между собой какой-то угол. Если стены и пол образуют друг с другом прямые углы, то их можно рассматривать как так называемую прямоугольную, или декартову, систему координат. Если все углы прямые, расчеты оказываются проще, но не лучше и не хуже, чем в других случаях. В комнате круглой формы положение точки также определяется тремя числами, но расчеты становятся уже иными.

В любом случае три числа, имеющие вполне определенное значение, характеризуют положение одной и только одной точки в пространстве. Это просто один из способов выражения того факта, что пространство имеет три измерения. Однако этот способ не всегда наиболее целесообразен. Мы можем убедиться в трехмерности пространства и другим способом. Если вы возьмете точку (кончик вашего карандаша прекрасно подходит для этой цели) и будете перемещать ее, вы получите линию. Положение какой-либо точки на линии можно определить, задавая расстояние от точки, измеренное вдоль линии от начала линии. Другими словами, линия обладает одним измерением.

Если теперь перемещать эту линию, то можно получить поверхность. Превосходным примером здесь служит «дворник» на ветровом стекле автомобиля: при каждом взмахе «дворник» оставляет на стекле след в виде поверхности. Для определения положения точки на этой поверхности нужно знать два числа: одно из них определяет положение «дворника», а другое — положение точки на «дворнике». Иными словами, поверхность обладает двумя измерениями (рис. 3.12, *а*).

В двигателе автомобиля имеются цилиндры и поршни. Головка поршня представляет собой некую поверхность. Когда поршень движется внутри цилиндра вверх и вниз из одного положения в другое, он захватывает некоторый объем. Для того чтобы определить положение точки в этом объеме, мы должны знать три числа: два из них характеризуют положение точки на поверхности, т. е. на головке поршня, а третье указывает, насколько удалена головка от одного из своих крайних положений (рис. 3.12, *б*).

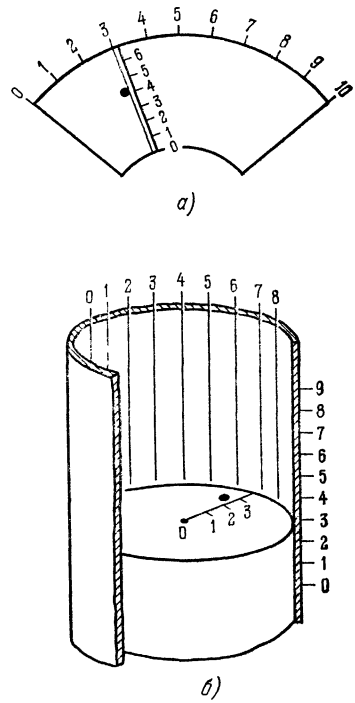


Рис. 3.12. Определение положения точки на поверхности (*а*) и в объеме (*б*).

Имея теперь представление о том, что движущаяся точка вычерчивает линию, движущаяся линия создает поверхность, а движущаяся поверхность заполняет объем, поставим перед собой вопрос о том, что произойдет на следующей стадии, если мы будем перемещать объем? Результат обманет наши ожидания. При перемещении объем переходит только в объем, ничем не отличающийся от объема, получающегося при перемещении поверхности. Мы истощили свой запас измерений. Оказывается, что в пространстве можно действовать только в трех измерениях, т. е. пространство, очевидно, трехмерно, но не более.

Существует еще и другой способ рассмотрения вопроса об измерениях. Линия обладает следующим характерным свойством: мы можем перемещаться вдоль нее от одной ее точки к другой без перерыва, т. е. не отрывая карандаша от бумаги. Если же удалить одну точку с линии, то мы уже не сможем попасть непосредственно из какой-нибудь точки одной части линии в точку, расположенную на другой ее части, находящейся за разрывом. Таким образом, линия окажется разрезанной.

Удаление же точки с поверхности, например с пола комнаты, не создает в этом смысле никаких затруднений. Мы можем двигаться от одной точки пола к другой, просто обходя удаленную точку. Теперь разрежем мысленно пол вдоль какой-нибудь линии. Тогда мы получим две не связанные между собой поверхности. Если мы находимся по одну сторону от разреза, то мы не сможем непрерывным образом попасть на другую сторону.

Наконец, если мы возьмем всю комнату в целом, то нам понадобится поверхность, например перегородка в комнате, чтобы помешать непрерывному переходу от точки, расположенной в одной части объема, к точке, расположенной в другой части объема. Однако на этом все и закончится. Любой замкнутый объем можно разделить на два отдельных объема, но дальше мы уже ничего не можем сделать (если только математики не придумают новые пространства, что они, кстати сказать, часто и делают).

Итак, мы пришли к следующему простому выводу: точка (нулевое измерение) разрезает на две части линию; линия (одно измерение) разрезает поверхность; поверхность (два измерения) разрезает объем или пространство. Объем (три измерения) просто разрезает другой объем.

Все сказанное выше может показаться несущественным или, в лучшем случае, недостаточно важным для того, чтобы трижды повторять это. Однако в дальнейшем нам придется использовать каждую из этих точек зрения на измерения. В физике мы будем иметь дело с безразмерными величинами и с величинами, имеющими одно, два или три измерения, как, например, физическое пространство.

Время, например, имеет одно измерение. Оно определяется одним числом. Мы говорим: «Через десять минут». При этом при отсчете времени мы проходим через мгновения, вовсе не имеющие измерения. И по мере того как течет время, мы должны проходить одно за другим все мгновения. Например, нельзя перейти от момента времени 8 ч 30 мин к моменту времени 8 ч 32 мин иначе, как через 8 ч 31 мин. Каждый из этих факторов имеет очень большое значение; каждый характеризует нечто, имеющее только одно измерение.

3.5. Измерение площадей и объемов

Измерение площадей и объемов производится тем же путем, что и измерение расстояний. Нужно выбрать какую-либо удобную единицу площади и просто сосчитать, сколько раз эта единица уложится в измеряемой площади. Уменьшая в несколько раз выбранную

единицу, можно так подобрать ее, чтобы она умещалась во всех уголках и закруглениях любой поверхности с какой угодно точностью (рис. 3.13).

Этот процесс совершенно аналогичен укладке на пол метлахских плиток.

В качестве удобной единицы для измерения площади всегда применяется квадрат, сторона которого равна какой-нибудь стандартной единице длины. Так как для измерения длины мы применяем метр, то площадь будем измерять в квадратных метрах ($м^2$).

Точно таким же путем мы можем измерять и объем, помещая маленькие кубики в каждую часть измеряемого объема до тех пор, пока он не будет заполнен. В качестве единицы объема мы будем применять кубический метр ($м^3$). Обычными долями этих основных единиц служат квадратный сантиметр ($см^2$) для площади и кубический сантиметр ($см^3$) для объема.

Сколько квадратных сантиметров содержится в 3 $м^2$? Мы знаем, что 1 м = 100 см; поэтому

$$3\ м^2 = 3 \cdot 100\ см \cdot 100\ см = 3 \cdot 10^4\ см^2.$$

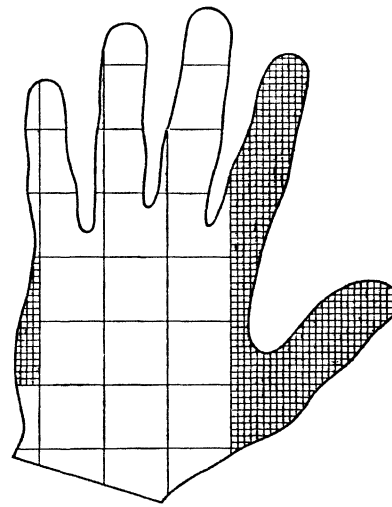


Рис. 3.13. Измерение площади поверхности. При измерении площади поверхности неправильной формы, например руки, изображенной на этом рисунке, мы применяем тот же метод, что и при измерении расстояния. Прежде всего уложим на нашей поверхности выбранные единицы площади. Для измерения площади, меньшей, чем выбранная единица, нужно раздробить эту единицу. На нашем рисунке выбранная единица разделена на более мелкие, для того чтобы мы могли измерить площадь неправильной формы. Как видно из рисунка, у нашей фигуры имеются участки, для которых непригодна и эта более мелкая единица. В таких случаях можно дробить единицу сколько угодно до тех пор, пока квадратик не превратится в точку; дальнейшее дробление станет бесполезным, так как мы просто уже не увидим столь маленьких квадратиков.

Конечно, использование маленьких квадратиков или кубиков для измерения площадей или объемов неправильной формы — это не единственный путь. Обычно всегда под рукой имеются стандартные сосуды удобной формы, и некий произвольный объем, например объем молочной бутылки, можно измерить, наполнив его водой, а затем вылив эту воду в один или два стандартных сосуда или использовав сосуд правильной геометрической формы, снабженный делениями наподобие обычного градуированного цилиндра (мензурки).

Площадь поверхности неправильной формы можно определить, аккуратно вырезав из листа бумаги фигуру такой формы и взвесив ее. Сравнивая вес вырезанной фигуры с весом квадрата, вырезанного из той же бумаги, найдем интересующую нас площадь.

3.6. Об ограничениях при измерении

Мы производили все наши измерения по простой схеме. Для того чтобы измерить какую-нибудь физическую величину — длину или время, нужно прежде всего выбрать какую-либо единицу длины или времени. Затем, чтобы измерить интервал, превышающий вашу единицу, вы должны «уложить» эту единицу столько раз, сколько она уложится в измеряемом интервале. Это как раз то, что вы обычно проделываете с линейкой. Для измерения оставшейся части или величины, меньшей, чем выбранная единица, мы просто делим нашу единицу на малые равные части, которые можно назвать субъединицами, и производим это столько раз, сколько необходимо для измерения нужной величины. Пусть при измерении длины ящика у нас получилось 20 см и еще сколько-то. Деля 1 см на десять частей, мы находим, что оставшаяся часть содержит три субъединицы; тогда мы говорим, что длина ящика равна 20,3 см. Нетрудно видеть, что этот метод годится для любой длины, которую мы хотим измерить. Величину делений можно уменьшать до тех пор, пока неровности на концах ящика или в делениях на линейке не ограничат точности наших измерений.

Однако могут быть измерения такого типа, когда для повышения точности не требуется дробить основную единицу. Например, когда мы хотим сосчитать число людей в комнате, то можно пользоваться природной единицей — человеком. В этом случае сама постановка вопроса о делении единицы не имеет смысла. Некоторые же физические величины имеют природные единицы. Однако мы не знаем, имеют ли время и пространство такие природные единицы. Мы знаем только, что нам такие единицы пока неизвестны. До тех пор, пока мы не узнаем о существовании этих единиц (если только когда-нибудь мы узнаем о них), мы будем широко пользоваться делениями наших произвольно выбранных единиц для измерения времени и пространства.

Мы только что познакомились с проблемами, встречающимися во всех основных методах измерения путем счета. В целом ряде реальных измерений возникает еще один вопрос. Измерения, выполняемые косвенными методами, всегда основаны на определенных предположениях. Например, при измерении толщины листа бумаги мы допускали, что все листы в стопке одинаковы по толщине. При измерении больших расстояний триангуляционным методом мы исходили из предположения, хорошо нам знакомого из опыта повседневной жизни, что линия, идущая от какого-нибудь объекта к глазу, представляет собой прямую. Только тогда, когда это предположение верно, триангуляционный метод может дать правильный результат. Обычно мы проверяем кривизну доски, смотря вдоль нее. Мы исходим при этом из допущения о прямолинейном распространении света. Иногда, правда, нам кажется, что это допущение не оправдывается. Мерцающие тепловые потоки воздуха, которые мы видим над горячим радиатором или над поверхностью, нагретой Солнцем, говорят нам о том, что в этом случае лучи зрения не прямо-

линейны и все время изменяются. Если мы хотим получить надежный результат при измерении больших расстояний триангуляционным методом, то следует избегать наблюдений в нагретом, неспокойном воздухе. Мы не можем измерять расстояние до звезд в те ночи, когда звезды очень сильно мерцают из-за того, что от нагретой поверхности Земли идут воздушные потоки. Мы должны выбирать спокойные, ясные ночи, когда звезды хорошо видны на небе.

Другое предположение, которое мы делаем при триангуляционных измерениях, состоит в том, что законы геометрии не нарушаются. Однако в данном случае справедливость этих законов нельзя считать доказанной. Любое допущение, которое мы делаем при измерениях, должно быть проверено. Геометрические выводы и прямолинейность распространения света были тщательно проверены и подтверждаются на опыте. Однако мы всегда должны быть начеку, особенно при использовании косвенных методов измерения чего-либо, мало схожего с объектами, встречающимися в повседневной практике, и мы всегда должны проверять справедливость этих как будто тривиальных допущений.

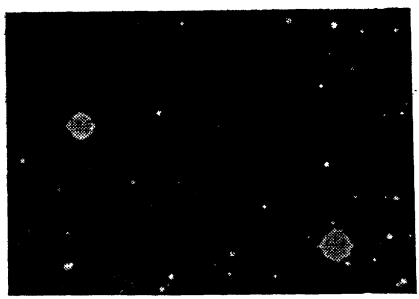


Рис. 3.14. Небольшой участок фотографии, приведенной на рис. 3 7, в увеличенном виде. В изображении каждой из двух наиболее ярких звезд видны четыре луча, а более мелкие звезды имеют вид маленьких пятнышек неправильной формы. Четыре отчетливо видимых луча, исходящих от ярких звезд, представляют собой нефокальное изображение четырех поддерживающих деталей внутри телескопа. Круглая форма изображения слабо видимых звезд зависит не от самих звезд, а от свойств и устройства телескопа, состояния атмосферы, качества фотопластинок и яркости неба Все эти факторы приводят к тому, что свет от удаленной звезды расплывается, а не фокусируется в точку. Действительное изображение звезды всегда должно быть значительно меньше, чем видимое тусклое пятнышко По этой причине большое скопление звезд на рис. 3 7 представляется нам таким скученным и поэтому же звезды, образующие наш Млечный Путь, нельзя различить невооруженным глазом.

Раньше мы уже указывали, что следует иметь в виду ограниченность наших приборов, в том числе наших органов чувств. Это можно проиллюстрировать на примере измерения размеров планет и звезд. Когда мы рассматриваем в телескоп планеты, они, обладая различными размерами, кажутся нам дисками различного диаметра. Звезды, видимые в телескоп, также представляются нам маленькими дисками, обладающими некоторым диаметром. Однако этот диаметр не изменяется, когда мы рассматриваем то одну звезду, то другую. Кажущийся размер звезды зависит от применяемого нами телескопа и от способа наблюдения, но не от реальных размеров звезды (рис. 3.14). Мы заключаем из этого, что возможности нашего прибора ограничены (позднее мы поймем, в чем тут дело), и приходим к мысли, что данные о размере звезд придется добывать другим путем. Все косвенные методы измерений имеют свои ограничения, и ни один из них не может быть использован во всех случаях.

Даже при измерении длины эталонными линейками возникают известные трудности. Например, при очень точных топографических съемках нужно измерять температуру каждого метра стальной рулетки, чтобы ввести поправки на расширение или сжатие ее материала. Поскольку здесь мы изучаем физические объекты, все применяемые прямые методы измерений следует подвергнуть серьезной критической оценке.

3.7. Достоверные цифры

Числа и результаты арифметических действий над ними позволяют нам точно характеризовать количественные данные измерений. Однако в физике существуют пределы точности измерений, которые в свою очередь ограничивают возможность использования чисел для записи результатов наших измерений.

Мы с вами уже видели, что нет никакой необходимости писать целую вереницу нулей до или после запятой для того, чтобы выразить порядок величины какого-либо числа. Каждую величину можно записать в виде произведения числа, большего единицы и меньшего десяти, и числа 10 в соответствующей степени. Поэтому вместо того, чтобы записать величину радиуса Земли в виде 6 370 000 м, мы пишем $6{,}37 \cdot 10^6$ м. Точно так же диаметр волоса, равный примерно 0,00003 м, мы запишем в виде $3 \cdot 10^{-5}$ м.

Этим способом записи чисел мы подчеркиваем ограниченную точность наших знаний — мы опускаем все цифры, в которых у нас нет достаточной уверенности. Например, когда речь идет о радиусе Земли и мы указываем, что он равен $6{,}37 \cdot 10^6$ м, а не $6{,}374 \cdot 10^6$ м или $6{,}370 \cdot 10^6$ м, то мы тем самым говорим, что вполне уверены в третьей значащей цифре, но не в четвертой. Число цифр, в которых мы вполне уверены, называется числом *достоверных* цифр. В примере с диаметром волоса мы указали только одну достоверную цифру. Это означает, что мы считаем цифру 3 приемлемой, но совсем не уверены в следующей (второй значащей) цифре.

Физик, производящий измерение, всегда должен уметь оценить его надежность, и наиболее простой способ ее выражения состоит в записи результата измерения с надлежащим числом значащих цифр. Писать лишние цифры, не имеющие смысла, еще хуже, чем терять время. Люди, верящие в эти лишние цифры и использующие их, занимаются просто самообманом.

Совершенно ясно, что чем выше точность наших измерений, тем большее число значащих цифр мы можем использовать. Если мы пишем четыре значащие цифры, то тем самым мы указываем, что пятая значащая цифра не имеет смысла. Если бы точность наших измерений была в 10 раз больше, мы могли бы использовать следующую значащую цифру. Наиболее тщательные физические измерения, в которых используются самые точные первичные эталоны, обеспечивают получение лишь двенадцати значащих цифр.

Так как числа, используемые в физике, отражают ограниченную точность наших измерений, мы немного изменим нашу систему ариф-

метических вычислений, для того чтобы быть уверенными в том, что в наших ответах мы не пишем цифр, не имеющих смысла. Предположим, что при измерении промежутков времени мы получили такие результаты: 27,8 ч, 1,324 ч и 0,66 ч, и теперь хотим найти сумму этих трех чисел. Если не отбрасывать недостоверные цифры, то мы должны были бы написать

$$27{,}8\ \text{ч} + 1{,}324\ \text{ч} + 0{,}66\ \text{ч} = 29{,}784\ \text{ч}.$$

Какой смысл имеет этот результат? В любом из этих чисел, полученных при измерениях, все цифры, следующие за последней значащей цифрой, неизвестны,— например сотые и тысячные в первом числе. Эти неизвестные значащие цифры не равны нулю. Ясно, что если вы прибавите неизвестную величину к известной, то и результат будет неизвестным. Поэтому две последние значащие цифры в написанной выше сумме в сущности неизвестны. В данном случае мы должны округлить результаты всех наших измерений до десятых, и тогда все значащие цифры в получившейся сумме будут иметь смысл. Это дает

$$27{,}8\ \text{ч} + 1{,}3\ \text{ч} + 0{,}7\ \text{ч} = 29{,}8\ \text{ч}.$$

Так как результат первого измерения известен с точностью только до одной десятой часа, то мы должны считать, что и сумма известна тоже с точностью до одной десятой часа.

При вычитании чисел, выражающих собой результат измерений, поступают точно таким же образом. Нет никакого смысла в том, чтобы при вычитании оперировать с известными и неизвестными величинами. Особую осторожность нужно соблюдать при вычитании двух близких по величине чисел. Предположим, например, что вы хотите определить разницу в длине двух кусков проволоки (длина одного куска оказалась равной 1,55 м, другого — 1,57 м):

$$1{,}57\ \text{м} - 1{,}55\ \text{м} = 0{,}02\ \text{м} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Обратите внимание на то, что этот результат мы не записываем в виде $2{,}00 \cdot 10^{-2}$ м, так как нам ничего не известно о цифрах, следующих за двойкой. В данном случае разность имеет только одну значащую цифру, имеющую смысл. При вычитании почти равных величин понижается точность. Поэтому иногда следует производить измерения с точностью, значительно превышающей желаемую точность ответа. Чтобы избежать трудностей, с которыми связаны более точные измерения, мы можем положить обе проволоки рядом и непосредственно измерить разность их длин с помощью микрометра, вместо того чтобы измерять разность между их длинами, т. е. между двумя большими числами.

Посмотрим теперь, как обстоит дело с умножением. Каким образом мы должны поступать в этих случаях, чтобы учесть те ограничения точности, которые имеются при измерениях? Предположим, что нам нужно определить площадь длинной жестяной полоски. Измерив линейкой ее размеры, мы нашли, что ширина равна 1,15 см,

а длина — 2,002 м. В этом случае ширину мы измерили с точностью до трех значащих цифр, а длину — с точностью до четырех значащих цифр. Для того чтобы получить площадь, мы должны умножить ширину на длину. Не обращая внимания на число значащих цифр у сомножителей, получаем

$$A = 2{,}002 \text{ м} \cdot (1{,}15 \cdot 10^{-2} \text{ м}) = 2{,}30230 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Теперь, однако, поразмыслим о том, какой смысл имеет этот результат. При измерении ширины мы записали результат 1,15 см, потому что у нас не было уверенности в том, что истинная ширина не может быть немного больше или немного меньше этого числа, ну, скажем, на 0,01 см. Если на самом деле ширина больше измеренной, то при вычислении площади мы допустим ошибку, равную произведению избытка ширины на длину, т. е.

$$\text{ошибка} = (0{,}01 \cdot 10^{-2} \text{ м}) \cdot 2{,}002 \text{ м} = 0{,}02 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Мы видим, что ошибка выражается числом, стоящим во втором знаке после запятой, т. е. на месте сотых долей. Это означает, что наша первоначальная оценка величины площади сделана с ошибкой уже в третьей значащей цифре. Все цифры, которые мы будем писать за третьей значащей цифрой, просто не имеют смысла. Правильно было бы записать результат в виде $2{,}30 \cdot 10^{-2} \text{м}^2$. Таким образом, при умножении двух чисел их произведение не может быть точнее, чем менее точное из двух сомножителей. Не следует думать, что точность ваших результатов можно повысить, увеличивая путем арифметических вычислений число цифр.

То, что было сказано об умножении, в равной степени относится и к делению. Никогда не нужно производить деление за пределами числа достоверных цифр даже при грубых измерениях, которые вам приходится делать.

Следует отметить, что числа, появляющиеся не в результате измерений, могут иметь неограниченную точность и могут использоваться с любой степенью точности, которая диктуется характером рассматриваемой задачи. Например, если измеренная площадь оказалась равной 3,76 м^2, то площадь, в два раза большая, будет равна $2 \cdot 3{,}76 \text{ м}^2 = 7{,}52 \text{ м}^2$.

Мы видели, как следует обращаться с числами, выражающими физические величины. Но мы отнюдь не исчерпали всего рассказа о точности при измерении. Использование понятия о достоверных цифрах дает только грубое, хотя и полезное, представление о точности.

Часто само число достоверных цифр не может быть определено с уверенностью. Для того чтобы разобраться в этом вопросе, нужно детально изучить теорию ошибок. Несмотря на то, что сейчас мы еще не можем пользоваться этой теорией, идея достоверных цифр может помочь нам избавиться от ошибочных цифр и ненужных вычислений.

О каждой физической величине мы должны знать: единицу измерения, порядок величины и соображения о ее достоверности, которые мы можем теперь выразить правильным числом достоверных цифр. Нам теперь должно быть ясно, насколько важен для физики способ записи физических величин с учетом всех этих данных.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Выберите какую-нибудь произвольную единицу длины, например длину первого сустава большого пальца или длину ногтя. Пользуясь такой единицей, нанесите шкалу на крае листа бумаги. Используйте ее для определения длины и ширины данной страницы. Определите отношение длины страницы к ее ширине. В каких единицах выражено это отношение? Сравните найденную вами величину отношения с величиной отношений, полученных при использовании других единиц. Как отражается на величине отношения выбор различных единиц?

2*. Вам нужно сложить столбик высотой 10 см из металлических листов толщиной 2 мм. Сколько листов вам понадобится? (Раздел 3.1.)

3*. Сколько микрофарад содержит одна миллифарада? (Раздел 3.1.)

4*. Стоимость чего больше: доллара или мегацента? (Раздел 3.1.)

5*. Сколько миллиметров содержится в 30,5 см; 1,83 м; 1,61 км? (Раздел 3.1.)

6*. Учащийся определил, что когда он держит карандаш вертикально на расстоянии вытянутой руки, то карандаш закрывает удаленную радиобашню. Расстояние от глаза до карандаша 60 см, длина карандаша 15 см и высота башни 75 м. На каком расстоянии находится радиобашня? (Раздел 3.2.)

7. При использовании триангуляционного метода измерения расстояния наблюдатель смотрит на объект, расположенный непосредственно против него на другом берегу реки. Он устанавливает стойку на том месте, где он стоял, и перемещается по берегу вдоль реки на 50 м. Здесь он устанавливает вторую стойку. Затем он перемещается в том же направлении еще на 10 м и ставит третью стойку. От этой стойки он идет по направлению от реки до тех пор, пока не окажется на одной линии со второй стойкой и объектом, расположенным на другом берегу реки. Наблюдатель нашел при этом, что он оказался на расстоянии 44 м от третьей стойки. Какова ширина реки? (См. рис. 3.1, иллюстрирующий этот метод.)

8*. Какая из фотографий, изображенных на рис. 3.3, была сделана фотоаппаратом, расположенным слева, и фотоаппаратом, расположенным справа? (Раздел 3.2.)

9. Чему равен диаметр Луны? Принимая, что расстояние между Луной и Землей равно $3{,}8 \cdot 10^5$ км, вы можете определить ее диаметр следующим способом. Поместите на оконное стекло две полоски из непрозрачного темного материала на расстоянии 2 см друг от друга. Булавкой сделайте дырочку в кусочке картона и через нее наблюдайте Луну между двумя полосками. Отходите от окна до тех пор, пока Луна не заполнит все пространство между полосками. Измерьте после этого расстояние между картоном и окном. Используя подобие треугольников, вычислите диаметр Луны. Не пытайтесь этим способом определить диаметр Солнца — смотреть на яркое Солнце вредно для глаз. Можно ли воспользоваться этим методом для определения размера звезд?

10. Встаньте на расстоянии 75—150 м от здания с более или менее плоским фасадом и высотой в несколько этажей (здесь пригоден также переулок, заканчивающийся тупиком). Резко хлопните в ладони и слушайте эхо, которое будет, конечно, значительно слабее первоначального хлопка. Теперь хлопайте ритмично и согласуйте ритм хлопков таким образом, чтобы вы не могли слышать эхо, т. е. таким образом, чтобы эхо приходило в момент хлопков. Сосчитайте число хлопков, произведенных за 10 с, измерьте расстояние до здания (или до конца тупика) и подсчитайте скорость звука (не забудьте удвоить найденное расстояние, так как звук проходит путь туда и обратно).

11. Расстояние до большого сарая было определено с помощью визира методом параллакса. Как определить этим же способом длину и высоту сарая?

12. Капитан небольшого моторного катера хочет определить расстояние до дома на берегу, пользуясь только своими часами и зная скорость катера. Для этого он визирует линии под углами 45 и 90° к оси катера, как это изображено на рис. 3.15.

Предположим, что вы являетесь наблюдателем, плывущим на этом катере. Капитан держит прямой курс со скоростью 6 м/с. Какие наблюдения и вычисления вы должны сделать для того, чтобы определить кратчайшее расстояние до дома, расположенного на берегу?

13. По методу параллакса определили, что звезда A удалена от Земли на расстояние $2{,}5 \cdot 10^{17}$ м. Эта звезда кажется в 10^8 раз более яркой, чем звезда B той же окраски (окраска звезды указывает на ее светимость). Чему равно расстояние от Земли до звезды B?

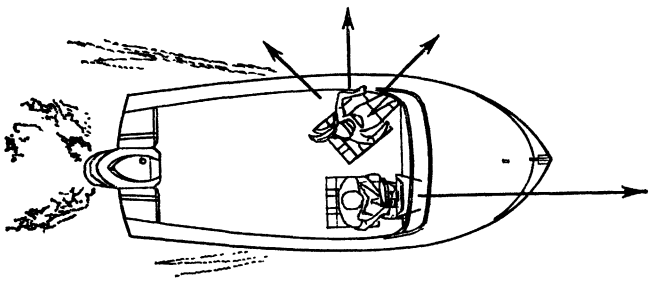


Рис. 3.15. К задаче 12.

14. а) Простейший дальномер можно изготовить из двух метровых стержней, расположенных по обе стороны базиса вдоль линий, проведенных по направлению к объекту. По отклонению от параллельности можно судить о расстоянии до видимого объекта. Если метровые стержни образуют равные углы с базисом, их ближние концы находятся на расстоянии 1 м, а концы, расположенные дальше от базиса, удалены друг от друга на расстояние 96 см, то чему будет равно расстояние до видимого объекта?

б) Если метровые стержни недостаточно прямые и расстояние между их концами не может быть точно измерено, то определение дальности объекта будет сделано с некоторой ошибкой. Какова будет разница в определении дальности объекта, если расстояние между удаленными концами стержней будет 96,2 см вместо 96,0 см, а расстояние между ближними концами по-прежнему 1 м? Запишите эту ошибку в процентах.

в) Если мы приближаемся к параллельному расположению стержней, то ошибка в определении дальности возрастает. Сравните дальности, когда расстояния между удаленными концами составляют в одном случае 99,0 см, а в другом 99,2 см; ближние концы в обоих случаях находятся на расстоянии 1 м.

15*. По данным табл. 3.3 подсчитайте порядок величины отношения размера молекулы масла к размеру самого большого атомного ядра. (Раздел 3.3.)

16*. Чему равен диаметр волоса, изображенного на рис. 3.11, *б*? (Раздел 3.3.)

17*. Если отрезок шкалы микроскопа, изображенный на рис. 3.11, *б*, расположить рядом с миллиметровой шкалой линейки, изображенной на рис. 3.11, *а*, совместив нули обеих шкал, то какому числу миллиметров шкалы линейки будет соответствовать вся шкала микроскопа? (Раздел 3.3.)

18. Определите толщину листа в одной из ваших книг, измеряя толщину 200 страниц (100 листов). Почему рекомендуется использовать именно 100 листов? Какое допущение делается при таком измерении?

19*. Отрезок прямой длиною 5,0 см вращается вокруг одного из своих концов в какой-то одной плоскости. Чему равна площадь, описываемая при таком движении? (Раздел 3.5.)

20. Кусок картона размером 12 см на 8,0 см поворачивается вокруг края размером 8,0 см на угол 90°. Чему равен получающийся при этом объем?

21. Оцените порядок (10^n) следующих величин в системе единиц: метр, килограмм, секунда:

а) поперечный размер территории США;

б) число секунд в веке;

в) число капель в воде, заполняющей ванну;

г) толщину одного листа в вашем учебнике;

д) поверхность и объем земного шара.

22. В этой главе был описан косвенный метод определения площади фигур неправильной формы. Какое допущение лежит в основе этого метода?

23. 30-сантиметровая долгоиграющая пластинка проигрывается за 25 мин при скорости вращения 33,3 об/мин. Общая ширина канавок в радиальном направлении составляет 10 см. Каково среднее расстояние между канавками?

24*. Сколько достоверных цифр имеется в каждом из следующих результатов измерений: 3,15 мм; 0,00315 м; 6,025 м; 36 км; $3{,}34 \cdot 10^5$; 36,00? (Раздел 3.7.)

25. Решите каждую из следующих задач, требующих особого внимания к числу достоверных цифр, с которыми приведены измеренные величины.

а) Диаметр круга равен 4,24 м. Чему равна площадь?

б) Длина одного бруска 12,132 см, а другого 12,4 см. Если оба бруска сложить вместе по длине, то чему будет равна их общая длина?

в) Если оба бруска из п. б) положить рядом, то чему будет равна разность их длин?

26. Человек рассказал, что он видел «летающее блюдце» длиной 60 м, пролетающее на высоте 2 000 м со скоростью 3 000 км/ч. Каковы ваши соображения относительно точности этого наблюдения?

27. Измеряя размеры деревянного бруска, школьник получил следующие данные: длина=6,3 см, ширина=12,1 см. высота =0,84 см.

а) Чему равен объем этого бруска?

б) Предположим, что длина и ширина были измерены правильно, а при измерении высоты была допущена неточность в 0,01 см в ту или другую сторону. Как изменился бы при этом вычисленный объем?

в) Какую долю от всего объема бруска составляет эта неточность?

28. Из жести вырезан круг радиусом 2,6 см. Какова длина его окружности?

29. В мешке находятся 25 одинаковых шариков. Учащийся измерил диаметр одного из них и нашел, что объем шарика равен 1,76 $см^3$. Как он должен был бы подойти к оценке общего объема всех шариков?

30. Водитель автобуса во время своего рейса заметил по часам, что путь между промежуточными пунктами он проезжает за разное время: от станции *А* до станции *Б* он едет 1,63 ч, от *Б* до *В* 4,7 ч, от *В* до *Г* 0,755 ч, от *Г* до *Д* 2,00 ч.

а) Сколько времени понадобилось водителю, чтобы доехать от станции *А* до станции *Д*?

б) Какая часть времени, затрачиваемого на весь путь, идет на переезд от станции *Б* до станции *Г*?

в) На сколько время, затрачиваемое на проезд от станции *А* до станции *В*, больше времени, затрачиваемого на проезд от *В* до *Д*?

31. Вы, вероятно, знаете, что земной шар представляет собой слегка сплющенную сферу. Полярная ось короче диаметра экватора на 40 м. Что ближе к идеальной сфере: земной шар или баскетбольный мяч?

ГЛАВА 4

ФУНКЦИИ И МАСШТАБ

Очень часто в физике при измерении какой-нибудь величины, характеризующей то или иное физическое свойство, нас интересует, как изменяется эта величина при определенном изменении значений величин, характеризующих какие-нибудь другие физические свойства. Например, в лабораторном опыте с вибратором звонка нам может понадобиться измерить время колебания молоточка в зависимости от нагрузки, приложенной к молоточку. Для этого нам нужна серия измерений, относящихся к этим двум свойствам и, по крайней мере для большего удобства, мы должны свести результаты наших измерений в таблицу. Посмотрев на эту таблицу, мы сразу можем найти значение одной из этих величин, соответствующее значению другой величины, приведенному в таблице. Предположим, однако, что нам нужно найти значение интересующей нас величины для случая, для которого в таблице нет данных. Тогда нужно произвести оценку значения нужной нам величины, выбрав его среди значений, приведенных в таблице, с известной неуверенностью в правильности нашей оценки. Другой путь, который может оказаться очень неудобным, состоит в том, что мы должны вернуться к исследуемой физической системе и собрать дополнительные данные.

Существует и другой способ, более удобный и более точный. Мы можем представить данные, приведенные в таблице, в форме графика, наглядно выражающего зависимость двух величин друг от друга. Если мы соединим экспериментальные точки плавной кривой, то по этой кривой мы сможем отсчитать промежуточные точки. Графический метод представляет собой очень могущественное орудие и мы будем очень часто пользоваться им в этом курсе. Однако с самого начала следует иметь в виду, что и этот метод таит в себе неожиданности и элементы неопределенности, как это мы увидим в дальнейшем.

Избрав наилучший способ, мы устанавливаем математическое соотношение, указывающее, как зависят две интересующие нас величины друг от друга. Когда такое соотношение найдено и проверено на большом числе экспериментальных точек, то можно уверенно предсказать значение величины, соответствующее промежуточным точкам с высокой точностью. Многие физические законы удобно выражать такими математическими соотношениями, и на протяжении нашего курса мы постоянно будем отыскивать эти соотношения.

В этой главе мы рассмотрим несколько простых, но полезных примеров, иллюстрирующих зависимость одной величины от другой. При этом мы используем все три способа представления данных — таблицы, графики и математические соотношения, переходя от одного к другому. Затем мы обсудим интересный вопрос о том, почему масштабные модели предметов не могут быть сделаны в точности такими же, как и сами эти предметы.

4.1. Прямая пропорциональность

Допустим, что нас интересует соотношение между объемом куска железа и его весом. Если мы произведем измерения, то найдем, что 1 см³ железа весит 7,8 Г, 2 см³ весят 15,6 Г, 3 см³ весят 23,4 Г и т. д. Эти данные представлены в следующей таблице:

Объем	1 см³	2 см³	3 см³	. . .
Вес	7,8 Г	15,6 Г	23,4 Г	. . .

Соотношение такого рода, когда увеличению объема в два раза соответствует увеличение веса также в два раза, увеличению объема в три раза соответствует увеличение веса также в три раза и т. д., мы называем прямой пропорциональностью. Это одно из простейших соотношений между двумя величинами, с которым вы часто будете встречаться в физике.

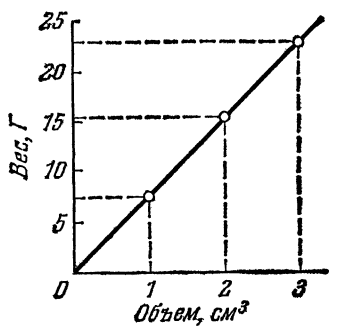


Рис. 4.1. Графическое изображение прямой пропорциональности. Если 1 см³ железа будет весить меньше, будет ли крутизна графика больше или меньше?

Можно пояснить это соотношение между весом и объемом с помощью графика. Мы должны выбрать масштабы — один для вертикальной оси, откладывая определенное число граммов на каждом делении вертикальной оси, и второй для горизонтальной оси, откладывая по этой оси объем в см³. Теперь мы можем нанести на график точки для каждой пары значений, приведенной в таблице. Такой график, представляющий собой прямую линию, изображен на рис. 4.1. Во всех случаях прямая пропорциональность изображается прямолинейными графиками, подобными только что приведенному. Конечно, данные реального опыта могут и не соответствовать такой правильной закономерности, как в нашем примере; экспериментальные точки могут оказаться разбросанными на графике. Если известно, что разброс точек вызван экспериментальными погрешностями при измерениях, то прямую линию следует провести таким образом, чтобы она возможно ближе проходила через все точки.

Прямую пропорциональность можно описать и по-другому. Мы можем сказать, что вес железа «пропорционален» его объему или что вес «изменяется пропорционально» объему.

Это соотношение можно кратко записать в таком виде:

$$W \propto V,$$

где W — вес куска железа, V — его объем, а знак $\propto$ означает «пропорционально». Если мы имеем два разных куска железа с объемами V и V', то пропорциональность между их весами W и W' можно выразить в виде зависимости

$$W'/W = V'/V.$$

Соотношение $W \propto V$ представляет собой другую форму, выражающую ту же связь между весом и объемом.

Прямую пропорциональность между весом и объемом иногда удобно записывать в другой форме, показывающей, что отношение этих величин сохраняет постоянное значение. Если мы разделим вес какого-нибудь куска железа на его объем, то получим такой же результат, как и для любого другого куска железа при делении его веса на объем:

$$W/V = W'/V' = k.$$

Постоянное число k называется *коэффициентом пропорциональности*. В нашем примере для железа k=7,8 Г/см³. Мы можем выразить это соотношение в виде уравнения, справедливого для *любого* куска железа:

$$W/V = k, \quad \text{или} \quad W = kV.$$

Вернемся теперь опять к нашему графику. Из подобия треугольников, основания которых равны соответственно 1, 2 и 3 см³, мы видим, что отношение W/V во всех трех случаях одно и то же. Таким образом, этот график иллюстрирует смысл уравнения $W=kV$, т. е. представляет это уравнение. Так как график этого уравнения представляет собой прямую линию, то само уравнение называется *линейным уравнением*. Соотношение между W и V в форме $W=kV$, где k — некоторая постоянная величина, представляет собой *линейное соотношение*. Другими словами, всякая пропорциональность представляет собой линейное соотношение.

4.2. Степенны́е законы и подобные фигуры

Соотношения другого типа встречаются в тех случаях, когда какая-нибудь величина изменяется пропорционально второй степени другой величины. Например, площадь A квадрата со стороной L равна L^2:

$$A = L^2 \quad (k = 1).$$

Если L измеряется в метрах, то площадь A будет измеряться в квадратных метрах (м²). Площадь A круга радиусом R будет равна

$$A = \pi R^2 \quad (k = \pi).$$

Оба эти уравнения показывают, что величина площади изменяется пропорционально второй степени длины.

Все круги представляют собой подобные фигуры: все они имеют одинаковую форму, т. е. являются увеличенной или уменьшенной копией друг друга. Точно так же и все квадраты представляют собой подобные фигуры. Однако подобны не только эти фигуры. Любую фигуру можно увеличить или уменьшить. Две произвольные площади, изображенные на рис. 4.2, подобны. Одна из них была получена в результате такого увеличения другой, что каждый линейный

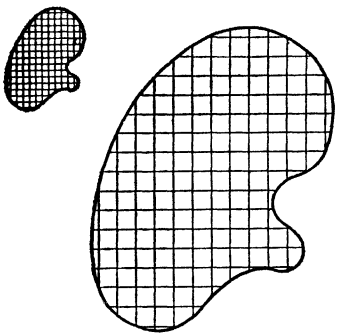


Рис. 4.2. Эти две фигуры подобны: каждый линейный размер большей фигуры кратен соответствующему размеру меньшей фигуры. В данном случае все размеры большей фигуры в 3 раза больше соответствующих размеров меньшей фигуры. Вы можете убедиться в этом, измерив соответствующие квадраты.

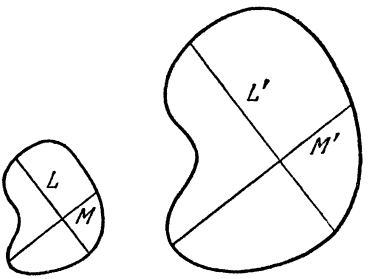


Рис. 4.3. Так как эти две фигуры подобны, отношение их площадей равно отношению квадратов их соответствующих линейных размеров. Отрезок L' в 2 раза больше отрезка L (точно так же, как отрезок M' в 2 раза больше отрезка M), и следовательно, площадь большей фигуры в 4 раза больше площади меньшей.

размер увеличился в 3 раза. Вы можете убедиться в этом, проверив, что сторона каждого квадрата большей площади ровно в 3 раза больше стороны квадрата меньшей площади. Это означает, что площадь любого квадрата большей фигуры в 9 раз больше площади квадрата меньшей фигуры. Поэтому и общая площадь всей большей фигуры в 9 раз больше общей площади меньшей фигуры. Таким образом, так же как и для площадей круга и квадрата, площади всех подобных фигур изменяются пропорционально второй степени линейных размеров. Если линейный размер увеличивается в 3 раза, то площадь увеличивается в 9 раз. Следовательно, вообще говоря, для подобных фигур можно написать

$$A \propto L^2.$$

Заметим, что совершенно безразлично, какой именно линейный размер L вы измеряете; важно лишь, чтобы для всех подобных фигур вы сравнили одни и те же линейные размеры. Например, в случае квадрата можно использовать диагональ с таким же успехом, как и сторону. Если сторона одного квадрата в n раз больше стороны другого, то во столько же раз различаются и их диагонали. Площадь же первого квадрата в n^2 раз больше площади второго. То же можно сказать и относительно любых двух соответствующих размеров в двух подобных фигурах (рис. 4.3).

Некоторые фигуры, имеющие одинаковые названия, не являются, однако, подобными. Не все прямоугольники, например, подобны. Мы можем иметь два прямоугольника с одним и тем же основанием b, но с разными высотами h. Площадь прямоугольника равна произведению двух линейных размеров: $A=b\cdot h$. Хотя фигуры в этом примере не являются подобными, но и в этом случае площадь измеряется квадратом единиц длины. Если длину мы будем измерять в метрах, то площадь будет измеряться в квадратных метрах.

Любая площадь равна произведению двух длин, объем же равен произведению трех линейных размеров. При этом мы опять должны различать такие тела, как цилиндры, которые могут иметь одинаковые основания и разные высоты, и подобные тела, например шары или кубы, у которых каждый линейный размер увеличен или уменьшен в одно и то же число раз. Для подобных тел при увеличении каждого из линейных размеров в n раз объем увеличивается в n^3 раз. Например, объем шара V равен

$$V={}^4/_3\pi R^3,$$

где R — радиус шара. Тогда шар радиусом $R'=nR$ имеет объем

$$V'={}^4/_3\pi(R')^3, \quad \text{или} \quad V'={}^4/_3\pi n^3R^3,$$

или, наконец,

$$V'=n^3V.$$

Этот частный пример иллюстрирует общее правило: отношение объемов подобных тел равно кубу отношения их линейных размеров. Убедитесь в этом сами на примере кубов или любых других тел, которые вы можете построить. Это легко сделать, сложив какое-либо тело из прямоугольных чурбачков или детских кубиков. Чтобы сложить тело, подобное этому, но с линейными размерами, в два раза бóльшими, чем каждый размер первоначально сложенного тела, надо взять кубиков в 8 (т. е. в 2^3) раз больше.

Для некоторых подобных фигур, например для квадратов или кругов, мы можем не только показать пропорциональность площади и линейных размеров: $A\backsim L^2$. Мы можем написать уравнения, содержащие коэффициент пропорциональности: $A=L^2$ для квадрата и $A=\pi R^2$ для круга. Если мы могли представить уравнение $W=kV$ в виде графика, то и эти уравнения мы также можем представить в виде графиков. Соотношение между длиной стороны и площадью квадрата приведено в следующей таблице:

Длина стороны	1 м	2 м	3 м	4 м	. . .
Площадь	1 м^2	4 м^2	9 м^2	16 м^2	. . .

Данные этой таблицы использованы при построении графика уравнения $A=L^2$ на рис. 4.4.

Так как уравнение для площадей подобных фигур всегда можно записать в виде $A=kL^2$, мы можем использовать график, изображенный на рис. 4.4 и выражающий соотношение между площадью

и линейными размерами, для любого ряда подобных фигур. Для этого нужно лишь изменить масштаб вертикальной шкалы в зависимости от значения k. Например, для круга $A=\pi R^2$, и поэтому мы можем по графику определить площадь круга, отложив величину радиуса по горизонтальной шкале, найдя соответствующее число по вертикальной шкале и умножив его на π.

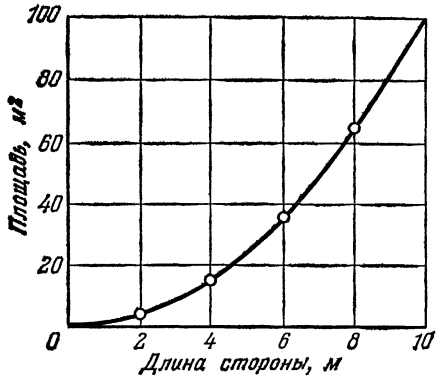


Рис. 4.4. Графическое изображение зависимости площади квадрата от длины его стороны. Как вы можете воспользоваться этим графиком для определения площади квадрата, если известна длина его стороны? Или для определения стороны квадрата, если известна его площадь?

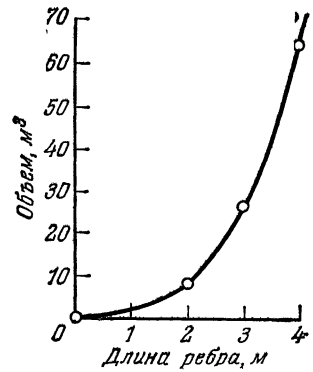


Рис. 4.5. Графическое изображение зависимости объема куба от длины его ребра.

Такое же графическое построение можно выполнить и для объемов подобных тел. В следующей табличке приведено несколько цифр, показывающих соотношение между длиной ребра и объемом куба, $V=L^3$:

Длина ребра	1 м	2 м	3 м	. . .
Объем	1 м³	8 м³	27 м³	. . .

Эти данные изображены в виде графика на рис. 4.5. Мы опять-таки можем использовать этот график для определения любого ряда объемов подобных тел, устанавливая масштаб вертикальной шкалы соответственно значению k в уравнении $V=kL^3$. Например, если мы отложим радиус шара по горизонтальной шкале, то объем шара получится умножением соответствующего отсчета по вертикальной шкале на $^4/_3\ \pi$.

В физике часто встречаются соотношения, выражающие пропорциональность данной величины второй, третьей и т. д. степени какой-нибудь другой величины. Такие соотношения называются степенными законами. Кроме законов, выражающих пропорциональность первой, второй и третьей степени, таких, как $W=kV$, $A=kL^2$ и $V=kL^3$, которые мы уже рассматривали, существует также закон обратной пропорциональности, например закон $E=k/R^2$, показывающий, что освещенность обратно пропорциональна квадрату

расстояния до источника света. Соотношения, выражающие обратную пропорциональность, мы рассмотрим в разделе 4.3.

Если мы знаем соотношение между значением одной величины и значением другой величины и при этом каждому значению первой величины соответствует единственное значение второй величины, то мы говорим о *математической функции*. Например, площадь квадрата представляет собой функцию длины его стороны, а объем шара — функцию его радиуса. Кроме того, иногда существуют соотношения между значениями трех или большего числа различных величин, например площади, высоты и основания треугольника. В этом случае для каждой пары значений высоты и основания существует единственное значение площади и поэтому площадь треугольника представляет собой функцию его высоты и его основания. С другой стороны, некоторые соотношения совсем не являются функциями, потому что не существует единственного значения величины, связанной с каждым значением других величин. Если вы говорите только о цвете глаз какого-нибудь человека, то вы не можете определить его возраст. Поэтому возраст человека не является функцией цвета его глаз.

Представление о функциональной зависимости имеет очень важное значение. Например, ожидаемое время прибытия поезда на любую промежуточную станцию является функцией положения станции на железнодорожной линии. В железнодорожном расписании приводится несколько таких функций для различных поездов и линий. Как мы видели, математические функции удобно представлять в виде уравнений, таблиц и графиков. Разумеется, в математике идея функциональной зависимости рассматривается значительно шире и глубже, чем мы это сделали выше.

4.3. Закон обратных квадратов

Посмотрите на уходящий вдаль ряд уличных фонарей. Во всех фонарях лампы сами по себе одинаковы, т. е. каждая из них ежесекундно излучает одно и то же количество световой энергии; но чем ближе лампа, тем более яркой она нам кажется. Если свет распространяется одинаково по всем направлениям (что верно и для уличных фонарей, и для звезд, и для многих других источников света), то схематически это можно изобразить, как показано на рис. 4.6. Здесь мы рассматриваем свет, проходящий через «пирамиду», вершина которой совпадает со светящейся точкой P. Когда расстояние от источника увеличивается, свет попадает на бóльшую площадь и она кажется освещенной менее ярко. Отсюда следует, что освещенность этой поверхности обратно пропорциональна ее площади:

$$E \propto 1/A, \qquad (1)$$

где E — освещенность, A — площадь поверхности. Будем полагать, что это соотношение справедливо для света. Позже вы будете изучать зависимость освещенности от расстояния на опыте.

Длина стороны каждого квадрата на рис. 4.6 пропорциональна расстоянию до точки P. Поэтому площадь каждого квадрата пропорциональна второй степени этого расстояния. Если мы обозначим расстояние от стороны квадрата до точки P через d, то получим

$$A \backsim d^2. \tag{2}$$

Комбинируя с соотношением (1), находим

$$A \backsim 1/d^2. \tag{3}$$

Это соотношение представляет собой закон обратных квадратов и применительно к свету выражает обратную пропорциональность освещенности поверхности квадрату расстояния до источника света.

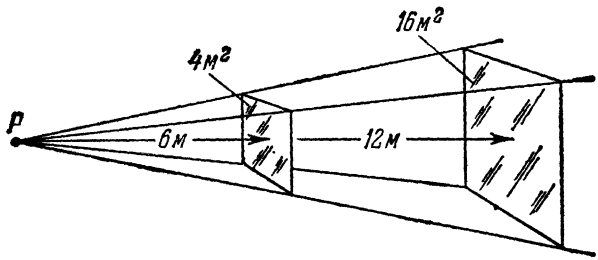


Рис. 4.6. Построение, иллюстрирующее закон обратных квадратов. Свет от точки P распространяется по всем направлениям. Так как на вдвое большем расстоянии свет распределяется по поверхности, в 4 раза большей, то освещенность вчетверо уменьшается. Таким образом, освещенность поверхности уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния.

Мы можем детализировать соотношение (3). Из (1) следует

$$E'/E = A/A'. \tag{4}$$

Так как $A \backsim d^2$, мы можем написать

$$A/A' = d^2/(d')^2. \tag{5}$$

Из (4) и (5) следует, что

$$E'/E = d^2/(d')^2, \tag{6}$$

т. е. опять-таки

$$E \backsim 1/d^2.$$

Отметим, что формула (6) справедлива для одного источника и двух расстояний d и d'. Она справедлива также для двух одинаковых источников — одного на расстоянии d и другого на расстоянии d'. Рассмотрим, например, два уличных фонаря, находящихся на разных расстояниях d_1 и d_2 от белой стены, которую они освещают. Тогда можно написать

$$E_1/E_2 = d_2^2/d_1^2.$$

Это соотношение позволяет найти расстояние одной лампы от стены, если мы знаем расстояние для другой лампы.

Предположим, например, что свет лампы, находящейся от нас на расстоянии 10 м (d_1), на каком-то неизвестном расстоянии d_2

кажется в 16 раз слабее. (Измерение относительной интенсивности источника света можно выполнить при помощи фотоэлемента, фотопластинки или глаза; в последнем случае используется специальный экран.) Как определить расстояние d_2? Мы знаем, что $E_1/E_2=16$ и что $d_1=10$ м. Пишем

$$16=E_1/E_2=d_2^2/(10\text{ м})^2.$$

Отсюда для d_2 находим

$$d_2=\sqrt{16\cdot(10\text{ м})^2}=4\cdot 10\text{ м}=40\text{ м}.$$

Мы можем построить график зависимости освещенности, создаваемой лампой, от расстояния до лампы, даже если мы не знаем значения самой освещенности. Пусть, например, освещенность на расстоянии 10 м будет равна E_1. Тогда, как мы только что видели, на расстоянии 40 м освещенность будет равна $E_1/16$. Произведя такие же расчеты, мы можем составить следующую таблицу:

Расстояние	10 м	20 м	30 м	40 м	. . .
Освещенность	E_1	$E_1/4$	$E_1/9$	$E_1/16$	. . .

График, построенный по данным этой таблицы, изображен на рис. 4.7.

Именно этим методом мы определяем расстояние до звезд, удаленных от нас на такие большие расстояния, которые мы не можем измерить геометрическими методами, используя диаметр земной орбиты в качестве базиса. Для определения этого расстояния интенсивность слабого изображения на фотопластинке звезды, удаленной на большое расстояние, сравнивается с интенсивностью изображения звезды, удаленной на близкое и известное расстояние. Метод является приближенным, потому что нельзя ожидать, что две звезды представляют собой источники света одинаковой яркости. Тем не менее этот метод точнее, чем триангуляционный, и позволяет оценить по крайней мере порядок величины расстояний, на которые удалены звезды.

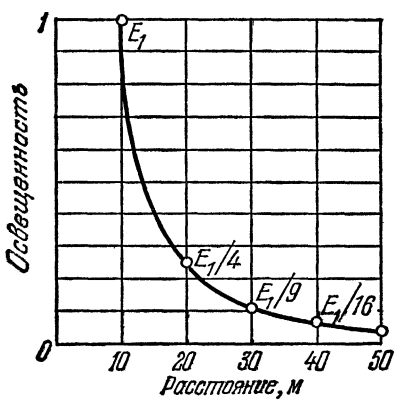


Рис. 4.7. График, иллюстрирующий закон обратных квадратов и выражающий зависимость освещенности от расстояния до лампы.

Мы можем проверить, насколько пригоден закон обратных квадратов для определения расстояний до звезд, если мы определим расстояние до близкой звезды на основе этого закона и затем сравним результаты с результатом геометрических измерений. Для этих целей удобна звезда α Центавра А. Исходя из вычисленного значе-

ния ее массы и оценивая ее цвет, можно считать, что эта звезда похожа на Солнце. Однако на Земле освещенность от Солнца в 10^{11} раз больше, чем от звезды α Центавра А. Из закона обратных квадратов мы можем оценить, что звезда α Центавра А находится от нас в $\sqrt{10^{11}}=3\cdot10^5$ раз дальше, чем Солнце. Солнце удалено от Земли на расстояние $1{,}5\cdot10^{11}$ м, следовательно, звезда α Центавра А должна быть удалена от Земли на $4{,}5\cdot10^{16}$ м. Эта величина почти точно совпадает с результатами геометрических измерений. В этом случае закон обратных квадратов используется как метод измерения расстояний. И когда затем мы применяем закон обратных квадратов для измерений расстояний до далеких звезд, наша уверенность в правильности получаемых результатов подкрепляется тем, что этот метод дает то же, что и другие косвенные методы измерения.

Мы могли определить расстояние до звезды двумя методами, но мы не могли найти ее размеры геометрическим путем. Угол, под которым виден диск звезды, слишком мал, чтобы его можно было измерить визуально или даже при помощи наилучших приборов. Если бы звезда была такого размера, как Солнце, то этот угол приблизительно равнялся бы углу, под которым видна десятикопеечная монета на расстоянии 300 км, что соответствует расстоянию между Нью-Йорком и Вашингтоном. Поэтому не удивительно, что размеры звезд нельзя непосредственно измерить даже при помощи самых больших телескопов.

Закон обратных квадратов дает нам новое мощное средство для определения больших расстояний. Многие другие математические соотношения в физике также помогают познавать окружающий нас мир. Очень часто то, что мы узнаем, не связано с опытами, из которых получено то или иное соотношение. Мы рассказали здесь о законе обратных квадратов только для того, чтобы показать его значение в физике, а не для того, чтобы обсуждать вопрос о природе света. Этим мы займемся позднее.

Мы должны, однако, ясно понимать, что метод определения расстояний, основанный на законе обратных квадратов, имеет свои ограничения. Этот закон становится неприменимым, если между глазом и источником света находится что-нибудь такое, что заставляет свет отклоняться от прямолинейного пути или поглощает свет. Конечно, туман будет уменьшать освещенность, создаваемую удаленной лампой, и тем самым будет искажать результаты вычислений, основанных на законе обратных квадратов. Необходимо также условиться, что именно мы будем называть расстоянием между глазом и источником света. Казалось бы, что это очевидно. Так оно и есть, если мы говорим о достаточно удаленных источниках света, например о фонарях, расположенных в соседнем квартале. Мы измеряем расстояние от того места, где мы находимся, до какой-нибудь точки на лампе фонаря. Так как лампа находится далеко, то все подобные измерения дадут по существу одно и то же расстояние d. При этом мы можем убедиться, что закон обратных квадратов оказывается справедливым, если физические размеры источника света

малы (например, меньше 5%) по сравнению с расстоянием между глазом и источником света. Закон обратных квадратов описывает многие явления в природе, в которых «нечто» — свет, частицы или силовые линии электрического поля — исходит из точки по прямым линиям равномерно по всем направлениям. Многочисленные экспериментальные проверки этого закона для света и для других явлений доказали его справедливость и подтвердили выводы, полученные из геометрических соображений.

4.4. Интерполяция и экстраполяция

Предположим, что мы измеряем объемы и соответствующие радиусы нескольких шаров и наносим результаты на график. Эти измерения позволяют нам определить положения нескольких точек на графике, по одной для каждого шара. Если теперь провести плавную кривую через эти точки, то по полученной кривой можно определить объем шара с любым радиусом, а не только с таким, который измерялся нами. Определение по этому графику новых величин, заключенных между измеренными величинами, называется *интерполяцией*. Такой процесс целесообразен и полезен, когда есть уверенность в том, что кривая правильно отражает значения неизвестных величин, расположенных между измеренными величинами. Таким способом можно получить данные, не являющиеся результатом непосредственных измерений.

Соотношение между объемами и радиусами шаров $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ показывает, что объем плавно изменяется с изменением радиуса. Поэтому вполне допустимо провести плавную кривую через несколько точек, соответствующих вычисленным или измеренным значениям. Однако если формула, связывающая интересующие величины, нам неизвестна, то в нашем распоряжении имеются только экспериментальные данные. В этом случае, проводя плавную кривую, мы исходим из предположения, что в действительности происходит плавное изменение интересующей нас функции. Поэтому интерполяция всегда связана с некоторым риском. В тех случаях, когда известно, что в каком-то интервале величина изменяется хотя и непрерывно, но весьма резко, для построения графика в этом интервале нужно получить как можно больше экспериментальных данных. Интерполяцией вообще нельзя пользоваться, если графики функций не изображаются плавными кривыми.

Экстраполяция, выполняемая за пределами области экспериментальных данных, еще более рискованна. В этом случае легко допустить ошибку, но можно и открыть новое. Например, на вопросы, возникавшие в экспериментах по преодолению самолетом звукового барьера, можно ответить, экстраполируя уравнения, точно описывающие полет при скоростях, меньших звуковых. Экстраполяция данных о поведении газов при обычных температурах приводит к понятию о наиболее низкой температуре, т. е. об абсолютном нуле. Эта температура на опыте не может быть достигнута. С другой стороны, экстраполяция результатов опытов с телами,

движущимися с обычными скоростями, на тела, движущиеся со скоростью, близкой к скорости света, приводит к выводам, находящимся в противоречии с экспериментом.

В наших примерах с объемами нескольких шаров и с площадями квадратов экстраполяция так же надежна, как и интерполяция, потому что мы знаем уравнения, вытекающие из геометрии Евклида, для объема шара или площади квадрата любых сколь угодно больших размеров. Однако физик должен считать, что он не располагает доказательствами справедливости евклидовой геометрии для расстояний космического масштаба. И действительно, физики-теоретики предложили изменить законы Евклида для огромных расстояний. С физической точки зрения геометрия пространства должна проверяться на опыте. Геометрия Евклида может неточно описывать результаты наших измерений, если мы будем иметь дело с громадными расстояниями. Разумеется, мы не будем менять наших представлений, если это не будет вызвано необходимостью. В нашем курсе мы будем пользоваться геометрией Евклида.

4.5. Масштаб. Физика Лилипутии

Вымышленный путешественник Лемюэль Гулливер посетил некое королевство, называемое Лилипутией, в котором все обычные предметы — люди, скот, деревья, трава — были совершенно такими же, как и в нашем обычном мире, но в одну двенадцатую натуральной величины. Лилипуты были ростом в среднем менее шести дюймов, но сложены пропорционально, так же, как и мы с вами. Гулливер посетил также Бробдингнег, страну великанов, которые во всем походили на нас, но были в двенадцать раз больше. Как писал Свифт, жизнь в обоих королевствах протекала так же, как и у обычных людей (в восемнадцатом веке). Его описание жизни лилипутов очень увлекательно, но мы увидим, что в действительности люди такого размера не могли бы существовать.

Задолго до Свифта Галилей понял, почему очень малые или очень большие копии людей не могут быть похожи на нас, но, по-видимому, Джонатан Свифт никогда не читал того, что написал Галилей. Один персонаж в «Двух новых науках» Галилея говорит: «Так как ... в геометрии ... форма фигуры или тела не зависит от их истинных размеров, я не вижу причин, почему бы свойства кругов, треугольников, цилиндров, конусов и других твердых тел изменялись с их размерами ...». Однако его друг физик возражает: «Это обычное представление в данном случае совершенно ошибочно». Давайте посмотрим, почему.

Начнем с вопроса о прочности каната. Легко видеть, что если один человек не в состоянии разорвать канат, то два человека не смогут разорвать два таких же каната. В толстом канате с такой же площадью поперечного сечения, как и у двух тонких канатов, будет вдвое больше волокон, чем в одном тонком. Другими словами, для проволоки или каната сопротивление разрыву пропорционально площади поперечного сечения, или квадрату диаметра. Опыт

и теория согласуются с таким выводом. Кроме того, это соотношение выполняется не только для канатов и тросов, подвергающихся растяжению, но и для колонн и подпорок, испытывающих сжатие. Нагрузка, которую выдерживает колонна из данного материала, также пропорциональна площади ее поперечного сечения.

Тело человека или животного тоже поддерживается колонками или подпорками, образующими скелет и удерживаемыми различными растяжками и тросами, т. е. мышцами и сухожилиями. Однако вес тела пропорционален количеству имеющихся в нем мяса и костей, т. е. пропорционален объему.

Сравним теперь Гулливера с бробдингнегским великаном, который больше его в 12 раз. Так как у них обоих строение тела совершенно одинаково, то каждый из линейных размеров великана должен быть в 12 раз больше соответствующего размера Гулливера. Следовательно, тела великана и Гулливера в точности подобны в поперечном сечении и по форме. Ввиду того, что прочность подпорок и растяжек пропорциональна площади их поперечного сечения, т. е. квадрату их линейных размеров, кости великана должны быть в 12^2, т. е. в 144 раза прочнее костей Гулливера. Поскольку вес пропорционален объему, великан будет в $12^3=1728$ раз тяжелее Гулливера. Поэтому у великана отношение прочности к объему окажется в 12 раз меньше, чем у Гулливера, т. е. чем у обычных людей. У такого великана вес собственного тела вызывает такое ощущение, какое испытали бы мы, если бы нам пришлось нести у себя на спине одиннадцать человек.

Рис. 4.8. *а*) Берцовые кости газели и бизона. Эти животные относятся к одному отряду, но газель значительно меньше. Приведенный снимок дает представление об относительных размерах костей. *б*) Берцовая кость газели, увеличенная до размеров берцовой кости бизона. Обратите внимание, что у бизона отношение толщины кости к ее длине больше, чем у газели. Маленькие животные должны быть значительно легче и грациознее. Можете ли вы представить себе, насколько лилипуты должны были бы отличаться от обычных людей?

Конечно, ни лилипуты, ни бробдингнеги не существуют на самом деле. Но можно посмотреть, как в действительности сказывается различие в масштабах, если сравнить близких по строению животных, обладающих, однако, совершенно разными размерами. Мы увидим при этом, что меньшее животное не будет простой уменьшенной копией большого. На рис. 4.8 изображены берцовые кости

двух близко родственных животных из семейства оленей: тоненькой газели и бизона. Заметьте, что кость большего животного геометрически не подобна кости меньшего. Она значительно толще, чем полагалось бы по ее длине. Таким образом, нарушается масштаб изменений; при его сохранении строго подобная кость оказалась бы слишком слабой.

Это очень ясно доказал Галилей, опровергший возможность существования бробдингнегов — великанов, похожих на обычных людей. «Если бы кто-нибудь пожелал сохранить в громадном великане те же пропорции конечностей, что и у обычного человека, то он должен был бы или подыскать более твердый и более прочный материал для костей, или согласиться на меньшую крепость великана по сравнению с человеком среднего роста; если великан был бы необыкновенно большой высоты, то он бы упал и был раздавлен своей собственной тяжестью. Если уменьшить размеры тела, то его прочность не будет уменьшаться в том же отношении; оказывается, что чем меньше размер тела, тем больше его относительная прочность. Поэтому маленькая собачка, вероятно, могла бы выдержать на своей спине двух или даже трех таких же собачек, однако я думаю, что лошадь не смогла бы выдержать на себе другую лошадь таких же размеров». Рис. 4.9 заимствован из сочинения Галилея, который привел его для иллюстрации приведенного отрывка.

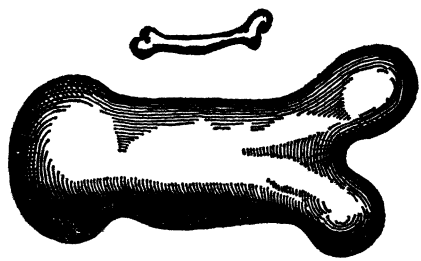


Рис. 4.9. Рисунок Галилея, иллюстрирующий масштабные соотношения. Свыше 300 лет назад Галилей писал, что длинные кости должны быть сравнительно более толстыми, чем кости короткие, чтобы иметь такую же прочность. На его рисунке большая кость приблизительно втрое длиннее маленькой и в 9 раз толще. На самом деле в этой старинной иллюстрации допущена ошибка. Большая кость должна быть толще приблизительно в 5,2 раза. Согласны ли вы с этим? Почему?

Слон настолько велик, что его конечности очень толсты и массивны. Однако кости кита, самого крупного животного, весящего в 40 раз больше, чем слон, совсем не так уж толсты. Их прочность оказывается достаточной только потому, что кит живет в воде. Какова была бы судьба кита, выброшенного на берег? Его ребра сломались бы. Некоторые из ископаемых динозавров были такими же большими, как и киты; как же *они* существовали?

Следуя Галилею, мы рассмотрели вопрос об увеличенном масштабе на примере великанов. Теперь перейдем к вопросам, возникающим при уменьшенном масштабе.

Когда вы совершенно мокрым выходите из бассейна, ваша кожа покрыта тонкой пленкой воды. Ваши пальцы столь же мокры, как и плечи, толщина пленки воды на всем теле одинакова. Выйдя из бассейна, вы унесете на себе приблизительно один стакан воды, что будет соответствовать увеличению нагрузки на тело не более чем на 1% от вашего веса. Вес лилипута, рост которого составляет

1/12 вашего роста и который в точности подобен вам, составит только $(1/12)^3$ вашего веса. Но поверхность его равна $(1/12)^2$ вашей поверхности и потому количество воды, уносимое им, будет составлять $(1/12)^2$ часть воды, уносимой вами. Следовательно, для него отношение «количество воды/первоначальный вес» будет в 12 раз больше, чем для вас. Лилипут унесет на себе количество воды, составляющее около 12% от его веса, что соответствует весу тяжелой зимней одежды и пальто. Когда он выйдет из бассейна, ему будет совсем не до шуток! Если смочить муху, она станет вдвое тяжелее и будет как бы заточена в капле воды.

Существуют, однако, еще более важные влияния размеров существ на условия их жизни. Ваш организм теряет тепло главным образом через кожу (и частично при выдыхании теплого воздуха). Легко показать (и это можно доказать на опыте), что потеря тепла пропорциональна величине поверхности, считая, что другие факторы, например температура, свойства кожи и др., остаются неизменными. Поглощаемая пища должна восполнять как это тепло, так и ту энергию, которую мы расходуем при движении. Поэтому минимальное количество пищи должно быть пропорциональным поверхности. Если обычный человек, вроде Гулливера, в течение одного-двух дней может довольствоваться бараньей ножкой и буханкой хлеба, то лилипуту с такой же температурой тела потребуется пища в объеме, составляющем только $(1/12)^2$ долю от рациона обычного человека. Но в мире лилипутов объем бараньей ножки окажется в $(1/12)^3$ раз меньше, чем в нашем мире. Поэтому ему нужно будет съесть дюжину ножек и дюжину буханок хлеба, чтобы почувствовать себя сытым. Лилипуты всегда должны были бы испытывать чувство голода и жажды, быть беспокойными, подвижными и грациозными. Все эти качества вы можете найти у мелких млекопитающих, например у мышей.

Теперь понятно, почему в природе не существует теплокровных животных, меньших, чем мыши. Рыбы, лягушки и насекомые могут быть значительно меньше, так как температура их тела не выше, чем температура окружающей среды. В соответствии с законами изменения масштаба площади и объема мелкие теплокровные животные поглощают относительно большое количество пищи; совсем маленькие животные не могли бы даже запасти и переварить такое огромное количество пищи. И, конечно, сельское хозяйство лилипутов не могло бы прокормить королевство, описанное Гулливером.

Таким образом, мы видим, что ни бробдингнеги, ни лилипуты не могут быть масштабными моделями нашего мира. Но какое значение имеют эти выводы для физики?

Начнем снова с очень больших систем. Если мы увеличим масштаб какой-нибудь системы, то может оказаться, что нагрузка превысит прочность конструкции. Разумеется, это относится к любой физической системе, а не только к животным. Здания могут быть очень большими, так как они строятся из материалов гораздо более прочных, чем кости, их форма может быть самой разнообразной и,

кроме того, они неподвижны. Эти факторы определяют значение постоянного множителя k в уравнении

$$\text{прочность} = k\ (\text{толщина})^2,$$

но сам закон остается справедливым. Нельзя построить здание, похожее на известные нам небоскребы, но высотой с гору, скажем, в 10 000 м. Горы представляют собой сплошные массивы и по большей части не имеют внутренних пустот. Как мы показали, кости великанов должны быть толстыми; точно так же сооружение на земле высотой с гору или должно быть сплошным или должно быть построено из каких-то новых, еще не известных нам материалов.

Приведенные соображения применимы не только к поверхности Земли. Мы можем представить себе грандиозное сооружение в космосе вне пределов земного тяготения. В этом случае нагрузка не будет результатом действия гравитационного поля Земли, но так как сооружение очень велико, то, как мы увидим в части III, силы тяготения, действующие между его частями, будут очень велики, и вскоре наружная его часть вдавится внутрь. Внутренняя часть сооружения, состоящего из обычных материалов, будет раздавлена, и сквозь поверхность вырвутся громадные протуберанцы, которые затем упадут обратно. В результате громадные тела, такие, как планеты, приобретают простую форму, и если они достаточно велики, их форма приближается к сферической. Никакая другая форма не в состоянии поддерживать сама себя. Ясно поэтому, почему планеты и Солнце представляют собой тела сферической формы. Поле тяготения очень важно для нас на Земле, а если мы увеличим размеры изучаемой нами системы, то его значение и вовсе становится решающим. Только движение и возникающие при этом силы могут препятствовать действию гравитационных сил. Например, в газовых туманностях перемещаются громадные массы газа, и вопреки закону, согласно которому форма тела большой массы должна быть геометрически простой, формы туманностей со временем изменяются.

Когда мы переходим от привычных нам размеров к очень малым, гравитационные эффекты теряют свое значение. Как мы уже видели на примере лилипутов, важное значение приобретают поверхностные эффекты. Если мы переходим к еще меньшим объектам, поверхность перестает быть гладкой и становится настолько неровной, что нам уже трудно определить, что же считать поверхностью. Здесь надо применить уже какие-то другие приемы описания, основанные на новых идеях и представлениях. Во всяком случае мы не должны будем удивляться, когда окажется, что в атоме, т. е. при очень малых размерах тела, решающую роль играет особое поле, которое в условиях обычных опытов ничем себя не проявляет.

Подобные соображения часто применяются во всех областях физики. Когда мы приступаем к изучению любой физической системы, такие соображения имеют исключительно важное значение наравне с оценкой порядка тех или иных величин. Часто наилучшим методом анализа поведения системы является изучение того, как

меняется ее состояние при изменении ее размеров, при изменении скорости движения и т. п.

Более того, иногда изучение различных систем в весьма необычных масштабах позволяет физикам установить совершенно новые и неожиданные физические зависимости. При изменении масштаба какие-то свойства физического мира могут быть выдвинуты на первый план, а какие-то другие, наоборот, затушеваны. Этот путь позволяет нам открыть или по меньшей мере лучше понять и многие явления, не столь очевидные в мире обычных масштабов. Именно поэтому очень часто физики ставят в лаборатории или вне ее опыты в очень большом или очень малом масштабе, ускоряют или замедляют процесс, применяют жар или холод или придумывают другие необычные условия опыта. Изучая, что происходит в этих условиях, мы применяем приборы, которые воспроизводят такие необходимые условия и расширяют возможности наших органов чувств при измерениях.

Трудно отрешиться от восприятия мира с точки зрения собственного масштаба человека. Одна из важнейших задач физики состоит в попытке воссоздать картину мира, которая бы не зависела от способа ее построения. Однако очень трудно избавиться от нашего собственного масштаба. Мы можем строить дороги и мосты, длинные и тонкие, представляющие собой сложные, но не обязательно трехмерные конструкции. Самые большие сооружения, которые мы можем создавать и которые обладают пространственной (т. е. трехмерной) конфигурацией,— это большие здания и большие корабли. Это предел увеличения масштаба в технике. В то же время в природе отсутствуют живые существа, которые были бы в тысячу раз больше, чем люди.

Мы еще не можем создать что-нибудь сложное, вроде часов или радиоламп, размером в тысячу раз меньше, чем мы сами. Размеры, с которыми имеет дело наша техника, ограничены. Область интересов физики значительно шире — от галактик до ядра атома. Развитие техники изготовления очень малых вещей и постройка грандиозных сооружений — дело будущего. Создание мощных заводов высотой в километр или радиоприемников размером с булавочную головку свидетельствовало бы о совершенно новых возможностях техники. Такой уровень развития техники может быть достигнут, однако в обозримом будущем применяемые масштабы будут ограничены физической природой используемых материалов.

Даже в пределах современной техники масштабные соображения имеют очень важное значение. Если мы конструируем какой-то новый большой объект на основе такого же, но малого объекта, мы должны иметь в виду возможность проявления каких-то новых эффектов, незаметных в малом масштабе, но приобретающих решающее значение при переходе к большим масштабам. Мы не можем механически увеличивать или уменьшать масштаб, исходя только из геометрических соображений; однако если при изменении масштаба принимать во внимание и физические соображения, то иногда

заранее можно предвидеть возможные изменения. Мы, например, с успехом можем пользоваться изменением масштаба при проектировании самолетов, но в то же время мы не можем создать реактивный самолет размером с пчелу, который был бы способен летать.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1*. Если известно, что $W=kV$, то как изменится W при утроении V? (Раздел 4.1.)

2*. Если известно, что $W=kV$, то как будет выглядеть график зависимости W от V? (Раздел 4.1.)

3. Общая толщина 500 листов бумаги составляет 40 мм. Считая, что толщина всех листов одинакова, постройте график зависимости общей толщины сложенной бумаги от числа листов и определите из этого графика толщину 200, 300 и 600 листов бумаги.

4. В книге должно быть 600 страниц или 300 листов (каждый лист имеет две страницы).

а) Напишите выражение для полной толщины книги в зависимости от толщины листа.

б) Постройте график зависимости толщины книги от толщины листа бумаги, предполагая, что бумага может иметь любую толщину между 0,06 и 0,12 мм.

в) В действительности в распоряжении имеется бумага какой-то определенной толщины. Если мы допустим, что толщина бумаги в указанных выше пределах изменяется кратно 0,005 мм, то можем ли мы соединить точки плавной линией? Почему?

5*. Общая площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна сумме площадей всех его шести граней. Если удвоить каждый из трех линейных размеров параллелепипеда, то как это отразится на общей площади? (Раздел 4.2.)

6*. Сколько нужно карт в масштабе 1 : 1 000 000 для того, чтобы покрыть ими площадь, занимаемую государством, изображенным на карте? (Раздел 4.2.)

7*. Гипотенузы двух прямоугольных треугольников равны соответственно 3 и 30 см. Чему равно отношение:

а) их площадей;

б) объемов тел, полученных от поворота на 360° этих треугольников вокруг их гипотенуз? (Раздел 4.2.)

8. Объем одного цилиндра в 8 раз больше объема другого подобного цилиндра.

а) Если длина окружности основания малого цилиндра равна 0,5 м, то чему равна длина окружности основания большого цилиндра?

б) Если еще один цилиндр, также имеющий объем, в 8 раз больший объема малого цилиндра, имеет такую же высоту, как и малый цилиндр, то чему будет равна длина окружности его основания?

9. Толщина стенок полого металлического шара равна 2 см. Если увеличить диаметр шара и соответственно толщину стенок таким образом, чтобы общий объем был в 3 раза больше первоначального, то какова будет толщина стенок нового шара?

10*. Чему будет равна площадь квадрата, построенного в пирамиде, изображенной на рис. 4.6, и удаленного на 10 м от точки P? (Раздел 4.3.)

11. Две одинаковые лампы расположены на расстоянии 60 см друг от друга. Где между ними следует расположить экран, чтобы с одной стороны он был освещен в 4 раза сильнее, чем с другой?

12*. Освещенности поверхности Земли от двух одинаковых по светимости звезд относятся между собой как 9 : 1. Чему равно отношение расстояний этих звезд до Земли? (Раздел 4.3.)

13*. По рис. 2.5 определите путь, пройденный пулей от положения, которое она занимает на 1 кадре сверху, до того положения, которое она займет к моменту,

соответствующему середине промежутка времени между 2 и 3 кадрами. Чему будет равен отрезок пути, пройденный пулей от 1 до 9 кадра? (Раздел 4.4.)

14. Твердые тела оказывают сопротивление, когда приложенные силы стремятся изогнуть их. Закрепите один конец метровой линейки на столе и подвешивайте к другому ее концу грузы известного веса. Измерьте величину изгиба в каждом случае и постройте график зависимости найденных величии изгиба от веса груза.

а) Следует ли из вашего графика, что величина изгиба прямо пропорциональна весу груза?

б) Выполняется ли это соотношение для очень малых грузов? Для очень больших грузов?

15. а) Температура кипения жидкости зависит от давления воздуха над ее поверхностью. Постройте график зависимости температуры кипения от давления по данным, приведенным в следующей таблице (1 атмосфера равна давлению воздуха на уровне моря):

Температура, °С	Давление, атм	Температура, °С	Давление, атм	Температура, °С	Давление, атм
0	$6{,}05\cdot10^{-3}$	50	$1{,}22\cdot10^{-1}$	100	1,00
10	$1{,}21\cdot10^{-2}$	60	$1{,}97\cdot10^{-1}$	110	1,43
20	$2{,}30\cdot10^{-2}$	70	$3{,}12\cdot10^{-1}$	120	1,96
30	$4{,}20\cdot10^{-2}$	80	$4{,}67\cdot10^{-1}$	130	2,67
40	$7{,}30\cdot10^{-2}$	90	$6{,}92\cdot10^{-1}$		

б) Обратите внимание, что по вашему графику трудно найти температуры кипения при низких давлениях. Постройте отдельный график для температур до 60 °С. Что вы заметите при этом?

в) Крахмал в картофеле превращается в съедобную форму при температуре около 90 °С. Каково наинизшее давление, при котором можно сварить картофель в открытой кастрюле?

16. Давление атмосферы уменьшается с увеличением высоты. На уровне моря давление равно 1 атм, а на высоте около 5 500 м — около 0,5 атм. С увеличением высоты давление уменьшается приблизительно вдвое на каждые 5 500 м, и этот закон остается справедливым до высоты 16 000 м.

а) Постройте график зависимости давления p в атмосферах от высоты h в метрах.

б) Станет ли график более наглядным, если вместо p откладывать $1/p$?

в) Каково давление на вершине горы Эверест (8 800 м)?

г) Каково давление на высоте 100 км? Уверены ли вы в своем ответе?

17. Образец полония распадается наполовину к концу 138 дня. Зная это, постройте график, с помощью которого вы можете определить, какая часть радиоактивного полония останется нераспавшейся на любой день. Сколько процентов от первоначального образца полония останется через год?

18. Рассмотрим одноклеточный организм, размножающийся путем деления клетки (одна клетка делится на две) в среднем каждые 30 минут при условии, что обеспечено питание и все другие необходимые условия. Предположим, что перед делением диаметр каждой клетки достигает около 10^{-5} м.

а) Постройте график зависимости числа образовавшихся одноклеточных организмов от времени, считая, что сначала была только одна клетка.

б) Напишите выражение для общего числа клеток, образовавшихся через n промежутков времени (по 30 минут).

в) Можете ли вы экстраполировать график в обратную сторону к точке, где число организмов равно нулю? Можно ли интерполировать по графику между точками?

г) Можно ли экстраполировать по графику вперед на 50 часов? (Вычислите число организмов, образовавшихся к этому времени, и занимаемый ими объем.)

19*. Предположим, что вы измените все линейные размеры стальной проволоки в три раза. Во сколько раз изменятся при этом следующие величины:

а) объем;

б) масса;

в) поверхность;

г) разрывающее напряжение? (Раздел 4.5.)

20. Кости ног одного животного в два раза прочнее, чем кости ног другого животного принадлежащего к тому же семейству и имеющего ту же форму.

а) Каким должно быть отношение роста одного из них к росту другого?

б) Каким должно быть отношение весов этих животных?

21. Колибри должна питаться очень часто, и ее пища должна быть высококалорийной (такой, например, как сахар). Что можно сказать о размере этой птички, исходя из масштабных соображений?

22. По данным зоологических садов слон обладает массой около $4 \cdot 10^3$ кг и потребляет в $3{,}4 \cdot 10^2$ раз больше пищи, чем морская свинка, масса которой составляет 0,7 кг. Оба эти животные принадлежат к теплокровным, питаются растительной пищей и имеют похожую форму. Найдите отношение площадей поверхности их тел (оно приблизительно равно отношению теплоотдач этих животных) и сравните получающуюся величину с указанным выше отношением количеств потребляемой пищи. Каким должно быть отношение роста одного из них к росту другого? Каким должно быть отношение весов этих животных?

23. Можно прийти в ужас, если представить себе живое существо, похожее на паука, но столь больших размеров, что оно могло бы пожирать людей. Возможно ли такое существо? Почему?

24. Железный шар подвешен на проволоке диаметром 0,1 см, едва выдерживающей вес этого шара. Каков должен быть диаметр проволоки, которая бы выдерживала вес железного шара:

а) в пять раз большего объема;

б) в пять раз большего диаметра?

25. Резервуар для воды имеет прямоугольную форму и укреплен над поверхностью Земли на четырех столбах высотой 5 м и диаметром 20 см. Если изготовить резервуар в 10 раз длиннее, шире и выше, то каков должен быть диаметр столбов? Во сколько раз больше воды поместится в таком резервуаре?

26*. Сколько нужно лилипутов, чтобы их масса была равна одному жителю Бробдингнега? (Раздел 4.5.)

ГЛАВА

5 ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Товарный поезд идет со скоростью 40 км/ч. Позади него на расстоянии 1 км показывается из тумана экспресс, проходящий за час 70 км. Машинист экспресса, увидев товарный поезд, начинает тормозить. При торможении нужно не менее 2 км, чтобы остановить поезд. Произойдет ли крушение? Можем ли мы с помощью расчета заранее указать, где будут находиться оба поезда в любой последующий момент времени, в частности, окажутся ли они в одном и том же месте в один и тот же момент времени? В более общем смысле мы задаем вопрос о том, какова связь между скоростью, пройденным путем и временем?

Все такие соотношения изучаются в *кинематике*. Изучая кинематику, мы не интересуемся вопросами вроде следующего: «Почему нужно 2 км, чтобы остановить экспресс?». Чтобы ответить на этот вопрос, мы должны детально изучить действие тормозов, замедляющих ход поезда. Подобного рода вопросы будут рассмотрены в части III, посвященной механике (динамике). Здесь мы займемся только описанием движения. Мы начнем с обсуждения движения по прямой линии. Затем в следующей главе мы продолжим обсуждение вопроса о способах описания траектории.

В обеих этих главах будем считать, что мы умеем измерять время и расстояние. Это совершенно необходимо, так как при всех движениях расстояние изменяется со временем. Обычно мы не задумываемся над измерениями времени и расстояния, но без них, говоря о расстоянии и времени, мы, в сущности, пользовались бы словами, не вкладывая в них никакого смысла.

5.1. Положение и перемещение вдоль линии

При изучении движения первая задача заключается в том, чтобы научиться определять положение движущегося объекта. Рассмотрим автомобиль, находящийся на прямом шоссе, протянувшемся с востока на запад. Для того чтобы ответить на вопрос: «Где находится автомобиль?», мы должны точно определить его положение относительно какой-то определенной точки. Для определения положения или начала отсчета может быть использован любой хорошо известный ориентир. Выбор ориентира произволен, лишь бы этот ориентир был отчетливо виден и понятен каждому. После этого мы устанавливаем, насколько далеко автомобиль находится от ориентира и в

каком направлении, восточном или западном, и тогда положение автомобиля полностью будет определено. Так, например, мы говорим, что автомобиль находится в 5 км на запад от центра города или в 3 км на восток от моста через реку. Сказать только, что «автомобиль находится в 5 км от центра города» — недостаточно, так как вы не знаете, означает ли это 5 км на восток или 5 км на запад.

Рис. 5.1. Ось координат x.

Совершенно так же, если вам нужно определить положение точки на линии, которую вы провели, вы должны совершенно точно указать какое-то начало и определить расстояние и направление от этого начала. Однако в то же время направление не может быть задано указанием «на восток» или «на запад», если линия проходит не в этом направлении. Можно было бы сказать «направо» или «налево», но, если бы кто-нибудь стоял на другой стороне линии, то как бы этот человек воспринял эти направления? Для того чтобы определить направление, относительно которого все были бы единого мнения, мы будем называть линию с одной стороны от начала положительной, а с другой стороны — отрицательной. Тогда мы сможем совершенно точно определить положение точки на линии положительным или отрицательным числом, которое одновременно будет характеризовать и расстояние (в каких-то удобных для нас единицах), и направление этой точки от выбранного начала. Будем называть такое число (с его знаком и выбранной единицей) координатой точки. Если мы назовем линию x осью координат, то мы будем обозначать координаты через x_1, x_2, x_3 и т. д. (рис. 5.1).

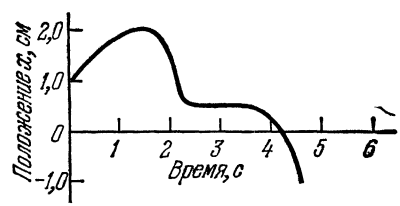


Рис. 5.2. График зависимости положения от времени для движения вдоль оси координат x.

Для того чтобы описать движение объекта вдоль координатной оси, часто удобно построить график зависимости положения от времени. В таких графиках время обычно откладывается по горизонтальной оси, а положение — по вертикальной оси. На рис. 5.2 изображен пример такого графика. Существует много качественных особенностей движения, которые можно изучать с помощью подобных графиков.

В момент, который мы выбрали за начало отсчета времени, объект занимал положение, для которого $x=1$ см. При этом нам ничего неизвестно о предыдущей истории нашего объекта. Мы видим, что в промежутке между $t=0$ и $t=1{,}5$ с объект движется по

направлению к точке с координатой $x=2$ см и достигает этой точки при $t=1{,}5$ с. После этого объект меняет направление своего движения и направляется к меньшим числам на линии x. При $t=2{,}5$ с объект достигает точки $x=0{,}5$ см и остается в этом положении до момента времени $t=3{,}5$ с. Далее объект движется в том же направлении, в момент времени $t=4{,}2$ с проходит через начало координат и доходит до точки с координатой $x=-1{,}0$ см. На этом график останавливается и наша информация заканчивается.

Во многих случаях при изучении движения нам удобно говорить об изменении положения движущейся точки. В таких случаях мы будем пользоваться особым термином *перемещение*. Если объект перемещается из положения x_1 в положение x_2, то перемещение d

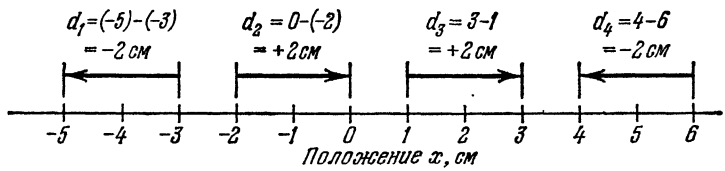


Рис. 5.3. Знак перемещения не зависит от того, где оно происходит, а зависит только от направления.

будет равно $x_2 - x_1$. Перемещение может быть либо положительным, либо отрицательным (положительным, когда x_2 больше, чем x_1, и отрицательным, когда x_2 меньше, чем x_1). Как видно из рис. 5.3, знак перемещения зависит только от направления изменения положения и не зависит от того, с какой стороны от начала координатной оси x происходит перемещение. Стрелки на рис. 5.3 указывают направление перемещения. Перемещения d_2 и d_3 происходят в положительном направлении; эти перемещения положительны по величине и в точности равны друг другу. Перемещения d_1 и d_4 происходят в отрицательном направлении, они отрицательны по величине и также в точности равны друг другу.

5.2. Скорость

Предположим, что вы равномерно двигаетесь по прямолинейной траектории. Для того чтобы предсказать, где вы будете находиться в какой-то момент времени в будущем, вам нужно знать, где вы находитесь в настоящее время, насколько быстро вы двигаетесь в направлении вашего движения. Величину, показывающую, насколько быстро и в каком направлении что-то движется, мы будем называть *скоростью*.

Мы определим скорость равномерно движущегося объекта как перемещение за единицу времени, или на языке алгебры

$$v=(x_2-x_1)/(t_2-t_1)=d/t,$$

где $t=t_2-t_1$ — промежуток времени, в течение которого происходило перемещение. Так как время всегда идет вперед и t — величина

положительная, то, как вы видите, знак скорости определяется только знаком перемещения; когда перемещение положительно (т. е. происходит в положительном направлении), движение происходит в положительном направлении и скорость положительна, независимо от того, в каком месте координатной оси происходило движение. Наоборот, когда перемещение отрицательно, скорость отрицательна и движение происходит в отрицательном направлении.

Рассмотрим простой пример. Предположим, что каждое из перемещений, изображенных на рис. 5.3, происходит за 0,4 с. Тогда, обозначая скорость каждого из перемещений через v_1, v_2 и т. д., мы получаем из $v=d/t$

$v_1 = -2$ см/0,4 с $= -5$ см/с, $v_2 = +2$ см/0,4 с $= +5$ см/с и т. д.

Часто удобно представлять скорость движущегося объекта как функцию времени в виде графика. На рис. 5.4, *а* изображен такой

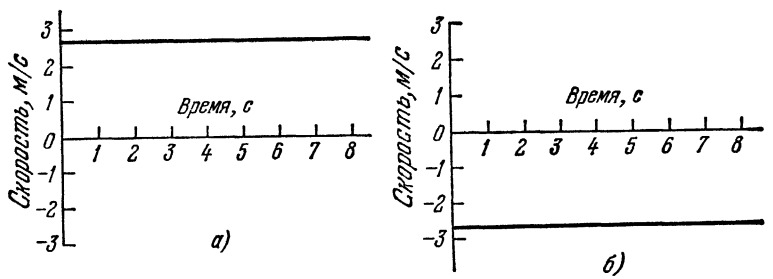


Рис. 5.4. Скорость объекта, движущегося равномерно, можно изобразить горизонтальной линией на графике зависимости скорости от времени. *а*) Движение в направлении возрастающих положительных значений координат. *б*) Движение с равной по величине скоростью, но в противоположном направлении.

график для объекта, движущегося с постоянной скоростью, а на рис. 5.4, *б* — график для такого же движения, но в противоположном направлении. Мы говорим, что оба эти движения происходят с одинаковой по величине скоростью. *Величина скорости* указывает только, насколько быстро движется объект, и ничего не говорит нам о направлении движения. Эта величина отсчитывается по спидометру автомобиля. Она характеризует только численное значение скорости.

Рассмотрим теперь с помощью нашего графического метода более сложное движение. Предположим, что движение автомобиля вдоль прямолинейного шоссе представлено данными, приведенными в табл. 5.1. Внутри каждого промежутка времени *А*, *Б*, *В*, *Г* и *D* автомобиль движется с постоянной скоростью; однако в разные промежутки времени эти скорости различны. Для вычисления перемещения, пройденного за первый промежуток времени (длительностью в 0,1 ч), мы пользуемся уравнением $d=vt$. В результате получим 3 км. Мы можем произвести такие вычисления для всех последующих промежутков времени и, сложив полученные перемещения, найдем, что весь пройденный путь равен 53 км.

ТАБЛИЦА 5.1

Движение автомобиля с переменной скоростью

Промежуток времени	*А*	*Б*	*В*	*Г*	*Д*
Время, ч	0,1	0,3	0,1	0,5	0,1
Скорость, км/ч	30	50	25	60	25
Перемещение, км	3	15	2,5	30	2,5

График этого движения показан на рис. 5.5. В действительности реальный объект не мог бы двигаться *в точности* так, как это изображено на рис. 5.5. Его скорость не может увеличиваться внезапным «скачком». Тем не менее реальный автомобиль может изменять свою

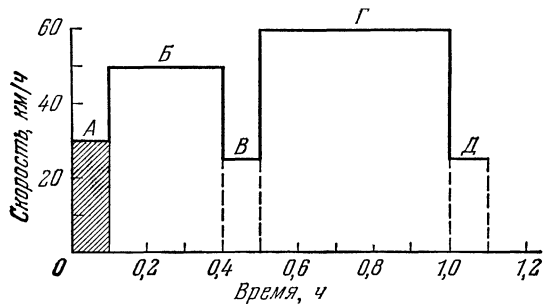


Рис. 5.5. Движение автомобиля с разной скоростью в различные промежутки времени. Перемещение за любой промежуток измеряется площадью, заключенной между графиком и горизонтальной осью.

скорость сравнительно быстро. В этом случае график его движения будет очень похож на тот, который изображен на рис. 5.5. Сейчас мы не будем обсуждать возможность внезапных скачков и будем считать, что наш график имеет именно такой простой вид.

Большое удобство графического изображения состоит в том, что оно позволяет сразу видеть, когда автомобиль идет быстро и когда медленно, и, кроме того, указывает направление движения. Чем больше скорость, тем больше соответствующая ордината на графике, выражающем зависимость скорости от времени. Можно ли, смотря на график, определить перемещение автомобиля за каждый отдельный промежуток времени? Да, можно. Посмотрим, как это делается. В течение каждого из пяти промежутков времени автомобиль проходит путь, который можно найти из уравнения $d=vt$. В каждом промежутке времени высота графика дает нам скорость в этом промежутке, а длина горизонтального отрезка — время. Умножая высоту на основание, т. е. v на t, мы получаем площадь прямоугольника. На рис. 5.5 эта площадь для первого промежутка времени заштрихована. Такая «площадь» измеряется в единицах, отличающихся от единиц, в которых обычно измеряется площадь, т. е. от $см^2$,

м² и др., потому что одна сторона прямоугольника измеряется в часах, а другая — в км/ч. В этом случае произведение будет измеряться в км, так как ч·км/ч=км.

По вертикальной оси графика отложены значения скорости в км/ч. Возьмем линейку и на рис. 5.5 действительно измерим длину по вертикали в первом промежутке времени; мы получим длину 1,5 см, но отсюда мы не сможем сделать никакого вывода, пока мы не увидим из масштаба этого графика, что найденная нами длина (1,5 см) соответствует скорости 30 км/ч. Полезно напомнить, что график на рис. 5.5 представляет собой пример масштабного графика. В отличие от карты, которая просто чертится в уменьшенном масштабе, этот график имеет разные масштабы в горизонтальном и вертикальном направлениях — разные не только по численному значению, но и по физическому смыслу величин, измеряемых в разных единицах. Мы можем отложить «высоту» в 30 км/ч по оси скорости в виде любого удобного нам вертикального отрезка; нет никаких причин, мешающих нам принять, что, например, 3 см соответствуют скорости 30 км/ч. Однако если мы уже выбрали соотношение между вертикальным отрезком и скоростью, то мы должны последовательно придерживаться этого соотношения на данном графике. Например, если 3 см соответствуют скорости 30 км/ч, то 1 см будет соответствовать скорости 10 км/ч.

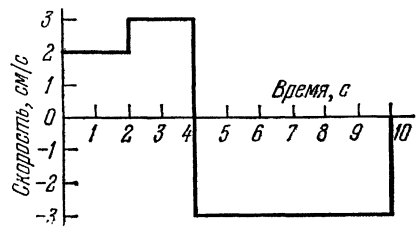


Рис. 5.6. График зависимости скорости от времени, на котором есть как положительные, так и отрицательные значения скорости.

Так как высоты и горизонтальные расстояния, которые мы откладываем на нашем графике по оси скорости и по оси времени, пропорциональны действительным скоростям и промежуткам времени, то любая площадь на этом графике в точности пропорциональна действительному пути, пройденному автомобилем. Это обстоятельство часто позволяет с одного взгляда решить, за какой промежуток времени пройден наибольший путь. Например, мы видим, что площадь прямоугольника, отмеченного буквой *Г* на рис. 5.5, больше площади любого другого прямоугольника. Поэтому без всяких расчетов мы знаем, что за промежуток времени *Г* автомобиль прошел путь больший, чем за любой другой промежуток.

Общий путь, пройденный автомобилем за 1,1 ч, можно получить сложением «площадей», соответствующих всем промежуткам времени на рис. 5.5.

Что получится, если график зависимости скорости от времени будет иметь вид, изображенный на рис. 5.6, на котором фигурируют как положительные, так и отрицательные скорости? Как нам в этом случае найти перемещение из площади прямоугольников? За первые 4 с перемещение равно сумме площадей первых двух прямоуголь-

ников: (+2 см/с)·2 с+(+3 см/с)·2 с=+10 см. В течение следующих 6 с объект обладает отрицательной скоростью, направленной в обратную сторону от исходной точки, и его перемещение отрицательно. Когда мы вычисляем площадь третьего прямоугольника, она получается отрицательной: (—3 см/с)·6 с=—18 см и выражает отрицательное перемещение. Полное перемещение за время от 0 до 10 с, которое мы находим из этого графика, равно d=(+10 см)+ +(—18 см)=—8 см.

В итоге мы можем сказать об этом движении следующее: за первые 4 с объект переместился на 10 см в положительном направлении и затем, изменив направление движения, за последующие 6 с переместился на 18 см в отрицательном направлении. Таким образом, в результате объект переместился на —8 см от исходной точки.

Мы видим, что график зависимости скорости от времени дает нам информацию, из которой мы можем найти перемещение за определенный промежуток времени, но этот график ничего не говорит нам о положении движущегося объекта. Для того чтобы предсказать, где будет находиться объект к концу промежутка времени, нам также нужно знать его положение к началу промежутка. Конечное положение будет равно сумме начального положения и изменения положения, т. е. сумме начального положения и перемещения.

5.3. Переменная скорость

Теперь мы используем графики для решения более трудной задачи. На рис. 5.7 приведен график зависимости скорости автомобиля от времени. Можем ли мы сказать, какой путь прошел автомобиль

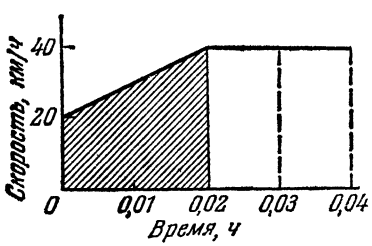


Рис. 5.7. График зависимости скорости от времени для автомобиля, скорость которого изменяется в течение части его пути. Можно ли считать, что заштрихованная площадь выражает путь, пройденный за промежуток времени от 0 до 0,02 ч?

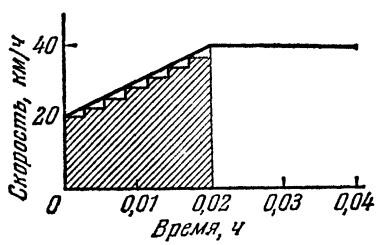


Рис. 5.8. Воображаемый автомобиль изменяет свою скорость скачками, но его скорость в данный момент времени никогда не превышает скорости реального автомобиля на рис. 5.7. Если эти скачки будут достаточно частыми, то заштрихованная площадь на этом рисунке будет почти равна заштрихованной площади на рис. 5.7.

за первые 0,02 ч? Можно попытаться найти ответ, перемножив скорость и время, но при этом возникает затруднение, так как мы должны будем выбрать какую-то одну величину скорости из целого набора ее значений. Однако мы можем использовать площадь, ограниченную графиком (как это делалось при рассмотрении движения с постоянной скоростью), что позволит графически решить задачу, алгебраическое решение которой связано с некоторыми трудностями.

Использование площади для определения пройденного пути представляется вполне разумным, так как график с наклонной прямой (см. рис. 5.7) мы можем приближенно заменить графиком с ломаной линией (рис. 5.8).

Этот график характеризует движение воображаемого автомобиля, начинающего двигаться из того же положения, что и реальный автомобиль, но обладающего скоростью, которая изменяется ступенчато. В начале каждой ступени его скорость равна скорости реального автомобиля. В то время как скорость воображаемого автомобиля остается постоянной, скорость реального автомобиля увеличивается, и поэтому реальный автомобиль уходит все дальше и дальше воображаемого автомобиля. В конце ступени скорость воображаемого автомобиля внезапно возрастает до скорости реального автомобиля в этот момент. Однако воображаемый автомобиль никогда не сможет догнать реальный, потому что этот последний в каждый данный момент времени движется с большей скоростью. Если мы будем уменьшать величину ступенек и соответственно увеличивать их число, то скорости обоих автомобилей, реального и воображаемого, никогда не будут сильно отличаться друг от друга и реальный автомобиль никогда не обгонит воображаемый. Тогда заштрихованная площадь, которая, как мы знаем из раздела 5.2, численно равна перемещению воображаемого автомобиля за данный промежуток времени, будет также очень близка к перемещению реального автомобиля за тот же промежуток времени. Эта заштрихованная площадь для большого числа ступенек на рис. 5.8 практически будет равна заштрихованной площади на рис. 5.7 для реального автомобиля. Таким образом, мы видим, что перемещение реального автомобиля численно равно площади, ограниченной графиком зависимости скорости от времени.

Следует быть осторожным и не путать перемещение за данный промежуток времени и полный путь, пройденный за этот же промежуток времени! Часто они могут быть совершенно разными. Например, для случая, изображенного на рис. 5.6, мы нашли, что полное перемещение за 10 с оказалось равным — 8 см. Это было изменение положения с момента начала движения и до его конца (где бы оно ни происходило). Путь же, пройденный за все это время, равен 10 см+18 см=28 см. Или другой пример: предположим, что вы едете на машине от Сан-Франциско в Нью-Йорк и обратно. Полный путь, который вы проедете, составит около 9 600 км, а общее перемещение будет равно нулю!

Так как площадь, ограниченная наклонной прямой на рис. 5.7, представляет собой площадь трапеции с основаниями +20 км/ч и +40 км/ч и высотой 0,02 ч, мы можем найти перемещение реального автомобиля. Площадь трапеции дает нам перемещение, т. е.

$$d = {}^1/_2(20\ \text{км/ч} + 40\ \text{км/ч}) \cdot 0{,}02\ \text{ч} = 0{,}6\ \text{км}.$$

(Вы можете получить тот же результат, разбив трапецию на прямоугольник и треугольник и сложив их площади.)

Вообще говоря, даже для более сложных графиков зависимости скорости от времени, например для случая, изображенного на рис. 5.9, пройденный путь также будет выражаться «площадью».

Например, для промежутка времени от 0,02 до 0,08 ч пройденный путь будет выражаться заштрихованной площадью на рис. 5.9.

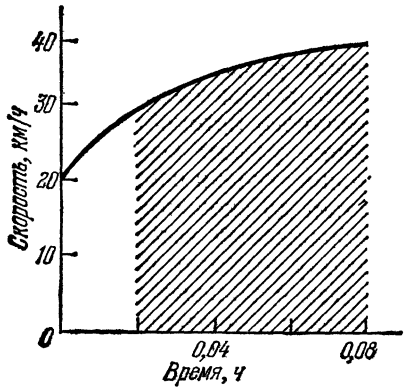


Рис. 5.9. В общем случае перемещение определяется площадью, ограниченной графиком зависимости скорости от времени, независимо от того, как изменяется скорость.

Доказательство этого изложено в тексте, набранном мелким шрифтом в конце раздела. Даже если нельзя вычислить площадь по какой-либо формуле, мы всегда можем сделать это приближенно каким-нибудь другим способом.

Мы можем, например, с хорошим приближением описать движение с помощью большого числа узких прямоугольников, подобно тому, как это сделано на рис. 5.8, и затем вычислить площадь этих прямоугольников. Другой способ заключается в том, что площадь разбивается на маленькие квадратики и затем перемножается площадь каждого квадратика на их число (при подсчете числа квадратиков, ограниченных графиком, приближение состоит в том, что в это число попадают и неполные квадратики). Применяя один из этих методов или же метод, изложенный в тексте, набранном мелким шрифтом, можно с очень хорошим приближением подсчитать величину перемещения за данный промежуток времени.

Перемещение как площадь на графике зависимости скорости от времени Приведем доказательство того, что перемещение за какой-то промежуток времени всегда численно равно площади, ограниченной графиком зависимости скорости от времени, независимо от формы этого графика. Мы можем заключить перемещение реального автомобиля между перемещениями двух воображаемых автомобилей, скорости которых изменяются большими ступенями, как это показано на рис. 5.10. Автомобиль *Б* в начальный момент времени, соответствующий 0,02 ч, обладал скоростью реального автомобиля. В течение первого промежутка 0,02 ч воображаемый автомобиль движется со скоростью 30 км/ч, тогда как скорость реального автомобиля за этот же промежуток времени изменяется от 30 км/ч до 35 км/ч; в течение следующего промежутка 0,02 ч автомобиль *Б* движется со скоростью 35 км/ч; в течение последнего промежутка 0,02 ч автомобиль *Б* движется уже со скоростью 38 км/ч. Вместе с тем, автомобиль *А* в течение первого промежутка 0,02 ч движется со скоростью 35 км/ч; в течение второго промежутка он движется со скоростью 38 км/ч и, наконец, в течение последнего промежутка — со скоростью 40 км/ч. За все время 0,06 ч автомобиль *Б* пройдет путь 0,60 км+0,70 км+0,76 км, т. е. всего 2,06 км. В то же время автомобиль *А* пройдет путь, равный 0,70 км+0,76 км+ +0,80 км=2,26 км. Перемещение реального автомобиля должно быть больше перемещения автомобиля *Б* и меньше перемещения автомобиля *А*, так как реальный автомобиль никогда не двигался быстрее, чем *А*, и медленнее, чем *Б*. Таким образом, мы заключили перемещение реального автомобиля между двумя пределами 2,06 км и 2,26 км.

Теперь уменьшим величину ступенек и увеличим их число (рис. 5.11). Если вы будете определять перемещения автомобилей *Б* и *А* за тот же самый промежуток времени 0,06 ч (по площади, ограниченной графиком), то вы получите соответственно 2,12 км и 2,22 км. Это уже дает меньший интервал между верхним и нижним пределами, чем мы получили ранее.

Можно продолжить уменьшение этого интервала, рассматривая изменение скорости автомобилей за все меньшие и меньшие промежутки времени. Площади, выражающие верхний и нижний пределы пройденного пути, будут все меньше и

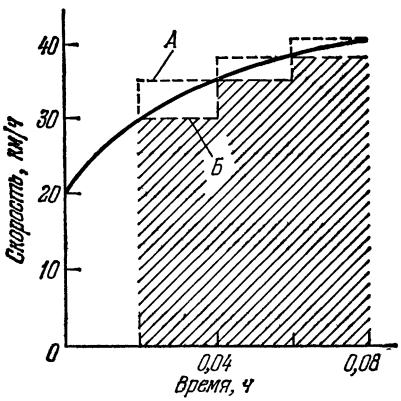


Рис. 5.10. Мы можем «ограничить» перемещение автомобиля на рис. 5.9 перемещениями двух воображаемых автомобилей *А* и *Б*, которые движутся с различными скоростями, как это изображено на этом рисунке.

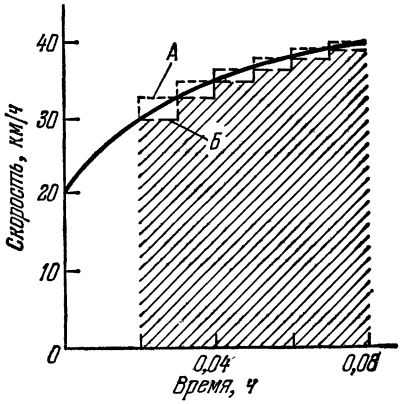


Рис. 5.11. Если скорости двух автомобилей, изображенные на рис. 5.10, изменяются все чаще и чаще, то ясно, что они все больше и больше приближаются к скорости реального автомобиля.

меньше отличаться друг от друга и от площади, ограниченной наклонной линией. Мысленно продолжая этот процесс, мы найдем, что «площадь», ограниченная графиком зависимости скорости от времени, будет выражать собой перемещение реального автомобиля.

5.4. Анализ графика зависимости положения от времени

Мы видели, что когда мы движемся с постоянной скоростью, перемещение пропорционально времени, т. е. $d=vt$. Другими словами, несмотря на то, что скорость сохраняет постоянное значение, площадь, ограниченная графиком зависимости скорости от времени, изменяется со временем. При скорости +0,60 м/с, например, за 10 с мы проедем +6 м, за 20 с +12 м и т. д. Мы можем записать эти данные в виде таблицы (табл. 5.2). Можно также построить новый график, выражающий зависимость положения от времени, если мы знаем, где находился движущийся объект в момент времени $t=0$.

ТАБЛИЦА 5.2

Зависимость перемещения от времени при постоянной скорости

Время, с	10	20	30	40	50
Пройденный путь, м	6	12	18	24	30

Предположим, что в момент времени $t=0$ объект находился как раз в начале координат. В этом случае график зависимости положения от времени будет иметь вид, изображенный на рис. 5.12. Подобно всем графикам, выражающим прямую пропорциональность, он

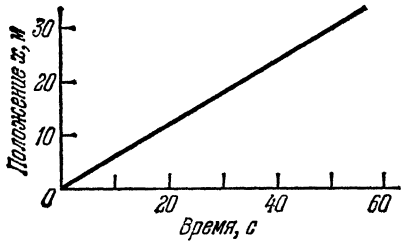


Рис. 5.12. График зависимости положения от времени при постоянной скорости выражается прямой линией.

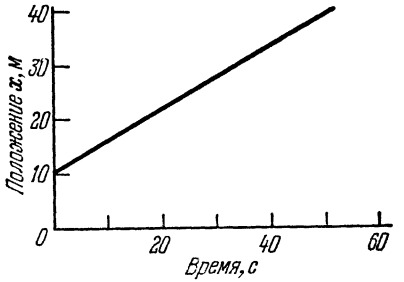


Рис. 5.13. Скорость та же самая, что и на рис. 5.12, но начальное положение другое.

представляет собой прямую. Наклон этой прямой показывает, что скорость движения равна 0,60 м/с. Угол ее наклона зависит от скорости, а не от начального положения. Если, например, скорость будет больше, скажем, 0,80 м/с, то прямая пойдет круче. При этом то же расстояние будет проходиться за меньшее время.

С другой стороны, на рис. 5.13 изображен график зависимости положения от времени для объекта, который движется также со

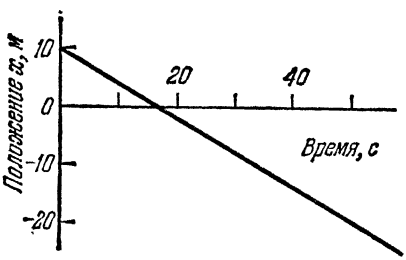


Рис. 5.14. Движение в отрицательном направлении вдоль координатной оси.

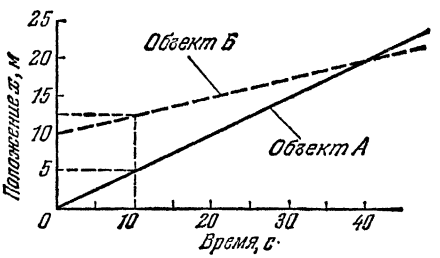


Рис. 5.15. Когда объект *А* догонит объект *Б*?

скоростью +0,60 м/с, но который в момент времени $t=0$ занимал начальное положение +10 м. Этот второй объект движется вдоль координатной оси x с той же самой скоростью, как и объект на рис. 5.12. Оба эти графика имеют одинаковый наклон. Если оба объекта начинают свое движение в один и тот же момент времени, то второй объект всегда будет на 10 м впереди первого, никогда не обгоняя его и никогда не отставая от него.

На рис. 5.14 изображен другой случай. В момент $t=0$ график начинается с положения +10 м и идет вниз (вместо того чтобы идти вверх) со скоростью 6 м за каждые 10 с. Таким образом, в мо-

мент времени $t=10$ с положение объекта будет $+4$ м; при $t=20$ с положение равно -2 м и т. д. Этот график характеризует движение в отрицательном направлении вдоль координатной оси x; скорость этого движения равна $-0{,}60$ м/с.

Теперь рассмотрим случай, изображенный на рис. 5.15. Каким образом можно установить из графика, какой из объектов обладает большей скоростью? Ответ прост: тот, график которого идет круче. В заданный промежуток времени более крутая кривая соответствует большему изменению положения. Объект, который движется с большей скоростью, перемещается за данный промежуток времени на большее расстояние и, следовательно, большей скорости соответствует более круто поднимающийся график. Поэтому объект *А* движется с большей скоростью, чем объект *Б*. Действительно, из рис. 5.15 видно, что в момент $t=40$ с объект *А* догоняет объект *Б* и перегоняет его.

Из этого графика мы можем найти скорости каждого из двух объектов. Например, за 10 с объект *А* изменяет свое положение от $x_1=0{,}0$ м до $x_2=5{,}0$ м. Его перемещение равно $+5{,}0$ м и поэтому скорость равна 0,50 м/с. За следующие 10 с объект *А* снова изменяет свое положение на 5 м от $x_2=5{,}0$ м до $x_3=10{,}0$ м; его скорость по-прежнему равна 0,50 м/с. Так как график представляет собой прямую, то перемещение объекта *А* за каждые 10 с одно и то же; поэтому скорость объекта *А* все время остается равной 0,50 м/с. Скорость объекта *Б* также постоянна. За каждые 10 с его положение изменяется на 2,5 м: от $x_1=10{,}0$ м до $x_2=12{,}5$ м за первые 10 с, от 12,5 м до 15,0 м за следующие 10 с и т. д. Следовательно, скорость объекта *Б* равна 0,25 м/с.

Помимо скоростей, этот график дает нам еще кое-что. Из него видно, что объект *Б* начинает свое движение на 10 м впереди *А*, но по мере того как они движутся, расстояние между обоими объектами уменьшается и, наконец, объект *А* перегоняет объект *Б*; после этого расстояние между ними вновь увеличивается. Спустя 10 с объект *А* находится на расстоянии 5,0 м, а *Б* — на расстоянии 12,5 м от начала. Следовательно, объект *А* отстанет от *Б* только на 7,5 м. Через 40 с оба объекта будут находиться в одном и том же положении, соответствующем $x=20{,}0$ м. Позже объект *А* окажется впереди *Б*: например, спустя 50 с, он удалится от начала на 25,0 м, в то время как объект *Б* будет на расстоянии, равном только 22,5 м.

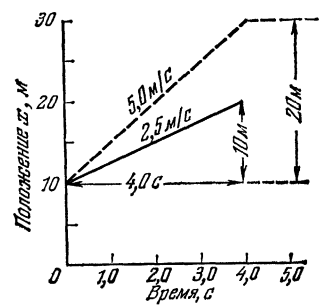


Рис. 5.16. Более крутой наклон прямой, выражающей зависимость пройденного пути от времени, соответствует большей скорости.

В разделе 5.2 мы видели, что по графику зависимости скорости от времени можно сразу же сказать, когда скорость была наибольшей. Линия, расположенная выше всего, соответствует наибольшей скорости. Однако теперь мы рассматриваем совершенно другой гра-

фик, а именно график зависимости положения от времени. По этому графику нельзя непосредственно найти скорость, она не определяется высотой графика над осью времени. Например, на рис. 5.15 график для объекта *Б* расположен выше, чем для объекта *А*, в течение всего промежутка времени от 0 до 40 с, однако за это время объект *А* догнал объект *Б*, который, конечно, двигался медленней.

На рис. 5.16 изображено соотношение между наклоном графика и скоростью. Сплошная прямая относится к объекту, движущемуся со скоростью 2,5 м/с. Мы видим, что путь длиной 10 м он проходит за первые 4,0 с. Объект, движущийся со скоростью 5,0 м/с, за те же 4,0 с проходит путь в 20 м. Соответствующий ему график изображен более крутой пунктирной линией.

5.5. Наклон

Если мы передвигаемся из положения x_1 в момент времени t_1 в положение x_2, соответствующее моменту времени t_2, то по определению скорость v будет равна

$$v = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1).$$

Теперь мы можем выяснить, какой геометрический смысл имеет это уравнение. Рассматривая на графике (рис. 5.17) две точки *A* и *B*, мы видим, что $x_2 - x_1$ равно расстоянию между этими точками

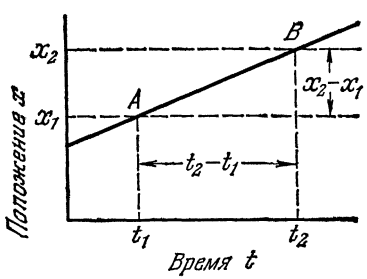


Рис. 5.17. Наклон прямой линии находится путем деления x_2-x_1 на t_2-t_1.

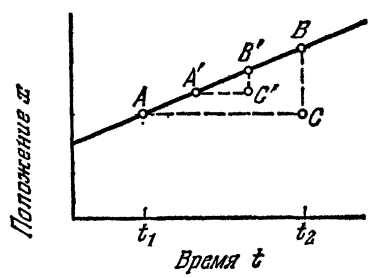


Рис. 5.18. Отрезок прямой на протяжении всей своей длины имеет один и тот же наклон.

по вертикали, а $t_2 - t_1$ — расстоянию между ними по горизонтали. Величины этих двух отрезков полностью определяют крутизну графика. Как мы уже установили, скорость характеризуется крутизной графика зависимости положения от времени, а крутизна графика зависит от того, насколько круто он поднимается за какой-то определенный промежуток времени. Отношение «подъема» к «промежутку» представляет собой очень удобную характеристику крутизны и имеет особое название. Мы будем называть эту характеристику *наклоном* линии. Для графика зависимости положения от времени, изображенного на рис. 5.17, наклон выражается «подъемом» x_2-x_1, деленным на «промежуток» $t_2 - t_1$. Наклон такого графика в

случае движения автомобиля выражает скорость автомобиля; мы это видели из приведенного уравнения.

Мы определили наклон линии на рис. 5.17 из отношения «подъема» к «промежутку» для двух точек A и B. Если мы возьмем две другие точки, например A' и B' (рис. 5.18), то увидим из подобия треугольников, изображенных пунктирными линиями, что отношение «подъема» к «промежутку» в одном случае в точности равно отношению этих величин в другом случае. Поэтому для вычисления наклона прямой мы можем использовать *любую* пару точек на ней.

Важно помнить, что хотя наклон характеризует «крутизну» графика, сам по себе угол между изображающей его линией и горизонтальной осью не имеет значения, так как мы можем менять этот

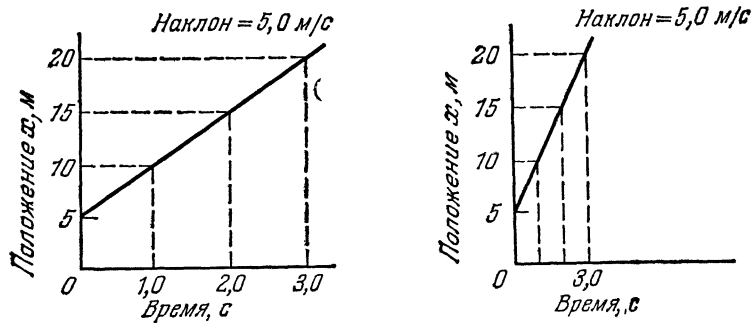


Рис. 5.19. Наклон обоих графиков одинаков, хотя выглядят они по-разному. Графики будут иметь одинаковый вид, только если они будут построены в одном и том же масштабе или начерчены на одном и том же рисунке.

угол, изменяя масштаб, как это изображено на рис. 5.19. Только при сравнении линий, изображенных на одном и том же графике, как это сделано, например, на рис. 5.15, или линий на разных графиках, но построенных в одном и том же масштабе, угол между линией на графике и горизонтальной осью позволяет нам сравнивать наклон двух линий. Вообще же мы должны измерить расстояние между двумя точками на графике по вертикали и по горизонтали и вычислить их отношение в соответствующих единицах, например в м/с, как на рис. 5.19.

То, что мы говорили о наклоне, применимо и к другим графикам; в этом отношении графики зависимости положения от времени ничем не отличаются от других графиков. Вскоре мы познакомимся со значением наклона в графике, описывающем зависимость *скорости* от времени. В дальнейшем нам настолько часто придется иметь дело с наклоном, что целесообразно ввести как бы стенографическое обозначение, указывающее на способ вычисления величины наклона. Например, наклон графика зависимости положения от времени всегда равен отношению отрезка перемещения $x_2 - x_1$ к промежутку времени $t_2 - t_1$. Часто применяют греческую букву Δ (дельта) для сокращения фразы «приращение той или иной вели-

чины». Δ применяется для обозначения разности, изменения, приращения или промежутка. Таким образом, Δx означает приращение координаты x, а Δt — приращение времени. Мы будем читать это так: «дельта икс» и «дельта те».

Мы можем сравнить символ Δ с некоторыми другими алгебраическими символами, например со знаком $\sqrt{\ }$, который означает: «извлечь квадратный корень». В выражении $\sqrt{a}$ символ a обозначает некоторое число (или физическую величину), а знак $\sqrt{\ }$ указывает, что следует делать с a. Подобным же образом в выражении Δt t означает физическую величину, а знак Δ показывает, что нужно делать с ней. Этот символ говорит: «найдите приращение t», или «найдите разность между двумя значениями t».

Когда речь идет об отношении двух интервалов, как, например, при определении скорости, это отношение записывается обычно в виде дроби, числитель которой представляет собой приращение координаты x, а знаменатель — промежуток времени. Таким образом,

$$v = \Delta x/\Delta t,$$

что читается так: «v равно отношению дельта x к дельта t» и означает следующее: «для того чтобы найти скорость, нужно приращение Δx за промежуток времени Δt разделить на этот промежуток времени».

Вообще, когда мы пишем $\Delta a/\Delta b$, это всегда означает, что интервал изменения величины a соответствует интервалу изменения величины b. В конечном счете нас всегда интересует лишь отношение соответствующих интервалов. Запомните также, что знак Δ отдельно от a или b не имеет смысла. Определенное значение имеет только символ Δa, что означает приращение величины a. Символ Δa не означает умножения Δ на a.

Любопытно выяснить, как определять наклон, когда скорость отрицательна. Этот случай изображен на графике зависимости положения от времени на рис. 5.14. Наклон, равный по определению $(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)$, представляет собой отрицательную величину, так как перемещение $x_2 - x_1$ отрицательно. В наших новых обозначениях Δx отрицательно, так что наклон отрицателен. Итак, мы знаем теперь, как выражается отрицательная скорость. Установленная нами связь между скоростью и наклоном графика зависимости положения от времени сохраняет и в этом случае свое значение. Единственная разница заключается лишь в том, что в этом случае вместо отношения «подъема» к «промежутку» речь идет об отношении «спуска» к «промежутку».

Для того чтобы проиллюстрировать, насколько удобно наклон связывает график зависимости положения от времени с графиком зависимости скорости от времени, проанализируем рейс автомобиля, для которого график зависимости положения от времени изображен на рис. 5.20. Начало отсчета положения принято за исходную точку рейса. В течение первых 0,2 ч автомобиль двигался с постоянной

скоростью в положительном направлении. Положительное направление координатной оси x было выбрано за направление начального движения. В течение этих первых 0,2 ч скорость может быть найдена из наклона кривой:

$$v_1 = \Delta x/\Delta t = (6 \text{ км} - 0 \text{ км})/(0{,}2 \text{ ч} - 0{,}0 \text{ ч}) = 30 \text{ км/ч}.$$

Между 0,2 ч и 0,5 ч положение не изменялось и поэтому Δx равно нулю; так как наклон равен нулю, то и скорость равна нулю. Автомобиль стоял на месте. Между 0,5 ч и 0,8 ч наклон равен

$$v_2 = \Delta x/\Delta t = (0 \text{ км} - 6 \text{ км})/(0{,}8 \text{ ч} - 0{,}5 \text{ ч}) = -20 \text{ км/ч}.$$

Скорость автомобиля отрицательна и он движется обратно по направлению к исходной точке. В момент времени $t = 0{,}8$ ч автомобиль вновь достигает исходной точки и, следовательно, в это время его

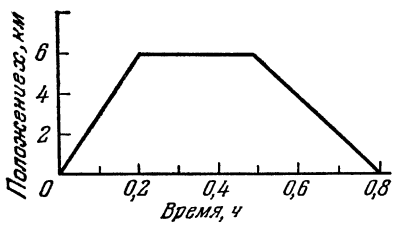


Рис. 5.20. График зависимости положения от времени для рейса автомобиля «туда» и «обратно». В какой промежуток времени скорость автомобиля максимальна?

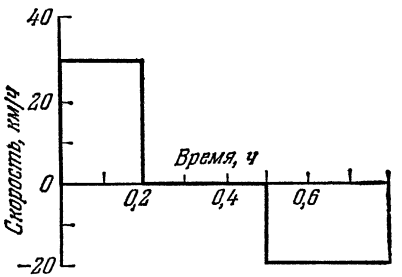


Рис. 5.21. График зависимости скорости от времени для случая, изображенного на рис. 5.20. Та часть графика, которая расположена ниже горизонтальной оси, указывает на то, что автомобиль движется в направлении, противоположном первоначальному.

координата равна нулю, несмотря на то, что полный пройденный им путь равен 12 км. Теперь у нас имеются все данные, необходимые для построения графика зависимости скорости от времени для этого движения. Этот график построен на рис. 5.21. Из этого рисунка видно, что положительная площадь между 0,0 и 0,2 ч (выражающая собой положительное перемещение за этот промежуток времени) в точности равна отрицательной площади между 0,5 и 0,8 ч (выражающей собой отрицательное перемещение за этот промежуток времени). Таким образом, мы снова видим, что полное перемещение за время рейса равно нулю.

5.6. Мгновенная скорость. Наклон касательной

До сих пор мы рассматривали движения, в которых скорость оставалась постоянной либо в течение всего времени, либо в течение отдельных промежутков времени. Поэтому мы изображали графики зависимости положения от времени в виде прямых линий. Однако в большинстве случаев, движение происходит не с постоянной скоростью. На рис. 5.22 изображен график зависимости положения от

времени для более реального случая, когда скорость непрерывно изменяется. Каким образом мы можем определить скорость объекта в какой-то определенной момент времени?

Здесь мы уже не имеем прямой и неясно, как можно применить тот метод, который мы рассматривали раньше. Единственное, что мы сразу можем определить,— это направление скорости. Так как величина положения растет со временем, ясно, что объект движется вдоль линии в положительном направлении; наклон, следовательно, положителен. Естественно, что если бы величина, характеризующая положение, со временем уменьшалась, то наклон получился бы отрицательным и движение происходило бы в отрицательном направлении. Наша задача состоит в том, чтобы из графика найти величину скорости. Рассмотрим момент времени, соответствующий 50 с после начала движения.

Посмотрим через увеличительное стекло на часть графика, выделенную на рис. 5.22 пунктирным прямоугольником. Если мы увеличим эту часть в 10 раз, то получим график, изображенный на рис. 5.23. Обратите внимание, насколько «прямее» кривая, изображенная на этом новом графике, по сравнению с кривой, изображенной на рис. 5.22. Еще большее увеличение пунктирного прямоугольника, соответствующее промежуткам времени в 0,5 с до и после отметки 50 с, изображено на рис. 5.24. При помощи этого графика мы можем определить скорость, измеряя наклон получившейся «прямой» линии. Выберем на рис. 5.24 две точки вблизи 50 с, например точки *1* и *2*; тогда из этого графика получим

$$t_1 = 49{,}86 \text{ с}, \quad t_2 = 50{,}16 \text{ с}, \quad x_1 = 38{,}42 \text{ м}, \quad x_2 = 38{,}58 \text{ м}.$$

Следовательно, величина наклона будет равна

$$\Delta x/\Delta t = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) = (+0{,}16 \text{ м})/0{,}30 \text{ с} \approx +0{,}53 \text{ м/с}.$$

Поэтому скорость в точке, соответствующей времени 50 с после начала движения, очень близка к 0,53 м/с. Таким образом, мы можем сказать, что скорость автомобиля в момент времени $t = 50$ с равна 0,53 м/с и имеет положительное направление.

Увеличенная часть кривой на графике кажется «прямее» всей кривой, потому что при увеличении мы видим только небольшую часть неувеличенного графика. При достаточном увеличении мы видим лишь малые интервалы изменения x и t, и поэтому мы можем найти наклон небольшого участка кривой из отношения

$$\Delta x/\Delta t = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)$$

для двух точек *1* и *2*, расположенных близко друг к другу. Выбранные точки должны быть расположены настолько близко друг к другу, чтобы график, проведенный между ними, был в сущности прямым.

Если рассматриваемая нами часть графика близка к прямой линии, то мы найдем тот же наклон и поэтому *то же* значение скорости независимо от того, какие именно точки мы выбрали. Если

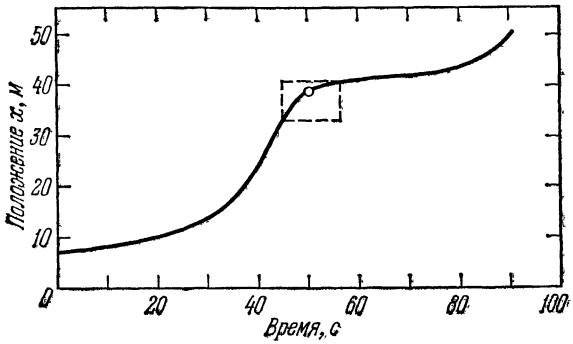


Рис. 5.22. График зависимости положения от времени для автомобиля, скорость которого непрерывно изменяется.

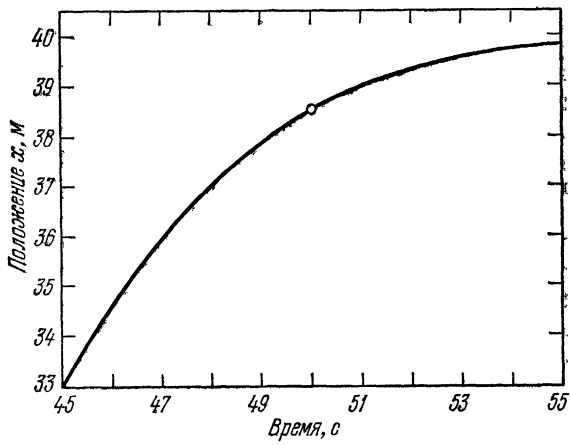


Рис. 5.23. На этом рисунке участок графика, заключенный в пунктирный прямоугольник на рис. 5.22, увеличен в 10 раз.

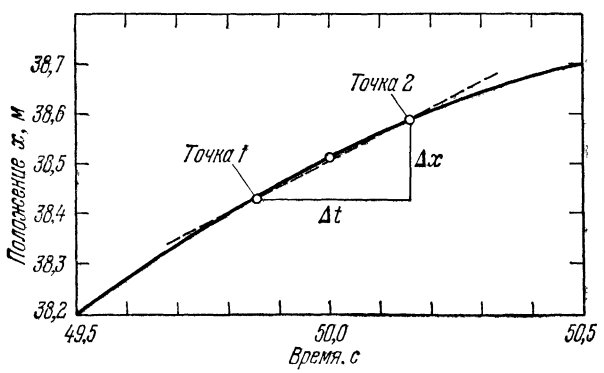


Рис. 5.24. При 100-кратном увеличении небольшой участок графика на рис. 5.22, заключенный в пунктирный прямоугольник, выглядит почти прямым.

мы переместим точки *1* и *2*, по кривой еще ближе к отметке, соответствующей моменту времени 50 с (рис. 5.24), то получим тот же результат, что и раньше. Попробуйте сделать это сами.

Точки, которые мы используем для вычисления $\Delta x/\Delta t$, будут тем ближе друг к другу, чем меньше промежуток времени Δt; и если этот промежуток достаточно мал, то в окрестности данной точки величина $\Delta x/\Delta t$ будет иметь определенное значение, если кривая, описывающая зависимость положения от времени, в этой точке не имеет излома. Поэтому мы говорим, что в данный момент времени искомая скорость представляет собой предел отношения $\Delta x/\Delta t$ при Δt, «стремящемся к нулю», т. е. при все меньших и меньших значениях Δt. Символически это положение записывается следующим образом:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta x/\Delta t).$$

Символ $\lim_{\Delta t \to 0}$ читается так: «предел такого-то выражения при Δt, стремящемся к нулю». Слово «предел» употребляется здесь для обозначения того, что t_1 и t_2 настолько близки друг к другу, что величина отношения не будет заметно изменяться, если промежуток между t_1 и t_2 сделать еще меньше. Мы делаем интервал Δt все меньше и меньше до тех пор, пока «в пределе», как мы говорим, не получим какого-то определенного значения. Этот процесс лежит в основе области математики, называемой дифференциальным исчислением.

Встречаются особые случаи, когда осуществление этого процесса затруднительно или вообще лишено смысла. Например, если прямая с одним наклоном внезапно переходит в прямую же, но с другим наклоном, то в точке излома прямой величину наклона, а следовательно, и скорость, определить нельзя. В действительности, однако, во всех движениях, с которыми нам приходится сталкиваться на опыте, скорость изменяется плавно, хотя иногда и достаточно резко. Поэтому наклон графика не будет изменяться мгновенно, и мы всегда сможем выбрать достаточно малый промежуток времени, чтобы определить скорость в данный момент.

Для того чтобы определить скорость, мы пользовались увеличенным изображением графика зависимости положения от времени, полученным, например, при помощи увеличительного стекла. Существует ли какой-либо простой способ определения скорости без использования увеличения? Ответ гласит: да; проведите касательную и измерьте ее наклон. Предположим, что мы провели прямую, касательную к кривой, изображенной на рис. 5.22, в точке, для которой $t=50$ с (рис. 5.25). На этом рисунке мы легко можем отличить касательную от графика зависимости x от t; но при 100-кратном увеличении (рис. 5.26) мы увидим, что сама касательная и кривая трудно различимы между собой в небольшой области вблизи точки касания. В этой области они имеют одинаковый наклон. Поэтому мы можем использовать наклон касательной линии для того, чтобы определить наклон графика в какой-либо определенной точке. На

рис. 5.25 показано, каким образом можно определить этим методом скорость автомобиля в момент времени $t=50$ с. Прежде всего мы должны провести прямую, касательную к кривой в данной точке. Затем мы выбираем на этой касательной две какие-то условные точки (обозначенные цифрами *1* и *2*). Найдя значения x_1 и x_2, а

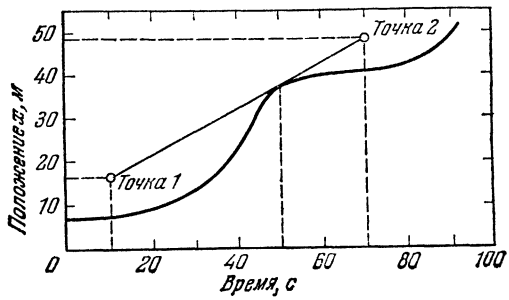


Рис. 5.25. Чтобы определить скорость в данный момент времени, проведите линию, касательную к кривой в рассматриваемой точке. Затем, взяв любые две точки на касательной, определите наклон. Величина наклона будет равна скорости.

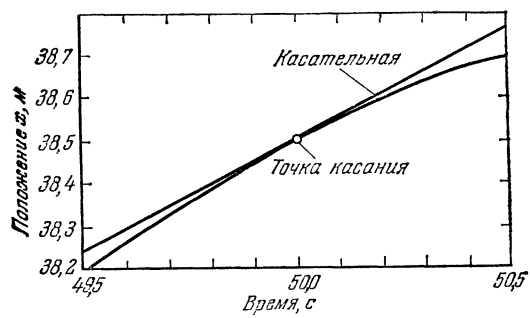


Рис. 5.26. При 100-кратном увеличении графика на рис. 5.25 кривая и касательная к ней становятся неразличимыми вблизи точки касания.

также t_1 и t_2, получим $x_2 - x_1=32$ м и $t_2 - t_1=60$ с, тогда для величины наклона имеем

$$(x_2-x_1)/(t_2-t_1)=(+32\text{ м})/60\text{ с}\approx +0{,}53\text{ м/с}.$$

Поэтому, когда наступит момент времени 50 с, объект будет двигаться со скоростью 0,53 м/с в направлении увеличения x.

Скорость в данный момент времени называется мгновенной скоростью. Это величина мгновенной скорости, которую нам показывает спидометр. Таким образом, используя метод определения наклона графика, мы получаем мгновенную скорость; она равна

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}(\Delta x/\Delta t).$$

Мы используем понятие *мгновенной* скорости для того, чтобы отличить скорость в данный момент времени от *средней* скорости

за какой-то промежуток времени. Средняя скорость за какой-то промежуток времени Δt определяется соотношением $v_{ср}=\Delta x/\Delta t$.

Графически эта величина характеризует наклон прямой линии, соединяющей две точки на графике зависимости положения от времени на концах промежутка времени Δt (рис. 5.27). Средняя скорость представляет собой постоянную скорость, с которой положение изменяется на конечную величину Δx за конечное время Δt.

Вообще говоря, значение средней скорости зависит от величины промежутка времени, к которому мы относим это среднее значение. Например, из рис. 5.25 видно, что значение средней скорости в течение промежутка времени от 0 до 60 с не будет равно значению средней скорости в течение промежутка времени от 40 до 60 с.

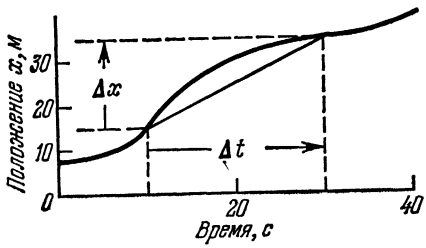


Рис. 5.27. Наклон прямой линии: $v_{ср}=\Delta x/\Delta t$.

Если в течение промежутка времени Δt мгновенная скорость заметно изменяется, то в каждый данный момент времени она может отличаться от средней скорости в течение этого промежутка. В какие-то моменты времени она может быть больше, а в какие-то другие — меньше, чем средняя скорость. Только тогда, когда касательная к графику зависимости положения от времени будет параллельна прямой наклонной линии, проводимой при определении средней скорости (см. рис. 5.27), эти две скорости, мгновенная и средняя, будут одинаковы. Например, на рис. 5.27 обе скорости будут равны друг другу при $t=18$ с.

Мгновенная скорость может быть равна средней скорости за столь малый промежуток времени, в течение которого изменением скорости можно пренебречь. Мы уже рассматривали случай, в котором мгновенная скорость равна средней скорости в любой момент времени: это движение с постоянной скоростью. В этом случае не имеет значения, выбираем ли мы длинный или короткий промежуток времени, так как средняя скорость будет одна и та же; в этом случае, следовательно, мгновенная скорость не может быть различной. Это хорошо видно из графика, изображенного на рис. 5.18, если представить себе, что точки A' и B' расположены очень близко друг к другу.

5.7. Ускорение

Водитель знает, что за 10 с скорость его машины, равная вначале нулю, достигает 50 км/ч. Поэтому он может говорить об ускорении, т. е. о том, насколько быстро изменяется его скорость. Предположим, что на рис. 5.28 изображен график зависимости скорости этого автомобиля от времени. Для простоты начнем с рассмотрения прямолинейного графика; для реального автомобиля этот график может оказаться непрямолинейным, и вскоре мы рассмотрим более сложные

графики. Из рис. 5.28 видно, что скорость машины возросла до 50 км/ч за 10 с и, следовательно, она увеличивается на 5 км/ч за каждую секунду. Мы записываем это так: (5 км/ч)/с или 5 км/(ч·с) и произносим это следующим образом: 5 километров в час за секунду. Величина 50 км/ч за 10 секунд, или 5 км/ч за секунду, служит мерой ускорения.

На рис. 5.29 изображен график зависимости скорости от времени для другого автомобиля. Обратите внимание, что в начальный, «нулевой» момент времени автомобиль идет со скоростью 10 км/ч, а спустя 30 с его скорость равна 55 км/ч. Таким образом, за 30 с

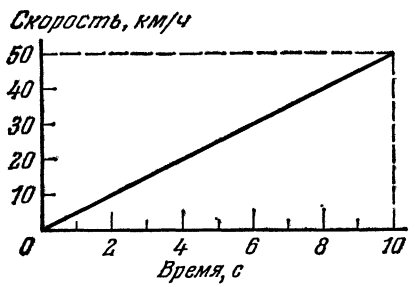


Рис. 5.28. График зависимости скорости от времени; ускорение равно 5 км/(ч·с).

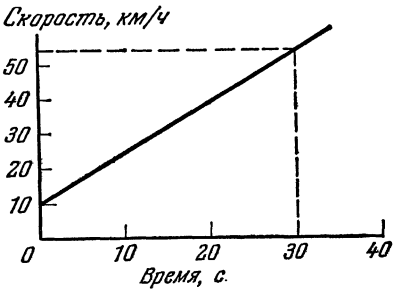


Рис. 5.29. График зависимости скорости от времени для автомобиля, который находился в движении в момент начала отсчета времени ($t=0$). Чему равно ускорение автомобиля?

скорость увеличилась на 45 км/ч. Поэтому ускорение будет равно 45 км/ч за 30 с, или 1,5 км/(ч·с).

Обозначая интересующие нас величины буквами, мы можем написать алгебраическое выражение для вычисления ускорения. Пусть в моменты времени t_1 и t_2 скорости будут равны соответственно v_1 и v_2. Тогда ускорение в направлении траектории запишется в виде

$$a=(v_2-v_1)/(t_2-t_1)=\Delta v/\Delta t,$$

где символ Δ применяется в том же смысле, как и в разделе 5.5. Это уравнение имеет простой геометрический смысл. Точно так же как $\Delta x/\Delta t$ представляет собой наклон графика зависимости x от t, правая часть написанного выше соотношения выражает наклон графика зависимости скорости от времени. Таким образом, мы можем сказать, что ускорение в направлении траектории представляет собой наклон графика зависимости скорости от времени.

Если график зависимости v от t имеет вид, подобный графику на рис. 5.30, то мы должны считать, что автомобиль движется замедленно. В начальный момент времени $t=0$ он движется со скоростью 40 км/ч. Спустя 50 с его скорость равна уже только 10 км/ч. За этот промежуток времени $\Delta t=50$ с изменение скорости Δv равно —30 км/ч. Поэтому

$$a=(-30\text{ км/ч})/50\text{ с}=-0{,}6\text{ км/(ч·с)}.$$

Если $\Delta x/\Delta t$ имеет отрицательный знак, то это означает, что движение происходит в направлении, обратном тому, в котором мы первоначально условились измерять путь. Что означает знак минус у ускорения? В данном случае знак минус указывает на то, что в течение промежутка времени от 0 до 67 с автомобиль движется в положительном направлении, но замедленно; за время от 67 до 80 с автомобиль движется в отрицательном направлении и его скорость возрастает. Вообще знак минус означает, что изменение скорости Δv происходит в обратном направлении. Это происходит либо тогда, когда тело, движущееся в положительном направлении координатной оси x, замедляет свое движение, либо тогда, когда скорость тела, движущегося в отрицательном направлении, все больше и больше увеличивается. Действительно, если тело движется в положительном направлении, но с отрицательным ускорением, то оно будет замедляться, на мгновение остановится и затем начнет двигаться в обратном направлении со все возрастающей скоростью.

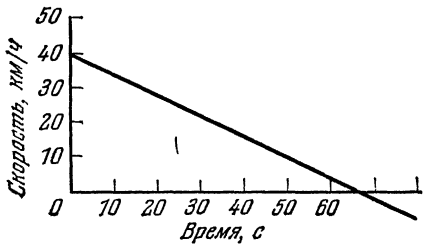


Рис. 5.30. Замедление показано отрицательным наклоном графика зависимости скорости от времени.

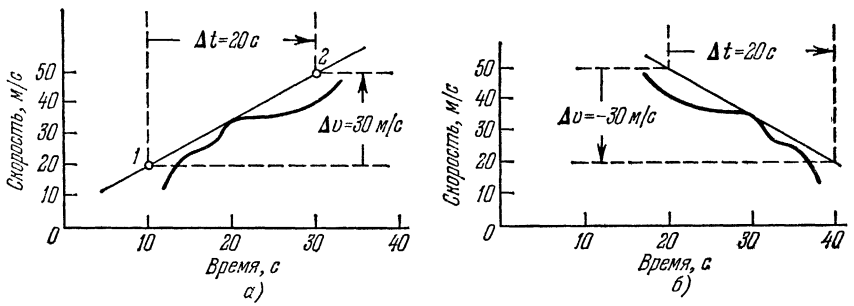


Рис. 5.31. Для определения мгновенного ускорения в направлении движения нужно найти наклон касательной в данной точке.

Итак, когда мы говорим о постоянном ускорении, это означает, что происходит равномерное изменение скорости. Рассмотрим теперь рис. 5.31, *а*, на котором изображен другой график зависимости скорости от времени. Каково будет ускорение через 20 с? Другими словами, чему равно *мгновенное ускорение* в момент времени $t=20$ с?

Мы уже знаем, что при достаточном увеличении участка нашего графика вблизи $t=20$ с он будет казаться нам прямолинейным. Наклон этого прямолинейного отрезка будет равен ускорению. Однако, как мы уже видели, вместо увеличения участка графика мы можем провести к нему касательную в точке $t=20$ с и определить

наклон кривой, измеряя наклон этой касательной. Согласно определению наклона *мгновенное ускорение* в момент времени t равно наклону графика зависимости скорости от времени. Выбрав на рис. 5.31, *а* две точки (*1* и *2*) на касательной, мы можем найти мгновенное ускорение из соотношения

$$a = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1) = (50 \text{ м/с} - 20 \text{ м/с})/(30 \text{ с} - 10 \text{ с}) = 1{,}5 \text{ м/с}^2$$

в момент времени $t = 20$ с. Обозначение м/с^2 означает «метров в секунду за секунду». Из рис. 5.31, *б* видно, что мгновенное ускорение равно

$$a = (20 \text{ м/с} - 50 \text{ м/с})/(40 \text{ с} - 20 \text{ с}) = -1{,}5 \text{ м/с}^2$$

в момент времени $t = 30$ с.

Можно также выразить мгновенное ускорение в направлении траектории на языке, которым мы пользовались в разделе 5.6, — в виде

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v/\Delta t).$$

Кроме мгновенного ускорения в данный момент, мы можем определить *среднее ускорение* для любого промежутка времени Δt по формуле

$$a_{\text{ср}} = \Delta v/\Delta t.$$

Эта величина показывает нам полное изменение скорости v за какой-то определенный промежуток времени. Мгновенное ускорение в момент времени t представляет собой среднее ускорение за очень короткий промежуток времени, включающий момент времени t. Если ускорение не изменяется со временем, то среднее и мгновенное ускорения равны друг другу в любой момент времени.

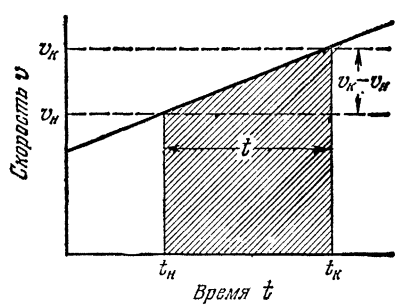


Рис. 5.32. График зависимости скорости от времени для движения с постоянным ускорением в направлении перемещения. Наклон графика, равный $(v_к - v_н)/(t_к - t_н)$, представляет собой ускорение в направлении траектории, а площадь, ограниченная графиком, — перемещение.

5.8. Основные соотношения для движения с постоянным ускорением

Если ускорение в направлении траектории постоянно, то, пользуясь уже известными нам методами, мы можем получить несколько полезных соотношений в виде уравнений. Рассмотрим объект, скорость которого равномерно возрастает со временем, как это изображено на рис. 5.32, и посмотрим, что происходит в течение некоторого промежутка времени. Пусть в начале этого промежутка, в момент времени $t_н$ (значок «н» означает, что речь идет о начальном моменте), скорость равна $v_н$, а в конце этого промежутка, в момент времени $t_к$

(значок «к» означает, что речь идет о конечном моменте), скорость равна $v_к$. Так как ускорение в направлении траектории постоянно, мы получим

$$v_к - v_н = a(t_к - t_н) = at, \tag{1}$$

где t — промежуток времени между конечным ($t_к$) и начальным ($t_н$) моментами времени. Для того чтобы найти перемещение за этот промежуток времени, мы должны вычислить заштрихованную площадь на рис. 5.32. Найдя площадь трапеции (или сложив площади треугольника и прямоугольника), мы получим соотношение между перемещением, начальной и конечной скоростями и продолжительностью промежутка времени:

$$d = {}^1/_2 (v_к - v_н) t. \tag{2}$$

Мы можем также найти соотношение между скоростями и перемещением. Решая уравнение (1) относительно t, получаем

$$t = (v_к - v_н)/a;$$

подставляя теперь это значение t в формулу (2), находим

$$d = {}^1/_2 (v_к + v_н)(v_к - v_н)/a.$$

Выполняя указанные действия, получаем

$$2ad = v_к^2 - v_н^2,$$

или

$$v_к^2 = v_н^2 + 2ad. \tag{3}$$

Так как в эту формулу $v_к$ и $v_н$ входят во второй степени, мы уже ничего не можем сказать о направлении скоростей (+ или —). Итак, мы получили соотношение между квадратами скоростей, перемещением и ускорением. Это соотношение очень полезно и оно нам понадобится при обсуждении вопроса о кинетической энергии в части III.

Найдя значение конечной скорости $v_к$ из уравнения (1) и подставив его в уравнение (2), мы получаем соотношение, связывающее перемещение, ускорение, промежуток времени и начальную скорость:

$$d = v_н t + at^2/2. \tag{4}$$

Два члена правой части этого уравнения имеют простой смысл. Член $v_н t$ выражает перемещение автомобиля за время t с постоянной скоростью $v_н$; второй член определяет перемещение автомобиля, если в начальный момент времени он начал двигаться из состояния покоя с равномерно увеличивающейся скоростью. Это легко проверить, положив в уравнении (4) сначала $a=0$, а затем $v_н=0$.

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих применение этих уравнений. Предположим, что спортивный автомобиль, двигаясь с постоянным ускорением, изменяет свою скорость в течение 6 секунд с +10 м/с до +28 м/с. Чему равно ускорение автомобиля и его перемещение за этот промежуток времени? Определим его

ускорение из уравнения (1):

$$a = (v_к - v_н)/(t_к - t_н) = (28 \text{ м/с} - 10 \text{ м/с})/(6 \text{ с} - 0 \text{ с}) = +3 \text{ м/с}^2.$$

Перемещение определим из уравнения (4):

$$d = (+10 \text{ м/с}) \cdot 6 \text{ с} + (+3 \text{ м/с}^2) \cdot (6 \text{ с})^2/2 = +114 \text{ м}.$$

Вы можете проверить этот результат для d, используя уравнение (3) (попробуйте это сделать).

Рассмотрим теперь другой пример. Предположим, что автомобиль начинает двигаться из состояния покоя и проходит путь 1/9 км с ускорением 2 км/(ч·с). С какой скоростью он будет двигаться в конце этого пути и за какое время будет пройден весь путь?

Здесь мы встречаемся с двумя единицами времени: часами и секундами. Для удобства следует пользоваться какой-то одной единицей времени. В дальнейшем расчете мы будем выражать время в часах. Для этого напишем

$$a = +2 \text{ км/(ч·с)} = +2 \cdot 1 \text{ км/(1 ч} \cdot 1 \text{ с)}.$$

Затем, заменяя 1 с через 1/3600 ч, получим

$$a = +2 \cdot 1 \text{ км/[1 ч} \cdot (1/3600 \text{ ч})] = +7200 \text{ км/ч}^2.$$

Для определения конечной скорости используем уравнение (3), которое перепишем в виде

$$v_к^2 = 2ad, \text{ так как } v_н = 0.$$

В результате находим

$$v_к^2 = 2 \cdot (7200 \text{ км/ч}^2) \cdot (1/9 \text{ км}) = 1600 \text{ км}^2/\text{ч}^2,$$
$$v_к = 40 \text{ км/ч}.$$

Направление $v_к$ будет одинаково с направлением a, так как автомобиль начал двигаться из состояния покоя. Таким образом, конечная скорость будет равна +40 км/ч.

Время мы можем найти из уравнения (1), которое принимает вид

$$v_к = at_к, \text{ так как } v_н = 0 \text{ и } t_н = 0.$$

Отсюда

$$t_к = (40 \text{ км/ч})/(7200 \text{ км/ч}^2) = 1/180 \text{ ч}, \text{ или } 20 \text{ с}.$$

При использовании этих уравнений необходимо помнить о следующем. В начале этого раздела было сделано допущение, что ускорение постоянно, поэтому эти уравнения справедливы только для случая постоянного ускорения. Они представляют собой краткую сводку тех результатов, которые мы получили, используя графические методы для этих случаев. Для случая же переменного ускорения следует применять более совершенные графические методы.

5.9. Краткое содержание главы

В этой главе мы изучали кинематику прямолинейного движения — описание движения по прямолинейной траектории и соотношения, связывающие скорость, время и перемещение. После тщательного определения положения движущегося объекта и перемещения как изменения положения мы рассмотрели простой пример движения в одном направлении с постоянной скоростью. Мы исходили из того, что в рассматриваемом случае перемещение равно произведению скорости на время. Это простое соотношение нельзя использовать, если скорость непостоянна, потому что мы не знаем

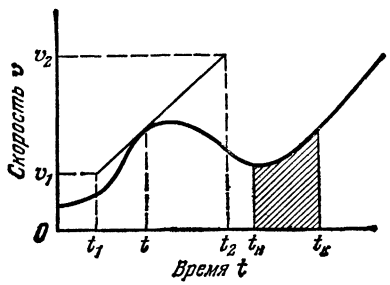


Рис. 5.33. К применению графика зависимости скорости от времени.

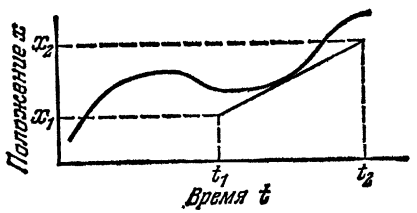


Рис. 5.34. Скорость можно определить из графика зависимости положения от времени.

заранее величину скорости, которую надо умножать на время. Однако мы научились определять перемещение при помощи графика зависимости скорости от времени, подобного тому, который изображен на рис. 5.33. Заштрихованная площадь на этом рисунке выражает перемещение от момента времени $t_н$ до момента времени $t_к$.

Из этого графика можно извлечь значительно больше сведений. Проводя касательную к кривой в точке, соответствующей определенному моменту времени t, мы можем определить наклон графика в данной точке. Его величина представляет мгновенное ускорение, т. е. скорость изменения самой скорости. Таким образом, ускорение в момент времени t (см. рис. 5.33) равно следующей величине:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v/\Delta t) = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1).$$

Когда график представляет собой прямую линию, как, например, справа на рис. 5.33, ускорение остается постоянным. В последнем случае очень легко вычислить площадь, ограниченную графиком, и получить алгебраическое уравнение, описывающее движение с постоянным ускорением. Использование графиков не ограничивается этим простым случаем. Графический метод представляет собой совершенно общий прием изучения движения.

Другой тип графиков, пример которых изображен на рис. 5.34, выражает зависимость положения от времени. При помощи такого графика мы можем определить скорость так же легко, как и переме-

щение. Наклон графика в данный момент времени выражает скорость:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta x/\Delta t) = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1).$$

Хотя мы ушли уже довольно далеко в изучении движения, существует еще много вопросов, на которые мы пока не можем дать ответа. В следующей главе мы уже не будем ограничивать себя рассмотрением движения по прямой линии.

Мы расширим наши представления таким образом, что сможем рассматривать движение во всех направлениях: вверх и вниз, на север и на юг, на восток и на запад. Тогда мы сможем описывать большинство реальных движений, встречающихся в природе.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1*. Чему равно перемещение автомобиля, движущегося равномерно со скоростью 40 км/ч, за:

а) 3 часа;

б) за 1/2 часа? (Раздел 5.2.)

2. Автомобили двух разных марок едут по одной и той же дороге длиной в 80 км. Одна машина идет все время со скоростью 50 км/ч. Другая машина стартует в то же время и идет со скоростью 60 км/ч, но через полчаса водитель останавливает машину на 10 мин.

а) Постройте графики зависимости скорости от времени для обоих автомобилей.

б) Какой из двух автомобилей первым достигнет пункта назначения?

3. В следующей таблице приведены данные, характеризующие движение автомобиля:

Промежутки времени	1	2	3
Длительность промежутка, ч	0,1	0,4	0,2
Скорость, км/ч	20	60	20

а) Какой путь пройдет автомобиль за первый промежуток времени?

б) Какова общая длина пути, пройденного автомобилем?

в) Постройте график зависимости скорости от времени для этой поездки.

г) За какое время автомобиль пройдет первые 14 км пути?

д) Укажите площадь на вашем графике, соответствующую первым 14 км пути.

4. Для определения скорости дельфина был поставлен следующий опыт: кинокамера была установлена перед окном в стене резервуара для фотографирования близко проплывающего дельфина перед его прыжком.

На одном из снимков получилось, что голова дельфина оказалась с левой стороны кадра. Через восемь кадров приблизительно на этом же месте оказался хвост дельфина. Кинокамера делает 24 кадра в секунду. Длина дельфина составляет 1,9 м.

а) Чему равна скорость дельфина?

б) Если бы дельфин проплывал не под прямым углом к линии зрения, а под углом 60°, то чему было бы равно вычисленное значение скорости дельфина?

5*. Какой из графиков, изображенных на рис. 5.35, ближе всего соответствует графику зависимости скорости от времени для камня, брошенного вертикально вверх в момент времени $t=0$ и упавшего на землю в момент времени $t=t_к$? (Раздел 5.3.)

6. В следующей таблице приведены значения мгновенной скорости автомобиля, относящиеся к моментам времени, отсчитываемым через 1 с:

Время, с	0	1	2	3	4	5	6
Скорость, м/с	10,0	12,4	14,8	17,2	19,6	22,0	24,4

Постройте график зависимости скорости от времени для этой поездки и используйте его для ответа на следующие вопросы.

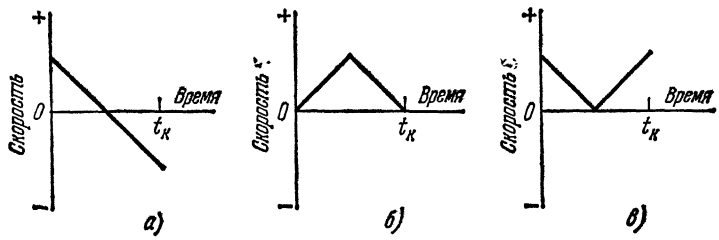


Рис. 5.35. К задаче 5*.

а) С какой скоростью двигался автомобиль в моменты времени 2,6 с и 4,8 с?
б) Какой путь прошел автомобиль между этими двумя моментами времени?

7. Возрастание скорости поезда со временем изображается графиком, представленным на рис. 5.36. Какой путь пройдет поезд за первые 6 мин?

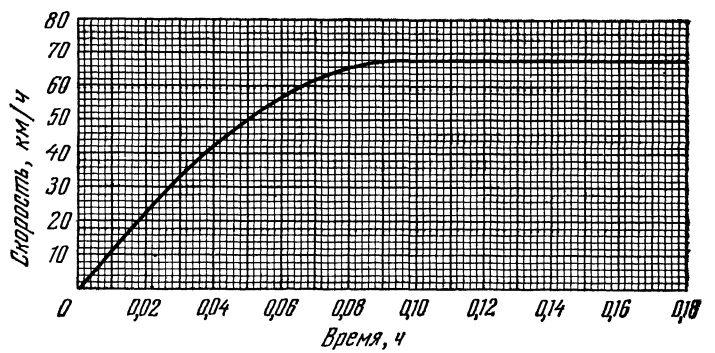


Рис. 5.36. К задаче 7.

8. Автомобиль *А* остановился перед светофором. На светофоре зажегся зеленый свет, и автомобиль снова поехал. В этот момент с автомобилем *А* поравнялся автомобиль *Б*, едущий с постоянной скоростью. Графики зависимости скорости от времени для обоих автомобилей изображены на рис. 5.37.

а) Через сколько времени скорость автомобиля *А* достигнет скорости автомобиля *Б*?
б) В течение какого времени автомобиль *Б* будет ехать впереди автомобиля *А*?
в) Какой автомобиль будет впереди и насколько к концу 0,01 часа?
г) Когда автомобиль *А* нагонит автомобиль *Б*?
д) Какой путь проедут автомобили от светофора за время, в течение которого *А* нагонит *Б*?

9. Автомобиль едет по шоссе с постоянной скоростью. Он проезжает мимо незаметной милицейской машины, едущей по соседнему шоссе. Милицейская машина

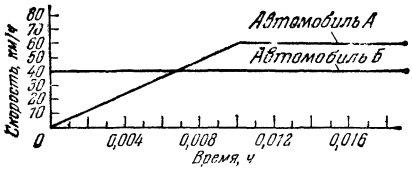


Рис. 5.37. К задаче 8.

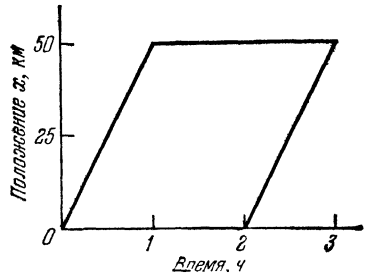


Рис. 5.38. К задаче 10*.

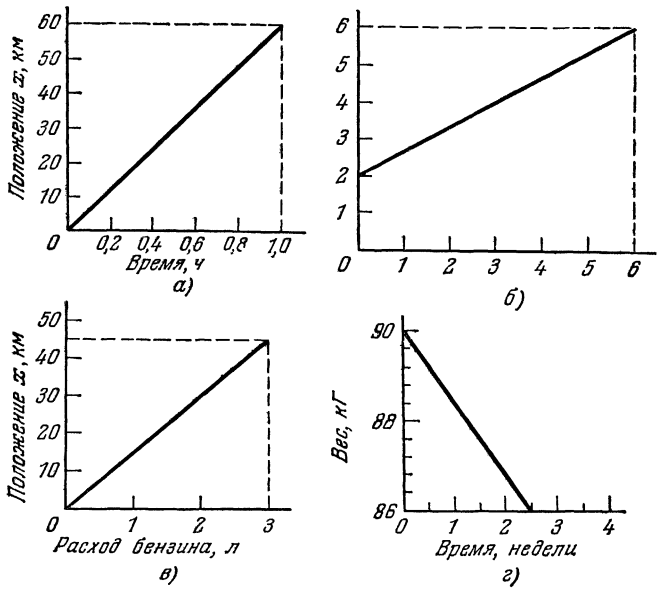


Рис. 5.39. К задаче 12.

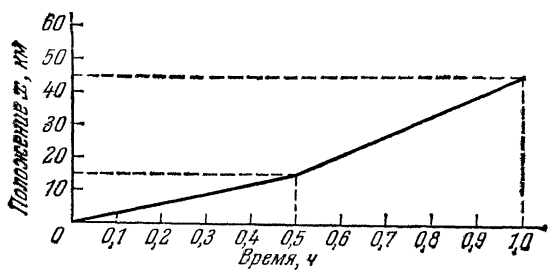


Рис. 5.40. К задаче 13.

ускоряет свое движение, догоняет автомобиль и дает ему сигнал остановиться. Постройте график зависимости скорости от времени для обеих машин.

10*. Соответствует ли график, изображенный на рис. 5.38, реальному движению автомобиля? Разъясните. (Раздел 5.4.)

11. Человек идет до угла, для того чтобы отправить письмо, и возвращается обратно. Постройте графики зависимости скорости и пройденного пути от времени.

12. Определите наклон графиков (*а*) — (*г*), изображенных на рис. 5.39, и для каждого случая найдите единицы, в которых измеряется этот наклон.

13. На рис. 5.40 представлен график зависимости положения от времени для автомобиля, движущегося по дороге. Постройте для этого случая график зависимости скорости от времени.

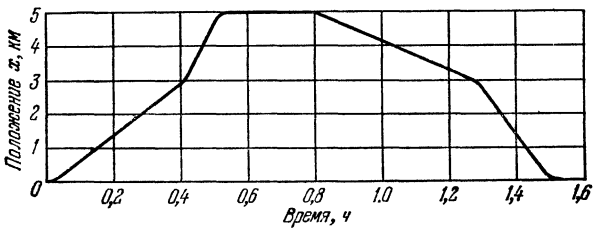


Рис. 5.41. К задаче 14.

14. Джон ехал на велосипеде от своего дома до дома, где живет Том, с наибольшей возможной для него скоростью. Вскоре он поехал обратно и опять ехал настолько быстро, насколько это было в его силах. На рис. 5.41 изображен график, выражающий зависимость положения от времени для его поездки туда и обратно. Постройте график зависимости скорости от времени для его поездки. Какую наиболее вероятную информацию о дороге между домами Джона и Тома можно получить из этого графика?

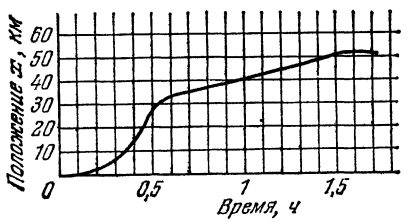


Рис. 5.42. К задаче 16.

15*. Чему равна средняя скорость за первые 90 с движения, график которого изображен на рис. 5.25? (Раздел 5.6.)

16. На рис. 5.42 приведен график зависимости положения от времени для автомобиля.

а) В какой момент времени скорость автомобиля будет наибольшей?

б) Какова скорость автомобиля в этот момент времени?

в) Какова скорость автомобиля в момент времени 0,7 ч?

г) Какова средняя скорость автомобиля за первые 0,7 ч?

17. В течение 0,52 ч поезд шел со скоростью 60 км/ч, в течение следующих 0,24 ч — со скоростью 30 км/ч и затем 0,71 ч — со скоростью 70 км/ч. Какова средняя скорость движения поезда за всю поездку?

18*. Обращается ли скорость в нуль и в какой момент времени на графике, изображенном на рис. 5.30? Обращается ли в нуль ускорение? (Раздел 5.7.)

19. Автомобиль едет по шоссе, замедляет свое движение при въезде в небольшой населенный пункт, в центре этого населенного пункта останавливается перед красным светофором, через некоторое время проезжает его на зеленый свет, доезжает до конца населенного пункта и, миновав его, увеличивает свою скорость. Постройте один над другим графики зависимости от времени: положения, скорости и ускорения автомобиля для этого случая.

20. Автомобиль, едущий со скоростью 20 км/ч, за 6 с увеличивает свою скорость до 60 км/ч. Каково среднее ускорение автомобиля?

21. Исходя из графика зависимости скорости автомобиля от времени, изображенного на рис. 5.43, постройте график зависимости ускорения от времени.

22. Исходя из того же графика (задача 21), постройте график зависимости положения от времени.

23*. В какой части графика, изображенного на рис. 5.33, можно пользоваться уравнениями, приведенными в разделе 5.8? (Раздел 5.8.)

24. Сани с рулем для катания с гор обладают постоянным ускорением 2 м/с^2 в самом начале движения.

а) Какова будет скорость через 5 с?

б) Какой путь они пройдут за 5 с?

в) Какова будет их средняя скорость за первые 5 с?

г) Какой путь пройдут они до приобретения скорости 40м/с?

25. Автомобиль первоначально ехал с постоянной скоростью, затем ехал с ускорением 1 м/с^2 в течение 12 с. Если за эти 12 с автомобиль проехал 190 м, то какова была его скорость в момент возникновения ускорения?

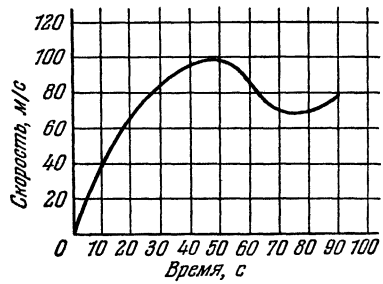


Рис. 5.43. К задаче 21.

26. Допустим, что движение экспресса, упомянутое в самом начале главы, замедляется до полной остановки с постоянным ускорением (замедлением).

а) Сколько нужно времени, чтобы экспресс остановился?

б) Каково было ускорение (замедление) при торможении?

в) Постройте график зависимости положения от времени для обоих поездов на одном чертеже и выясните, произойдет ли их столкновение.

27. Пешеход бежит с максимальной скоростью 6,0 м/с, для того чтобы догнать автобус, остановившийся перед светофором. Когда пешеход находился на расстоянии 25 м от автобуса, красный свет сменился на зеленый и автобус поехал с постоянным ускорением 1,0 м/с^2. Используя графический метод, определите: какое расстояние нужно пробежать пешеходу, чтобы догнать автобус, и чему равно минимальное расстояние между пешеходом и автобусом.

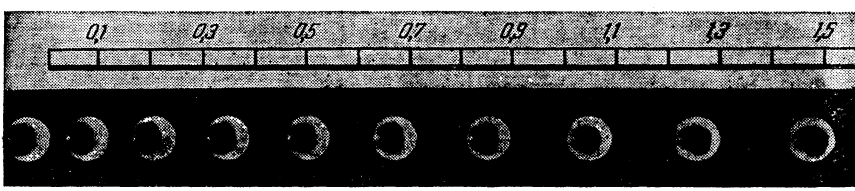


Рис. 5.44. К задаче 28.

28. На рис. 5.44 приведен ряд фотографий движущегося шарика, полученных методом многократных вспышек с интервалами 1/30 с. Шарик движется слева направо, и нулевая точка шкалы совмещена с правым краем шарика в начальном положении.

а) Постройте график зависимости положения шарика от времени.

б) По этому графику постройте график зависимости скорости от времени.

в) Что можно сказать об ускорении шарика по графику зависимости его скорости от времени?

29. Скорость ракеты, выводящей спутник на орбиту, достигает $2{,}9 \cdot 10^4$ км/ч за 2,05 мин.

а) Чему равно среднее ускорение в км/(ч·с) и в м/с^2?

б) Если бы ракета, начиная свое движение из состояния покоя, обладала достаточным запасом топлива, чтобы в течение часа двигаться с тем же ускорением, то какую скорость она приобрела бы к концу этого промежутка времени?

в) Какой путь прошла бы ракета за этот час?

ГЛАВА

6 ДВИЖЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

В предыдущей главе мы рассмотрели движение только по прямой линии, т. е. движение только в одном измерении. Перемещение, скорость и ускорение были направлены по одной и той же прямой линии; в зависимости от условий они могли иметь положительное или отрицательное значение, но были ограничены только одним направлением. Ясно, что условия, с которыми мы сталкиваемся в природе, не могут в точности отвечать этим требованиям: движение пловца, переплывающего реку, курс самолета в ветренный день, траектория спутника, обращающегося вокруг Земли. С помощью методов, описанных в гл. 5, мы не в состоянии описать такие движения. Мы должны усовершенствовать эти методы и сделать их пригодными для описания перемещений, скоростей и ускорений одновременно по нескольким различным направлениям; мы должны научиться описывать движение в трехмерном мире.

Однако многое из того, что понадобится нам при переходе от одного к трем измерениям, мы сможем найти уже и в двухмерном движении. Поэтому мы и начнем с изучения движения по плоской поверхности.

6.1. Положение и перемещение

Когда мы рассматривали движение по прямой линии, мы описывали положение объекта, указывая его положение и направление от какого-то определенного ориентира. Так, например, мы говорили «автомобиль находится в 5 километрах на запад от центра города», и при этом у нас было только два возможных направления — на запад и на восток. Если теперь мы разрешим автомобилю свернуть с шоссе на какую-то другую дорогу, то мы сможем описать его положение таким же способом, но нам понадобится располагать уже большей информацией. Мы должны сказать, например, «автомобиль находится в 5,5 километрах на запад и в 1,2 километрах на север от центра города». Мы используем теперь уже две координаты, измеряемые по двум взаимно перпендикулярным направлениям на плоскости. В более общем случае мы должны представить себе какую-то систему отсчета из двух взаимно перпендикулярных направлений, по осям координат x и y, каждая из которых имеет положительное и отрицательное направление и свой масштаб в определенных единицах. Положение на плоскости задается двумя

числами, т. е. двумя координатами; первым указывается координата x и вторым — координата y. На рис. 6.1, *а* показано несколько точек и указаны их координаты.

Другой метод определения положения точки на плоскости заключается в использовании направленного отрезка линии, начинающегося в начале координат и кончающегося в данной точке (рис. 6.1, *б*). Длина отрезка в соответствующих единицах представляет собой

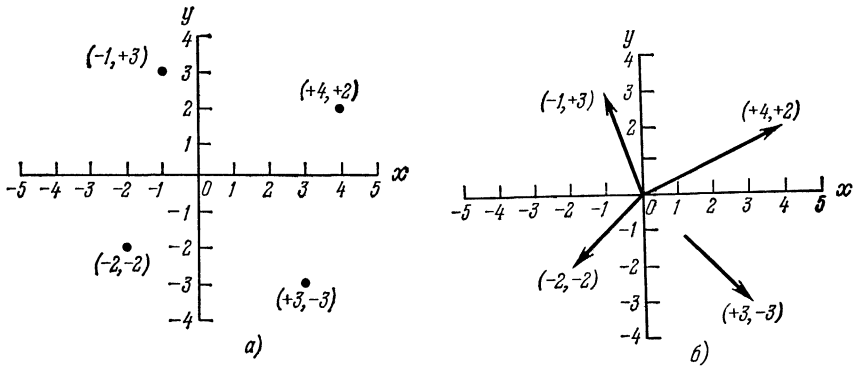


Рис. 6.1. *а*) Положение точки на плоскости может быть определено двумя числами, которые называются координатами: первое число — это расстояние точки вдоль оси x до оси y, второе — расстояние точки вдоль оси y до оси x. *б*) Положение точки может быть также определено направленным отрезком прямой линии или вектором положения, проведенным из начала координат в данную точку.

расстояние между началом координат и данной точкой; направление же отрезка представляет собой направление от начала координат на данную точку. Направленный отрезок, характеризующий величину и направление в пространстве какой-нибудь физической величины, называется *вектором*, и мы будем обозначать его жирной буквой. Направленный отрезок, описывающий положение объекта относительно начала координат, представляет собой *вектор положения* $\boldsymbol{d}$.

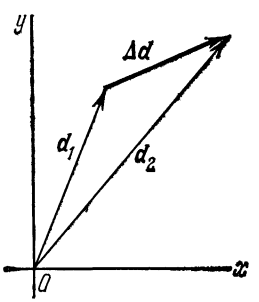


Рис. 6.2. Изменение положения из точки, определяемой вектором $\boldsymbol{d}_1$, в точку, определяемую вектором $\boldsymbol{d}_2$, может быть представлено вектором перемещения $\Delta\boldsymbol{d}$, направленным из начальной точки в конечную точку.

Для того чтобы рассматривать движение на плоскости, нам нужно иметь возможность описывать изменение положения со временем. Если, например, нам нужно описать перемещение из положения $\boldsymbol{d}_1$ в положение $\boldsymbol{d}_2$ (рис. 6.2), мы опять можем воспользоваться направленным отрезком или вектором. Этот вектор начинается в конце вектора $\boldsymbol{d}_1$ и заканчивается в конце вектора $\boldsymbol{d}_2$. Но «изменение положения» мы назвали в гл. 5 «перемещением». Поэтому мы можем назвать вектор $\Delta\boldsymbol{d}$, описывающий изменение положения на плоскости, *вектором перемещения*. Теперь у нас есть возможность обобщить все наши опреде-

ления, которые были даны в предыдущей главе, на движение в плоскости. Однако сначала мы должны ознакомиться со свойствами векторов и научиться обращаться с ними.

6.2. Сложение и вычитание перемещений

Перемещения по прямой линии характеризуются положительными и отрицательными числами; при сложении таких перемещений они

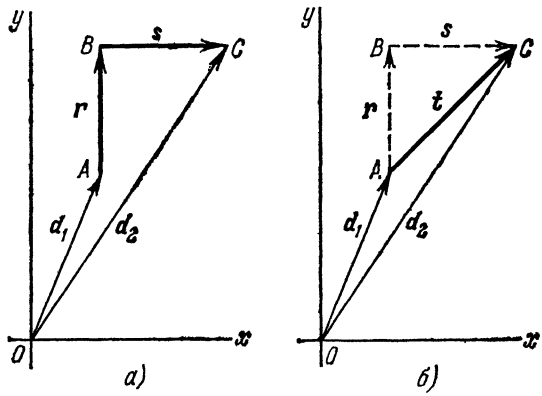


Рис. 6.3. *а*) К перемещению r из точки A в точку B может быть прибавлено перемещение s из точки B в точку C. *б*) Результирующее перемещение будет равно одному перемещению t из точки A в точку C: $r+s=t$.

подчиняются правилам обыкновенной алгебры. При сложении перемещений на плоскости мы встречаемся с новой задачей. Предположим (рис. 6.3, *а*), что мы начали перемещение из точки A, определяемой вектором $\boldsymbol{d}_1$, и переместились в положительном направлении оси y на 5,0 см в точку B и затем в положительном направлении оси x также на 5,0 см в точку C. Перемещение из точки A непосредственно в точку C приведет точно к такому же результату, как и два отдельных перемещения (рис. 6.3, *б*). Поэтому мы можем написать

$$\text{перемещение } AB + \text{перемещение } BC = \text{перемещению } AC,$$

или, используя векторные обозначения и обозначая эти перемещения через $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{s}$ и $\boldsymbol{t}$ соответственно, получаем

$$\boldsymbol{r}+\boldsymbol{s}=\boldsymbol{t}.$$

Важно подчеркнуть, что отдельные перемещения совсем не обязательно должны быть под прямым углом; они могут иметь любое направление, как это показано на рис. 6.4. Независимо от того, какое они имеют направление, мы можем складывать их указанным способом. Поэтому мы можем сказать, что сложение перемещений в случае двух измерений подчиняется правилам геометрического, а не арифметического сложения, как это было в случае одного измерения.

Правило сложения векторов перемещения справедливо не только для перемещений в виде прямолинейных отрезков. Так как вектор

перемещения описывает только изменение положения из начальной в конечную точку, этот вектор, соединяющий обе точки, не зависит от формы пути перемещения из одной точки в другую. Мы уже убедились в этом для случаев, изображенных на рис. 6.3 и 6.4, а для более общего случая это показано на рис. 6.5.

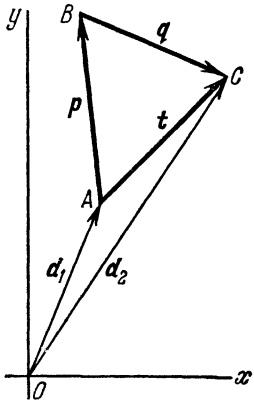


Рис. 6.4. Перемещения как векторы могут складываться и не под прямым углом. В этом случае $p+q=t$.

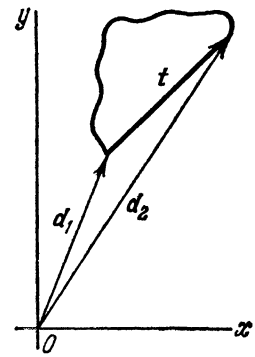


Рис. 6.5. Перемещение между двумя точками не зависит от действительной траектории, по которой происходит движение из одной точки в другую.

Нам часто понадобится сравнивать два перемещения даже в тех случаях, когда у них нет общих точек. Наше определение перемещения как изменения положения позволяет легко это сделать. В гл. 5 мы видели, что в случае прямолинейного движения ни величина, ни направление перемещения не зависят от того, в каком месте прямой

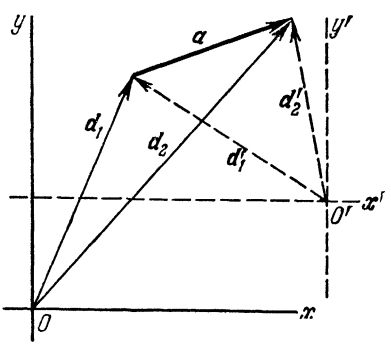


Рис. 6.6. Перемещение между двумя точками не зависит от выбора начала координат, от которого отсчитывается положение векторов.

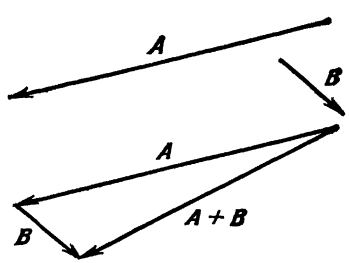


Рис. 6.7. Сложение двух векторов после перемещения одного из них параллельно самому себе.

линии происходит перемещение. Можно убедиться в том, что и в случае движения по плоскости перемещение также не зависит от положения. На рис. 6.6 конечные точки перемещения a определя-

ются двумя парами векторов положения: $\boldsymbol{d}_1$ и $\boldsymbol{d}_2$, проведенными из начала координат O, и $\boldsymbol{d}'_1$ и $\boldsymbol{d}'_2$, проведенными из начала координат O'. Ясно, что перемещение $\boldsymbol{a}$ совершенно не зависит от выбора начала и, следовательно, от выбора векторов положения; вектор перемещения $\boldsymbol{a}$ зависит только от *изменения* положения. Так, например, если мы переместим книгу на метр к востоку и на метр к северу, то в результате она переместится на $\sqrt{2}$ метров к северо-востоку от своего исходного положения, независимо от того, где расположена эта исходная точка и какую точку вы выбрали в качестве начала координат, от которой производились все ваши измерения.

Поэтому мы можем определять суммарное перемещение независимо от того, где расположены векторы складываемых перемещений. Мы будем складывать векторы перемещений, приставляя их «голова к хвосту», как это показано на рис. 6.4. Следовательно, если нам нужно найти сумму двух векторов, то мы можем перемещать один из них «параллельно самому себе» до тех пор, пока «хвост» одного не совпадет с «головой» другого, как это показано на рис. 6.7. Это означает, что два перемещения одинаковы, если одинаковы их величины (т. е. длины) и направления, независимо от того, где изображены эти векторы. Иногда нам важно знать положение конца вектора перемещения, в таких случаях его следует дополнительно указать. Например, для данного начала координат один конец вектора положения всегда должен быть расположен в начале отсчета. Вектор положения может рассматриваться как вектор перемещения, «хвост» которого расположен в начале отсчета.

Теперь мы знаем, как складывать перемещения «голова к хвосту». Существует ли такой же метод для вычитания векторов? Ключ к ответу на этот вопрос мы получим, если снова вернемся к случаю перемещений вдоль прямой линии. Тогда мы установили, что сложение двух перемещений, направленных в противоположных направлениях, эквивалентно вычитанию, так как два таких перемещения имеют противоположные знаки. Мы установили также, что, если мы складываем два перемещения, равных по величине, но противоположных по направлению, то в результате мы получаем перемещение, равное нулю; теперь мы вернулись к тому, с чего начали. Попытаемся применить эти принципы к перемещениям в двух измерениях.

Найдем разность двух перемещений $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, изображенных на рис. 6.8. Вектор, противоположный вектору $\boldsymbol{b}$ и равный $-\boldsymbol{b}$, представляет собой отрезок равной величины, но противоположного направления. Мы вычтем вектор $\boldsymbol{b}$ из $\boldsymbol{a}$, если к вектору $\boldsymbol{a}$ прибавим вектор $-\boldsymbol{b}$. Этот процесс изображен на рис. 6.8.

Другой способ вычесть $\boldsymbol{b}$ из $\boldsymbol{a}$ заключается в том, чтобы ответить на такой вопрос: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + ?$ На рис. 6.9 изображены те же самые перемещения $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, которые мы рассматривали на рис. 6.8, а также разность $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$. Ясно, что если эту разность $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ прибавить к $\boldsymbol{b}$, то получится $\boldsymbol{a}$. Заметим, что перемещение $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ на рис. 6.9 параллельно соответствующему перемещению такой же длины и такого же направления на рис. 6.8. Поэтому они представляют собой одно

и то же перемещение. Оба метода дают один и тот же ответ; используйте тот из методов, который кажется вам наиболее удобным.

Мы используем второй метод, для того чтобы показать, что вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{d}$ действительно представляет собой разность между конечным и начальным вектором положения, что видно из его названия: вектор изменения положения. Из рис. 6.2 мы видим, например, что вектор перемещения $\Delta \boldsymbol{d}$ может рассматриваться как вектор,

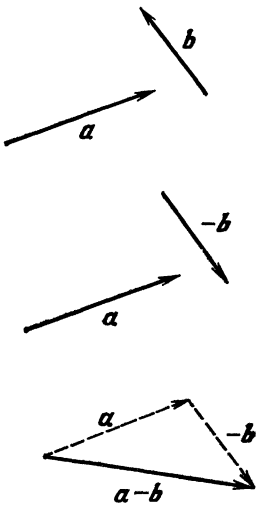


Рис. 6.8. Чтобы найти разность двух векторов, мы прибавляем к первому второй вектор, взятый со знаком минус.

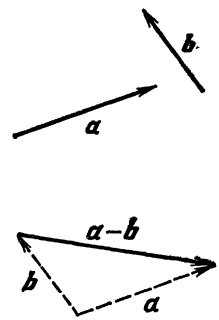


Рис. 6.9. Мы можем также найти разность $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$, изображая векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ выходящими из одной точки и соединяя концы этих векторов. Вы можете проверить правильность направления вектора $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$, исходя из того, что $\boldsymbol{b}+(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}$.

который следует прибавить к вектору положения $\boldsymbol{d}_1$, чтобы получить вектор положения $\boldsymbol{d}_2$: $\boldsymbol{d}_1+\Delta \boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_2$. Поэтому мы можем написать $\Delta \boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_2-\boldsymbol{d}_1$.

Мы использовали перемещения и сложение перемещений в качестве примеров новых величин, которые мы назвали векторами. Многие из величин, с которыми мы еще встретимся в дальнейшем, имеют очень важное значение для физики и также представляют собой векторные величины. Векторами являются любые величины, которые складываются и вычитаются так же, как и перемещения. Мы всегда будем изображать векторы направленными отрезками, длина которых пропорциональна их величине, а направление указано стрелкой на конце. Заметим, что векторы представляют собой величины, которые не могут быть описаны одним только числом и указанием соответствующих единиц измерения. Кроме векторов, существуют скаляры—такие физические величины, которые могут быть описаны одним числом и указанием соответствующих единиц измерения. Температура комнаты служит хорошим примером скалярной физической величины, точно так же как перемещение на 3 км к северо-востоку является типичным примером векторной величины.

6.3. Умножение векторов на числа и на скаляры

Предположим, что вам дан вектор $\boldsymbol{A}$. Как вы думаете, что можно сказать о величине $2\boldsymbol{A}$? Так как умножение какой-либо величины на 2 означает прибавление к ней такой же величины, мы можем написать, что $2\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}$. Следовательно, мы видим, что $2\boldsymbol{A}$ представляет собой вектор, длина которого вдвое больше длины вектора $\boldsymbol{A}$, а направление совпадает с направлением вектора $\boldsymbol{A}$ (рис. 6.10, *а*). Подобно тому как $^1/_4x$ означает число, которое, будучи повторено 4 раза, дает x, мы определяем $^1/_4\boldsymbol{A}$ как вектор, который, будучи повторен 4 раза, дает $\boldsymbol{A}$; другими словами, $^1/_4\boldsymbol{A}$ представляет собой вектор того же направления, что и вектор $\boldsymbol{A}$, но в 4 раза меньший по длине (рис. 6.10, *б*). Заметим, что умножение вектора $\boldsymbol{A}$ на $^1/_4$ означает то же самое, что и деление вектора $\boldsymbol{A}$ на 4, поэтому деление вектора на какое-нибудь число подчиняется тому же правилу, что и умножение вектора на число. В общем случае $k\boldsymbol{A}$, где k — любое положительное число, представляет собой вектор, который параллелен вектору $\boldsymbol{A}$ и имеет в k раз большую длину. Чего можно было бы ожидать, если бы k было отрицательным?

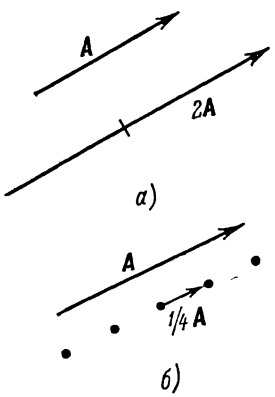


Рис. 6.10. Умножение вектора $\boldsymbol{A}$ на скаляр $k=2$ (*а*) и на скаляр $k=^1/_4$ (*б*).

Короче говоря, умножение или деление вектора на обычное число означает умножение или деление его абсолютной величины*) при неизменности его направления, если число положительно, и изменение его направления на обратное, если число отрицательно. Теперь это правило можно распространить и на те случаи, когда скаляр k и вектор $\boldsymbol{A}$ измеряются в каких-то физических единицах, например в с, км, $с^{-1}$, км/с и т. д. Если k представляет собой простое, а не именованное число, то вектор $k\boldsymbol{A}$ будет измеряться в тех же единицах, что и вектор $\boldsymbol{A}$. Если же k измеряется в каких-то физических единицах, то единицы измерения $k\boldsymbol{A}$ получаются умножением единиц, в которых измеряется число k, на единицы, в которых измеряется вектор $\boldsymbol{A}$. Другими словами, вектор $k\boldsymbol{A}$ имеет физический смысл, отличный от физического смысла вектора $\boldsymbol{A}$; следовательно, в этом случае не имеет смысла складывать $\boldsymbol{A}$ и $k\boldsymbol{A}$. Для того чтобы избежать ошибок, лучше всего новый вектор строить на новом чертеже.

Эти правила помогут нам убедиться в том, что скорость, ускорение и различные другие физические величины могут называться векторами именно потому, что они удовлетворяют требованиям векторного сложения: они складываются так же, как и перемещения.

*) *Абсолютная величина* числа означает его численное значение без алгебраического знака. Поэтому абсолютная величина всегда положительна. Например, абсолютная величина —3,5 равна 3,5.

6.4. Векторы скорости в пространстве

Допустим, что мы поднялись на свободном аэростате на высоту несколько сотен метров. Если воздух совершенно спокоен, то аэростат не будет двигаться. Если же вся масса воздуха движется со скоростью 10 км/ч — другими словами, если скорость ветра равна 10 км/ч,— то аэростат будет двигаться вместе с воздухом. Только при изменении скорости воздушных масс воздух начнет «дуть» на аэростат, ускоряя или замедляя его до тех пор, пока скорость аэростата снова не сравняется со скоростью воздуха. Теперь представим себе, что мы находимся в кабине дирижабля, т. е. аэростата, снабженного двигателем. Если двигатель выключен, то дирижабль будет перемещаться только при наличии ветра. Если же двигатель работает, то пропеллер будет тянуть нас по воздуху с некоторой скоростью относительно всей массы воздуха. Наше движение относительно земли будет теперь складываться из движения воздуха относительно земли и из движения дирижабля относительно воздуха.

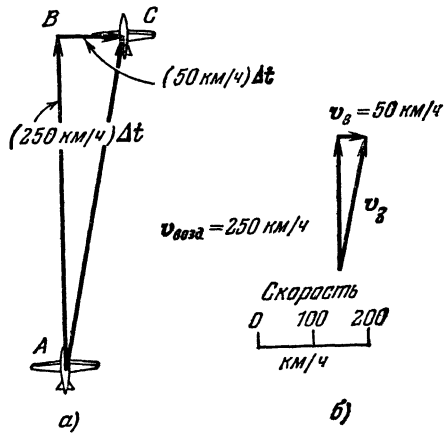


Рис. 6.11. *а)* Сложение вектора перемещения самолета относительно воздуха $(\vec{AB})$ и вектора перемещения воздуха относительно земли $(\vec{BC})$. Сумма этих двух векторов $(\vec{AC})$ представляет собой перемещение самолета относительно земли. Если разделить эти перемещения на время, в течение которого они произошли, то получатся векторы скорости. *б)* Вектор скорости самолета относительно земли равен векторной сумме скорости самолета относительно воздуха и скорости воздуха относительно земли, т. е. скорости ветра.

В случае самолета происходит то же самое. Самолет поддерживается воздухом. Двигатель самолета сообщает ему скорость относительно воздуха, к которой следует добавить скорость ветра, для того чтобы получить скорость самолета относительно земли. Предположим, в частности, что речь идет о самолете, летящем на север со скоростью 250 км/ч. Самолет летит к северу, а ветер дует со скоростью 50 км/ч по направлению к востоку. Когда мы говорим о полете к северу, то имеем в виду, что нос самолета направлен на север, а хвост — на юг. Спустя несколько минут самолет, летя по-прежнему на север, передвинется и к востоку со всей массой воздуха. Найдем перемещение самолета *относительно земли*. На рис. 6.11, *а* в точке A самолет летит по направлению к северу. *Если бы не было ветра*, то самолет двигался бы в первоначальном направлении и спустя некоторое время оказался бы в точке B. Однако за короткий промежуток времени Δt, за который самолет прошел бы расстояние (250км/ч)·Δt от точки A до точки B, воздух переместился к востоку на расстояние (50 км/ч)·Δt, и, следовательно, самолет окажется в точке C.

При сложении двух векторов перемещения $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$ получается вектор $\vec{AC}$, т. е. перемещение самолета относительно земли. Эти три вектора образуют треугольник. Каждый вектор *пропорционален* величине скорости в соответствующем направлении; вектор $\vec{AB}$ пропорционален величине скорости в северном направлении, вектор $\vec{BC}$ — величине скорости в восточном направлении и вектор $\vec{AC}$ — величине скорости самолета в направлении движения относительно земли. Разделив каждое из этих перемещений на соответствующее время Δt, мы получаем подобный треугольник, образованный векторами скорости (при делении векторов на скаляры получаются векторные величины, имеющие то же направление; они могут иметь различную длину и единицы измерения). Таким образом, мы видим, что отрезки, выражающие собой скорости, складываются точно так же, как и векторы перемещения, т. е. что скорость действительно представляет собой векторную величину. На рис. 6.11, *б* изображен треугольник, образованный векторами скорости. Вектор скорости самолета относительно воздуха $\boldsymbol{v}_{\text{возд}}$ имеет то же направление, что и вектор $\vec{AB}$. Этот вектор направлен на север, и его величина равна 250 км/ч. К вектору скорости $\boldsymbol{v}_{\text{возд}}$ мы должны прибавить вектор скорости ветра относительно земли $\boldsymbol{v}_{\text{в}}$ (величиной 50 км/ч), направленный на восток. В результате такого сложения мы получаем вектор скорости самолета относительно земли $\boldsymbol{v}_{\text{з}}$. Направление и величину этого вектора можно найти непосредственно из графика.

В рассматриваемом случае $\boldsymbol{v}_{\text{возд}}$ и $\boldsymbol{v}_{\text{в}}$ расположены под прямым углом друг к другу и поэтому легко вычислить величину скорости $\boldsymbol{v}_{\text{з}}$ относительно земли (называемую основной скоростью). Используя теорему Пифагора, находим

$$v_{\text{з}} = \sqrt{v_{\text{возд}}^2 + v_{\text{в}}^2} = \sqrt{(250 \text{ км/ч})^2 + (50 \text{ км/ч})^2} = 255 \text{ км/ч}.$$

Обратите внимание на то, что величины различных скоростей обозначены здесь $v_{\text{возд}}$, $v_{\text{в}}$ и $v_{\text{з}}$, т. е. теми же буквами, которые были использованы для обозначения соответствующих векторов скоростей, но светлыми. Это очень удобный и обычно используемый прием.

После того как мы показали, что скорость представляет собой векторную величину, мы должны дать общее определение скорости в векторных обозначениях. Для перемещения $\Delta \boldsymbol{d}$ за промежуток времени Δt средняя скорость будет равна $\boldsymbol{v}_{\text{ср}} = \Delta \boldsymbol{d}/\Delta t$. Ясно, что вектор $\boldsymbol{v}_{\text{ср}}$ направлен так же, как и вектор $\Delta \boldsymbol{d}$.

Если теперь уменьшать промежуток времени, то в пределе мы получим мгновенную скорость:

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta \boldsymbol{d}/\Delta t).$$

Направление вектора $\boldsymbol{v}$ совпадает с направлением вектора $\Delta \boldsymbol{d}$

за весьма малый промежуток времени; поэтому скорость v направлена по касательной к траектории.

Когда мы рассматривали пример с самолетом, то мы допустили, что его скорость, так же как и скорость ветра, постоянна. Для того чтобы мгновенная скорость могла считаться постоянной, должны быть выполнены два условия: величина и направление должны быть постоянными. Тело, движущееся с постоянной скоростью, должно поэтому двигаться в одном и том же направлении, т. е. по прямолинейной траектории, и величина скорости должна быть постоянной.

6.5. Компоненты векторов

Предположим, что вы хотите переплыть реку шириной 0,25 км. Скорость течения реки равна 0,5 км/ч. Вы можете плыть со средней скоростью 1 км/ч, но только в течение 15 мин. Как лучше всего поступить в этом случае?

Допустим, вы плывете так, что ваше тело всегда направлено под прямым углом к берегу. Тогда вы будете двигаться по воде перпендикулярно к направлению течения, которое все время будет сносить вас вниз по течению. Какова будет ваша скорость относительно берега реки? Обозначим вашу скорость относительно воды через $v_в$ и скорость течения реки через $v_т$, тогда ваша скорость относительно берега изобразится вектором $v_б$ (рис. 6.12).

Как вы видите, величина $v_б$ больше величины $v_в$, но следует ли из этого, что вы сможете пересечь реку быстрее? Конечно, нет, так как ваше движение в направлении, перпендикулярном к берегам реки (которое и определяет время ее пересечения), останется тем же. В этом вы можете убедиться сами. Вектор скорости $v_б$ указывает нам только на то, что, переплыв реку, вы окажетесь в точке, находящейся ниже по течению, чем точка, из которой вы начали свой заплыв.

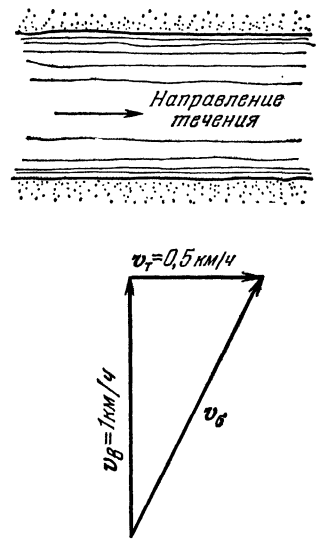


Рис. 6.12. Если вы плывете через реку со скоростью $v_в$ относительно воды, под прямым углом к направлению скорости $v_т$ реки, то ваша скорость относительно берега будет равна $v_б$. Помогает ли течение реки достигнуть противоположного берега?

Скорость $v_б$ состоит из двух частей, перпендикулярных друг к другу; эти части называются *компонентами* вектора $v_б$ в прямоугольной системе координат. В нашем случае время пересечения реки будет зависеть только от компоненты, перпендикулярной к берегу, т. е. от $v_в$. Другая компонента этого вектора, $v_т$, не оказывает влияния на продвижение к другому берегу. Такие компоненты взаимно независимы: они не оказывают влияния друг на друга. Независимо от величины $v_т$ вы пересекли бы реку за 15 мин.

Предположим, что перед вами возникла более трудная задача: на противоположном берегу вы можете выйти только на участок берега, расположенный непосредственно против вашей исходной точки. В таком случае ваша скорость $v_б$ по отношению к берегу должна быть направлена под прямым углом к нему. Это означает, что компонента вектора $v_б$, параллельная берегу, должна быть

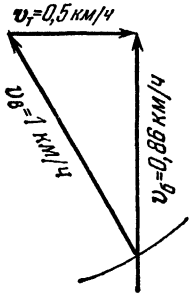


Рис. 6.13. Если вы плывете так, что параллельная берегу компонента вектора $v_в$ равна по величине и противоположна по направлению вектору $v_т$, то вектор $v_б$ будет перпендикулярен к берегу.

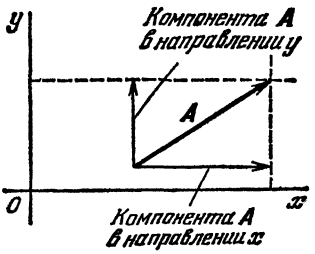


Рис. 6.14. Построение компонент вектора в прямоугольной системе координат на плоскости.

равна нулю. Вы должны плыть вверх по течению таким образом, чтобы компонента вектора $v_в$ (рис. 6.13), параллельная берегу, была равна по величине и противоположна по направлению вектору $v_т$. Теперь ваша скорость *поперек* реки будет равна только 0,86 км/ч, хотя фактически вы будете плыть со скоростью 1 км/ч. Возможно, что

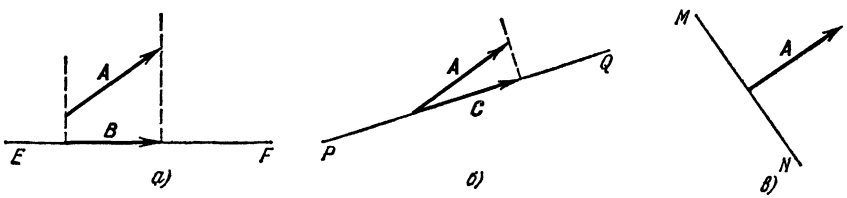


Рис. 6.15. Примеры прямоугольных компонент вектора в различных направлениях. *а)* **B** — прямоугольная компонента вектора **A** в направлении линии *EF*. *б)* **C** — прямоугольная компонента вектора **A** в направлении линии *PQ*. *в)* Прямоугольная компонента вектора **A** в направлении линии *MN* равна нулю.

вам повезет и часть пути через реку вы сможете перейти вброд.

Таким образом, переплыть реку вверх по течению труднее. А что будет, если вам нужно достичь такого участка на противоположном берегу, который расположен ниже по течению? Конечно, вам не удастся достичь намеченного участка, так как течение будет сносить вас, но сможете ли вы хотя бы переплыть реку? Вы видите теперь, что течение реки не может помочь вам?

До сих пор мы рассматривали только компоненты вектора скорости. В действительности любой вектор **A** в плоскости можно

представить двумя компонентами в прямоугольной системе координат. Прежде всего выберем два взаимно перпендикулярных направления, например оси координат x и y на рис. 6.14. Затем, чтобы найти компоненту в направлении оси x, проведем через конец вектора $\boldsymbol{A}$ прямую, перпендикулярную к x. Теперь проведем вектор,

Рис. 6.16. Если известны компоненты вектора, то можно найти сам вектор. Величина вектора скорости, изображенного на этом рисунке, равна 22 км/ч, направление составляет 27° к востоку от направления на север.

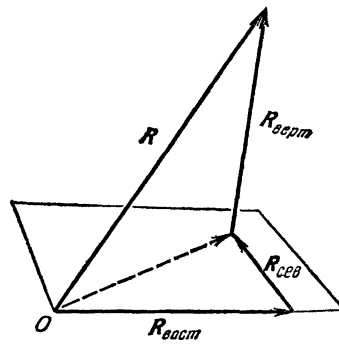


Рис. 6.17. Векторы $\boldsymbol{R}_{\text{вост}}$, $\boldsymbol{R}_{\text{сев}}$, $\boldsymbol{R}_{\text{верт}}$ представляют собой компоненты вектора $\boldsymbol{R}$.

параллельный x от начала вектора $\boldsymbol{A}$ до перпендикуляра к этой оси. Мы получим компоненту вектора $\boldsymbol{A}$ по оси x (иногда называемую компонентой вектора $\boldsymbol{A}$ в направлении x). Для получения компоненты вектора $\boldsymbol{A}$ в направлении y (компоненты вектора $\boldsymbol{A}$ по оси y) поступаем таким же образом, опуская перпендикуляр на ось y. Примеры построения компонент векторов изображены на рис. 6.15.

Мы всегда можем построить вектор по его компонентам. Если, например, нам известны компоненты скорости движения парохода по направлению к северу (20 км/ч) и по направлению к востоку (10 км/ч), то мы знаем и скорость парохода; при такой паре компонент величина и направление скорости парохода определяются однозначно. Рис. 6.16 иллюстрирует сказанное. Мы видим, что векторная сумма «северной» и «восточной» компонент представляет собой скорость парохода.

В разделе 6.1 мы описывали положение точки на плоскости либо значениями двух координат точки (x_1, y_1), либо изображая вектор положения, проводимый из начала координат в данную точку. Когда мы указываем координаты точки, мы тем самым говорим о том, насколько далеко (x_1) и насколько высоко (y_1) мы должны отойти от начала координат, чтобы определить положение точки. Но ведь это в точности то же самое, что дают нам прямоугольные компоненты вектора положения. Поэтому ясно, что компоненты вектора положения x и y описывают положение точки точно так же, как и координаты x и y этой точки.

Если нам нужно описать движение на плоскости, то мы можем описать изменение компонент вектора положения. Как мы видели в случае с пловцом, прямоугольные компоненты независимы друг от друга и поэтому можно рассматривать каждую компоненту в отдельности как случай прямолинейного движения. Тогда мы получим два графика зависимости x и y от t. По отношению к каждому графику и, следовательно, по отношению к каждой компоненте движения мы можем применить все методы, изложенные в гл. 5. Определяя наклон графика зависимости положения от времени, мы можем для каждой компоненты построить график зависимости скорости от времени, а с помощью этого графика построить график зависимости ускорения от времени для каждой компоненты. В следующем разделе мы познакомимся с применением этого приема для решения отдельных задач.

Для определения вектора мы использовали только две компоненты, так как рассматривали векторы в одной плоскости, т. е. в двух измерениях. В пространстве трех измерений мы можем задать вектор его компонентами по трем взаимно перпендикулярным направлениям. Как видно из рис. 6.17, сложение трех прямоугольных компонент дает результирующий вектор. Для того чтобы с помощью методов, изложенных в гл. 5, рассмотреть трехмерное движение, нужно располагать тремя графиками зависимости координат от времени, но с каждым из них следует поступать точно так же, как это указано выше.

6.6. Изменение скорости и вектор постоянного ускорения

На рис. 6.18 приведена фотография двух шариков, полученная методом многократных вспышек. Левый шарик падает прямо вниз; правый шарик был брошен в горизонтальном направлении с начальной скоростью 2 м/с. Давайте проанализируем движения обоих шариков и найдем векторы скоростей в последовательные промежутки времени по мере падения шариков. Мы начнем с левого шарика. Мы можем получить среднее значение вектора скорости за данный промежуток времени, измеряя расстояние между двумя изображениями шарика и деля его на промежуток времени между вспышками, при которых получены эти изображения. Это дает нам длину вектора средней скорости; его направление совпадает с направлением перемещения шарика от одного изображения к другому. На рис. 6.19 изображены последовательные значения векторов скорости, вычисленные по соответствующим смещениям шарика. Расстояние между белыми полосками на рис. 6.18 равно 15 см, а промежутки времени между вспышками составляют 1/30 с. Используя эти данные, мы рассчитали масштаб таким образом, что величина векторов соответствует значениям средней скорости.

Из рис. 6.19 видно, что вектор средней скорости левого шарика изменяется равномерно. За каждый последующий промежуток времени вектор скорости увеличивается на одну и ту же величину. Поэтому скорость изменения средней скорости постоянна. Так

как скорость изменения средней скорости постоянна за все время движения, мы можем быть уверены в том, что и скорость изменения мгновенной скорости также будет постоянна за все время

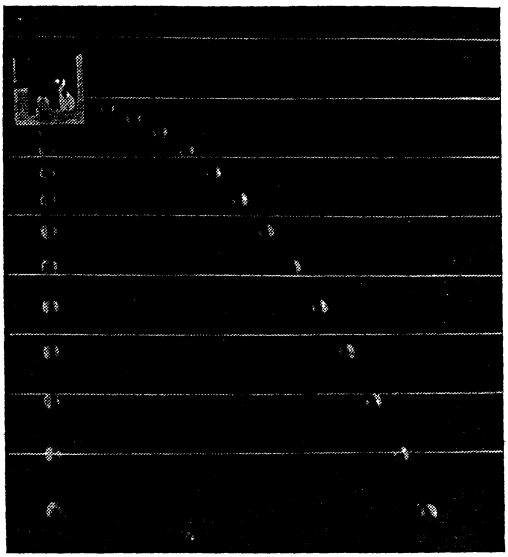


Рис. 6.18. Фотография двух падающих шариков, полученная методом многократных вспышек. Шарики одновременно начинают падать из приспособления, также изображенного на фотографии. Один из шариков падает свободно вниз, а другой получает начальную скорость 2 м/с в горизонтальном направлении. Вспышки света производились через каждые 1/30 с. Белые параллельные линии, которые видны на фотографии, нанесены на фон, расположенный за шариками, на расстоянии 15 см друг от друга. Почему нам кажется, что эти белые линии находятся на переднем плане?

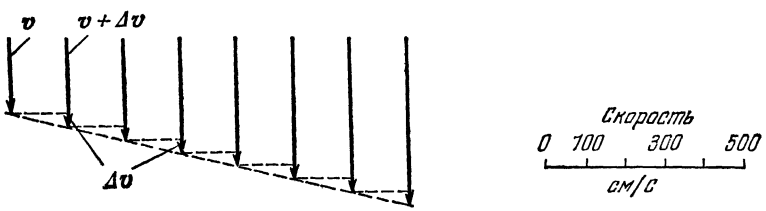


Рис. 6.19. Длины стрелок в 2,5 раза больше, чем смещения левого шарика на рис. 6.18 за последние восемь последовательных промежутков времени в 1/30 с. Так как мы знаем действительное расстояние между белыми линиями на рис. 6.18 и величину промежутков времени, мы можем вычислить значения скорости. Наш чертеж, сделанный в соответствующем масштабе, позволяет по длине стрелки сразу определить величину скорости в см/с.

движения и будет иметь то же значение. Конечно, для того чтобы убедиться в этом, мы должны были бы сделать дополнительные стробоскопические фотографии падающего шарика, используя все более и более короткие промежутки времени, стремясь в пределе к $\Delta t \to 0$. Однако и без этого мы можем быть совершенно уверены в нашем выводе. Следовательно, для

момента времени, соответствующего n-й вспышке, можно написать для мгновенной скорости $\boldsymbol{v}_к = \boldsymbol{v}_н + n\Delta\boldsymbol{v}$. Здесь $\boldsymbol{v}_н$ означает вектор мгновенной скорости, с которого мы начинаем, а $\Delta\boldsymbol{v}$ — постоянное изменение скорости за каждый промежуток времени. Прибавляя n таких изменений к начальному значению скорости, мы получим конечную скорость шарика через n промежутков времени $\boldsymbol{v}_к$.

Перепишем последнее уравнение так, чтобы оно стало похожим на приведенные ранее уравнения, описывающие движение по пря-

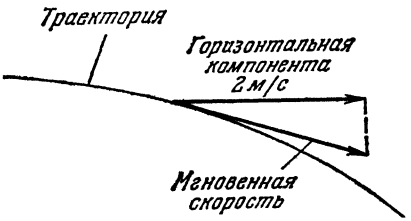


Рис. 6.20. К определению вектора мгновенной скорости. Направление этого вектора определяется направлением касательной в данной точке траектории, а величина — длиной отрезка, проекция которого на горизонтальное направление равна начальной скорости в горизонтальном направлении.

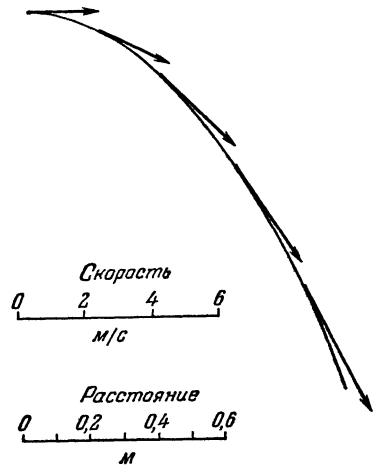


Рис. 6.21. Положения брошенного шарика на рис. 6.18 и векторы его скорости изображены здесь на одном и том же рисунке.

молинейной траектории (см. гл. 5 и в особенности разделы 5.8 и 5.9). Мы определили величину $a = \Delta v/\Delta t$ как ускорение вдоль предписанной траектории. Деля вектор $\Delta\boldsymbol{v}$ на Δt, мы вводим вектор ускорения $\boldsymbol{a} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$. Используя этот вектор, мы можем переписать последнее уравнение в следующем виде:

$$\boldsymbol{v}_к = \boldsymbol{v}_н + n\,\Delta t\,(\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t) = \boldsymbol{v}_н + \boldsymbol{a}t.$$

В последнем уравнении мы заменили $n\Delta t$ на t, т. е. на время, в течение которого скорость изменялась от своего первоначального значения $\boldsymbol{v}_н$ до значения $\boldsymbol{v}_к$, соответствующего n-й вспышке.

Сейчас мы описали движение падающего шарика на языке векторов. Однако, поскольку шарик падал вниз по прямолинейной траектории, мы могли бы и не пользоваться векторами. Мы легко могли бы произвести анализ, используя методы, изложенные в гл. 5. Язык векторов становится, однако, очень полезным при анализе более сложного движения. Чтобы убедиться в этом, вернемся к рис. 6.18 и рассмотрим движение правого шарика.

Как видно из рис. 6.18, этот второй шарик движется одновременно направо и вниз. Из того, что расстояние между положениями шарика в моменты последовательных вспышек света увеличивается, мы делаем вывод об увеличении скорости шарика. Так как в этом

случае траектория не имеет вида прямой, направление скорости также изменяется. Мы можем проанализировать рис. 6.18 и получить значения мгновенной скорости в различных точках траектории.

(В нашем случае один из способов определения мгновенной скорости основан на том, что горизонтальная компонента скорости постоянна. Это следует из того, что за равные промежутки времени величина горизонтального перемещения остается постоянной. Исходя из этого, а также учитывая, что вектор мгновенной скорости всегда указывает направление траектории, мы получаем вектор $\boldsymbol{v}$ (рис. 6.20).)

Результаты анализа рис. 6.18 представлены на рис.6.21. На одном и том же графике здесь изображены положения шарика и его мгновенные скорости через промежутки времени в 0,1 с. Обратите внимание, что на этом графике имеются два масштаба: один для расстояний и другой для скорости.

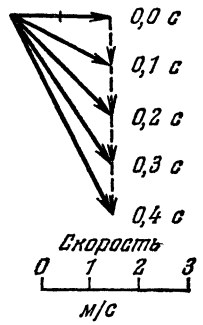


Рис. 6.22. Диаграмма, на которой показаны только векторы скоростей с рис. 6.21. Величина каждого вектора определялась сложением предыдущего вектора с вертикально направленным вниз постоянным вектором.

На рис. 6.22 приведена последовательность векторов, изображенных на рис. 6.21. Однако на рис. 6.22 все векторы начерчены выходящими из одной исходной точки. Как мы видим, каждый последующий вектор представляет собой сумму предыдущего вектора и направленного вниз вектора скорости, величина которого приблизительно равна 1 м/с (точнее, она равна 0,98 м/с). Мы можем выразить это правило в форме уравнения. Чтобы сделать это, прежде всего найдем компоненты скорости. Горизонтальная компонента скорости равна $\boldsymbol{v}_г = 2$ м/с и направлена вправо. Эта компонента остается постоянной в течение всего времени движения шарика. Вместе с тем вертикальная компонента скорости равна нулю в момент времени $t=0$ с и за каждый промежуток 0,1 с увеличивается на 0,98 м/с. Это соответствует постоянному ускорению 9,8 м/с^2, и, следовательно, для любого t вертикальная компонента скорости равна $\boldsymbol{v}_в = (9{,}8\ \text{м/с}^2)t$ и направлена вниз; здесь t — время в секундах. Зная две прямоугольные компоненты скорости, мы можем, используя графические методы, изложенные в гл. 5, найти компоненты векторов перемещения и ускорения, что показано на рис. 6.23.

Мы можем также использовать эти компоненты скорости для того, чтобы полностью описать движение на языке векторов. Зная две взаимно перпендикулярные компоненты, мы можем найти вектор скорости для любого момента времени t:

$$\boldsymbol{v}_к = 2\ \text{м/с (вправо)} + (9{,}8\ \text{м/с}^2)\,t\ \text{(вниз)}.$$

Мы можем применить наше уравнение к движению шарика вправо, как мы это делали для шарика, падающего прямо вниз. В нашем

случае 2 м/с (вправо) — начальная скорость $v_н$, а 9,8 м/с^2 (вниз) — постоянное ускорение a. Таким образом, мы снова получаем: $v_к = v_н + at$. Отметим, что для обоих шариков ускорение направлено вниз. Как видно из рис. 6.18, для обоих шариков движение вниз одинаково, т. е. за любой промежуток времени оба шарика проходят одинаковый путь. Единственное различие в описании движения

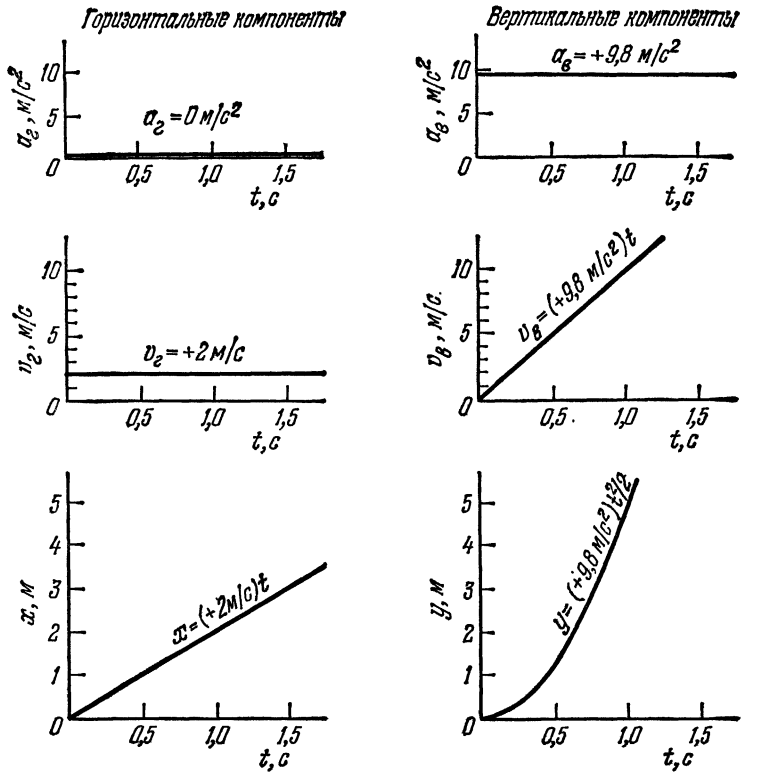


Рис. 6.23. Горизонтальные и вертикальные компоненты движения шарика, изображенного в правой части рис. 6.18, проанализированы на этом рисунке с помощью графического метода, изложенного в гл. 5. Положительное направление оси x выбрано слева направо, а оси y — сверху вниз. Мы находим следующие функции времени: горизонтальная компонента положения $x = (+2$ м/с$)\,t$, вертикальная компонента положения $y = (+9{,}8$ м/с$^2)t^2/2$. Если из этих двух уравнений исключить время, то должно получиться уравнение траектории на плоскости, выражающее зависимость y от x.

этих двух шариков состоит в значении начальной скорости $v_н$. Вектор ускорения a одинаков для обоих шариков.

В гл. 5 мы установили, что уравнение $v_к = v_н + at$ описывает скорость в любой момент времени, если вдоль траектории ускорение постоянно. Уравнение $v_к = v_н + at$ описывает вектор скорости в любой момент времени для движения по любой траектории, если вектор ускорения не меняется как по величине, так и по направлению. Следует отметить, что вектор ускорения не обязательно на-

правлен вдоль траектории (вспомним, например, случай правого шарика на рис. 6.18). Более того, a может иметь любое постоянное значение, но должно измеряться в надлежащих единицах. Направленное вниз ускорение, равное 9,8 м/с^2, которое мы нашли для шариков, имеет особый смысл: с этим ускорением мы встретимся при свободном падении шариков вблизи поверхности Земли. При изучении других движений мы столкнемся и с другими постоянными значениями a, а также с векторами ускорения, изменяющимися во времени. Например, при бросании шарика мы можем получить какие угодно значения a.

6.7. Изменение ускорения

В предыдущем разделе мы описали движение с постоянным вектором ускорения. Мы ввели вектор ускорения для того, чтобы показать, каким образом изменяется вектор скорости. Даже тогда, когда сам по себе вектор ускорения непостоянен, мы можем ввести

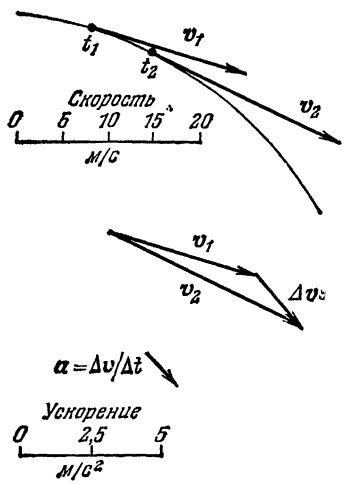


Рис. 6.24. К определению среднего ускорения за промежуток времени $\Delta t=t_2-t_1$. Сначала следует найти $\Delta v=v_2-v_1$ и затем разделить полученную векторную разность на Δt. Результат равен вектору среднего ускорения a, который можно изобразить в соответствующем масштабе, как это сделано на рисунке.

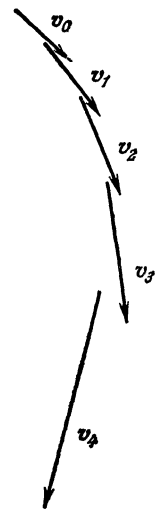


Рис. 6.25. Последовательные векторы скоростей катера через промежутки времени 10 с.

его точно так же, как это было сделано выше. Мы определяем его из соотношения $a=\Delta v/\Delta t$, где Δv — вектор изменения скорости v за время Δt. Вектор ускорения имеет то же направление, что и вектор изменения скорости Δv. Так как это изменение не обязательно имеет то же направление, что и вектор скорости v, то вектор ускорения a может быть направлен любым образом по отношению к направлению движения. Как мы видели в разделе 6.6, в случае правого шарика направление ускорения не совпадало с направлением движения.

Вектор ускорения, который мы только что определили, представляет собой среднее ускорение за промежуток времени Δt. Если же само ускорение изменяется со временем, то $\boldsymbol{a}$ будет зависеть от выбранного промежутка времени. Рассмотрим следующий пример. Предположим, что быстроходный катер движется по траектории, изображенной на рис. 6.24. В момент времени t_1 скорость катера изображается вектором $\boldsymbol{v}_1$, а в момент времени t_2 — вектором $\boldsymbol{v}_2$. Каково среднее ускорение за промежуток времени $t_2 - t_1$? Чтобы найти это ускорение, мы должны найти вектор изменения скорости $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$. Тогда среднее ускорение будет равно $\boldsymbol{a}=\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$. Эта операция изображена на рис. 6.24. Мы находим вектор $\Delta\boldsymbol{v}$,

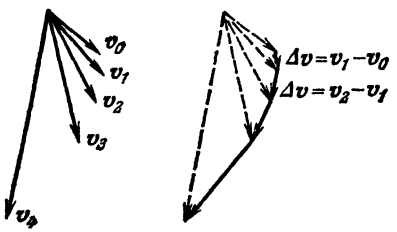


Рис. 6.26. Векторы скоростей, изображенные на рис. 6.25, построены здесь из одной точки. Ускорения в этом случае не постоянны как по направлению, так и по величине.

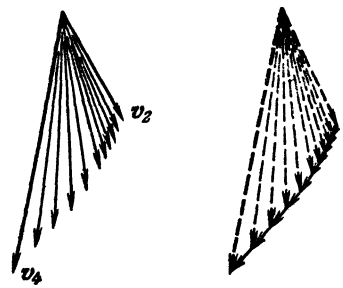


Рис. 6.27. Если мы выберем промежутки времени в 2 с, то движение, изображенное на рис. 6.25, будет выглядеть так, как показано на данном рисунке (векторы скорости построены из одной точки). Выбирая еще более короткие промежутки времени, можно убедиться в том, что изменения скорости будут все меньше и меньше отличаться друг от друга.

представляющий собой разность векторов $\boldsymbol{v}_2$ и $\boldsymbol{v}_1$, делим эту разность на Δt и затем строим на новом графике, вычерченном в соответствующем масштабе, вектор среднего ускорения $\boldsymbol{a}$ за промежуток времени Δt.

При движении катера его ускорение может изменяться. В самом деле, у нас нет оснований ожидать, что даже за промежуток времени от t_1 до t_2 ускорение останется постоянным. В таких случаях нам нужно знать не только вектор среднего ускорения за разные промежутки времени, но и вектор мгновенного ускорения в различные моменты времени t. Для того чтобы найти вектор мгновенного ускорения в любой заданный момент времени t, мы определяем вектор среднего ускорения за все меньшие и меньшие промежутки времени, включающие момент времени t. Мы определяем мгновенное ускорение в данный момент времени как предел среднего ускорения $\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ при все меньшем и меньшем промежутке времени Δt. Обычно такой предел обладает определенной величиной и направлением.

Пусть, например, на рис. 6.25 изображены последовательные векторы скоростей нашего катера через каждые 10 с. Если теперь

начертить все эти векторы так, чтобы они исходили из одной точки, то получится векторная диаграмма, изображенная на рис. 6.26. На том же рисунке показаны и изменения скорости в течение каждого последующего промежутка времени. Мы видим, что изменения скорости $\Delta \boldsymbol{v}$ в каждом из четырех промежутков времени отличаются друг от друга как по величине, так и по направлению. Поэтому, несмотря на то, что промежутки времени одинаковы, средние ускорения оказываются различными.

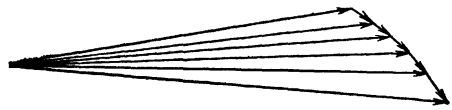


Рис. 6.28. Если промежутки времени становятся очень малыми, то последовательные изменения скорости незначительно отличаются друг от друга по величине и направлению. На этом рисунке изображено движение за первые 10 с для случая, представленного на рис. 6.27. Величина векторов увеличена в 3 раза, а сами они повернуты.

Если вместо промежутков времени в 10 с брать промежутки в 2 с, то получится диаграмма, изображенная на рис. 6.27. Так как на ней трудно рассмотреть детали, на рис. 6.28 в увеличенном масштабе (3-кратное увеличение) изображена часть диаграммы рис. 6.27, соответствующая первым 10 с. Обратите внимание на то, что все пять изменений скорости значительно меньше отличаются друг от друга по величине и по направлению, чем на рис. 6.26.

Если бы мы выбрали промежуток времени, меньший 2 с, то последовательные изменения скорости еще меньше отличались бы друг от друга. Обычно можно выбирать настолько малые промежутки времени, что при переходе от одного промежутка к другому ускорение не изменяется заметным образом ни по величине, ни по направлению. При таком выборе «настолько малого» промежутка времени мы видим, что вектор мгновенного ускорения в момент времени t представляет собой среднее ускорение за очень короткий отрезок времени, включающий этот момент времени t. Поэтому мы можем сказать, что мгновенное ускорение равно пределу отношения $\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$ при Δt, становящемся очень малым:

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t).$$

При рассмотрении вектора ускорения существенно (по сравнению с рассмотрением ускорения вдоль траектории) то, что *изменения направления скорости* приводят к появлению ускорения. Даже когда тело движется с постоянной по величине скоростью, но по криволинейной траектории, оно обладает ускорением. Простейшим и в то же время важнейшим примером такого движения служит движение по окружности с постоянной скоростью. Это ускоренное движение, и притом движение с переменным ускорением. На рис. 6.29, *а* изображено движение по кругу и ряд векторов скорости, соответствующих последовательным равным промежуткам времени. Все эти векторы имеют одинаковую длину, но разное

направление. Если мы построим диаграмму векторов скорости, исходящих из одной точки (рис. 6.29, *б*), то мы увидим, что все последовательные изменения скорости Δv также имеют различные направления. Так как эти изменения скорости не параллельны друг другу, то векторы ускорения, служащие мерой изменения скорости

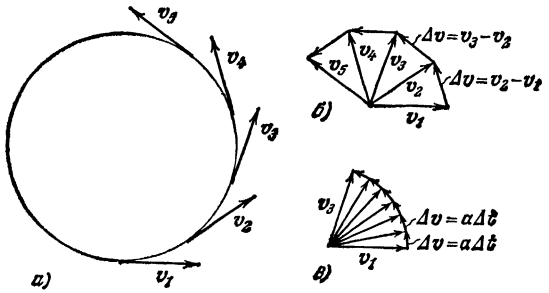


Рис. 6.29. *а)* Векторы скорости тела, движущегося с постоянной скоростью по круговой траектории. *б)* Векторы построены из одной точки; как мы видим, векторы изменения скорости имеют разные направления. *в)* Выбирая еще более короткие промежутки времени, мы убеждаемся в том, что вектор мгновенного ускорения перпендикулярен к вектору скорости.

со временем, не могут быть постоянными. Беря все меньшие и меньшие промежутки (рис. 6.29, *в*), мы убеждаемся в том, что в любой момент времени вектор ускорения направлен перпендикулярно к вектору скорости. Тот факт, что угол между вектором ускорения и вектором скорости остается постоянным и всегда равным 90°, означает, что эти векторы вращаются с одной и той же постоянной скоростью.

В общем случае, когда тело движется по криволинейной траектории и скорость не постоянна, вектор ускорения в любой момент времени образует некоторый угол с вектором скорости. Этот случай изображен на рис. 6.30. Если разложить вектор ускорения на две компоненты, одну по направлению траектории, а другую, перпендикулярно к ней, как это изображено на рис. 6.31, *а*, то мы сможем разделить их действие на скорость в течение очень малого промежутка времени Δt. Компонента $a\Delta t$ по направлению траектории представляет собой изменение вектора скорости по величине, а перпендикулярная компонента дает изменение направления вектора скорости. Поэтому мы можем предсказать как величину, так и направление вектора скорости к концу очень малого промежутка времени Δt (рис. 6.31, *б*). В общем случае вектор ускорения также изменяется со временем, поэтому мы должны рассматривать только малые промежутки времени, так как иначе предсказание нового вектора скорости будет очень неточным.

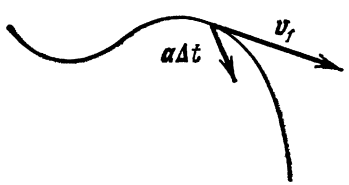


Рис. 6.30. В случае движения по искривленной траектории с непостоянной скоростью вектор ускорения расположен под некоторым углом к вектору скорости.

Вполне можно представить себе такие реальные движения, в которых величина скорости постоянна, а траектория представляет собой кривую линию, но совсем не обязательно окружность; этим условиям удовлетворяет, например, быстроходный катер, который мы рассматривали в начале этого раздела. Что мы можем сказать о соотношениях между ускорением и скоростью и как они выглядят по сравнению с соотношениями для случая кругового движения с постоянной скоростью? Так как скорость не изменяется, то мгновенное ускорение не имеет компоненты по направлению движения. Вектор ускорения перпендикулярен к вектору скорости, т. е. перпендикулярен к траектории в любой ее точке. Однако величина вектора ускорения будет изменяться от точки к точке траектории,

Рис. 6.31. *а)* Разложение вектора $a\Delta t$ на компоненты позволяет разделить действие ускорения за малый промежуток времени на вектор скорости, изображенный на рис. 6.30, на два независимых эффекта. Компонента вектора $a\ \Delta t$ в направлении вектора v_1 представляет собой изменение этого вектора по величине; компонента вектора $a\Delta t$, перпендикулярная к вектору v_1, изменяет направление вектора v. *б)* Новая скорость v_2 к концу промежутка времени Δt равна $v_1+a\Delta t$.

увеличиваясь там, где кривизна траектории больше, и уменьшаясь в тех местах, где она приближается к прямой линии. Движение с постоянной скоростью по кругу является поэтому только одним из многих движений, в которых векторы ускорения и скорости взаимно перпендикулярны. Это особый случай, в котором величина ускорения постоянна.

6.8. Описание движения. Системы отсчета

Мы рассматривали векторы главным образом для того, чтобы описывать движение — описывать последовательные положения тела в пространстве и соответствующие им скорости движения. Грациозные движения при вальсировании можно полностью описать (если в этих движениях кое-что упростить) как последовательность положений рук, ступней и корпусов танцоров, соответствующих каждому моменту времени. В сущности, танец под музыку есть один из способов измерения времени. Каждой ноте соответствует определенная фигура в танце и определенный момент времени.

Простейшим и наиболее важным движением является движение отдельного тела, части которого нам нет необходимости различать либо потому, что мы не можем их наблюдать, либо потому, что они остаются неподвижными друг относительно друга. Планета, например, Юпитер движется по небу. Мы можем представить ее положение в любой момент времени при помощи вектора, направленного от Земли к Юпитеру. Самолет летит по курсу к определенной цели;

его положение также можно определить при помощи векторов (рис. 6.32). Ни планета, ни самолет не являются точками; если бы мы захотели узнать, что происходит внутри этих тел, то мы должны были бы располагать значительно более полной информацией, и нам было бы недостаточно знать одно только их положение, определяемое вектором. Однако в астрономии или в авиации часто можно считать, что планеты или самолеты представляют собой точки, в которых кончаются векторы, определяющие их положение. При движении планет или самолетов движутся и эти векторы, изменяясь по величине и по направлению.

В каждом из наших примеров вектор, определяющий положение, начинается в некоторой начальной точке и заканчивается на движущемся теле — идет от Земли до Юпитера или от контрольного поста к самолету. Кроме того, движение всегда рассматривается в некоторой системе отсчета, относительно которой и определяется положение движущегося тела. Например, движение самолета описывается относительно земной поверхности, как и движение падающего шарика, изображенное на рис. 6.18.

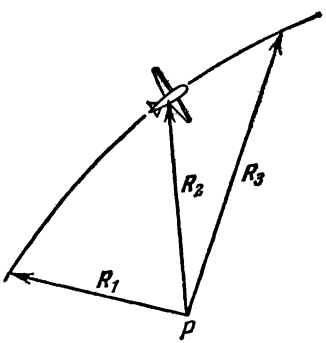


Рис. 6.32. Положение самолета по отношению к некоторой точке можно определить вектором положения, характеризуемым величиной и направлением.

Движение самолета относительно другого самолета может очень сильно отличаться от его движения по отношению к земной поверхности. Движение брошенного (правого) шарика на рис. 6.18 как раз и служит примером движения с постоянной скоростью относительно другого, свободно падающего шарика, изображенного слева на том же рисунке. Движение Юпитера относительно Солнца значительно проще его движения относительно Земли. Водителю движущегося автомобиля капля дождя, падающая вертикально по отношению к земной поверхности, представляется проносящейся почти горизонтально. Таким образом, мы видим, что описание движения очень сильно зависит от системы отсчета, по отношению к которой это движение описывается.

Вообще говоря, движение желательно рассматривать относительно такой системы отсчета, в которой оно оказывается наиболее простым. Представим себе, что мы сами связаны с системой отсчета, в которой легко описать движение, и проведем вектор, определяющий положение движущегося тела, из наиболее удобной для нас точки. Рассмотрим пример, поясняющий, что мы имеем в виду. Допустим, что мы стоим на земле и наблюдаем за движением точки на ободе колеса медленно движущегося автомобиля. Движущаяся точка будет вычерчивать сложную кривую, изображенную на рис. 6.33 и называемую циклоидой. Вектор, определяющий положение и проведенный от нас как от начальной точки к движущейся точке на

ободе колеса, совершает чрезвычайно сложное движение. Однако точка, находящаяся на земной поверхности, далеко не всегда является наиболее удобным началом вектора, описывающего положение. Мы поступим гораздо лучше, если сядем в автомобиль, высунемся из окна и начнем наблюдать за колесом. В этом случае точка на ободе колеса будет все время двигаться по кругу, и перемещение вектора, определяющего ее положение, окажется значительно проще.

При описании движения мы стремимся поместить начало отсчета в наиболее удобное положение даже тогда, когда мы физически не в состоянии там находиться. Движение планет, например, выглядит

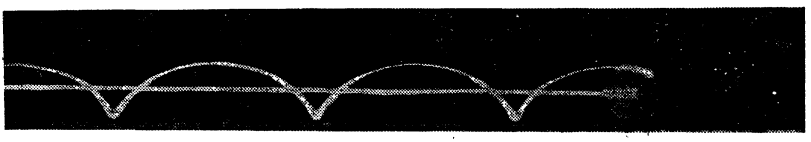


Рис. 6.33. Траектория точки на ободе катящегося колеса. Эта кривая, называемая циклоидой, представляется наблюдателю, смотрящему сбоку. Один небольшой источник света установлен на ободе колеса, другой — в его центре. Затвор фотокамеры оставлен открытым на время движения колеса.

очень сложным, если мы описываем его при помощи вектора, определяющего положение, начало которого находится на Земле. Коперник показал, что движение планет описывается значительно проще, если мы будем исходить из представления о том, что в центре солнечной системы находится Солнце, и перенесем в него начало векторов, описывающих положение движущихся планет. После того как Коперник указал на важность удобного расположения начала отсчета, выбор надлежащего начала стал важным средством, используемым физиками для упрощения описания движения.

6.9. Кинематика и динамика

Выше мы занимались разделом физики, называемым *кинематикой* (от греческого слова kinema — движение). Кинематика представляет собой лишь часть того раздела физики, который изучает движение, и не касается вопроса о том, что́ движется и что́ вызывает движение. При изучении движения кинематика играет очень важную роль. Однако для наиболее полного описания движения следует привлечь еще *динамику* (от греческого слова dynamics — сила). В динамике рассматриваются причины, вызывающие движение, что́ именно движется и, наконец, как влияет природа тела и среды на характер движения. В кинематике нас интересует только определение положения и времени; в динамике же рассматриваются те причины, которые изменяют состояние движения, вызывают его или препятствуют ему.

Движение может быть простым или сложным. Метод исследования, характерный для физики, состоит в том, что сначала анализи-

руют простейшие случаи и извлекают из их рассмотрения все, что возможно, и лишь затем переходят к более сложным случаям. Было бы ошибкой думать, что в результате элементарного знакомства с физикой можно объяснить приливы и отливы, следы, оставляемые в небе реактивными самолетами, или сложный ритм работы дизельного двигателя. Но эти движения и целый ряд других можно понять, если воспользоваться такими же методами, применявшимися нами для более простых случаев.

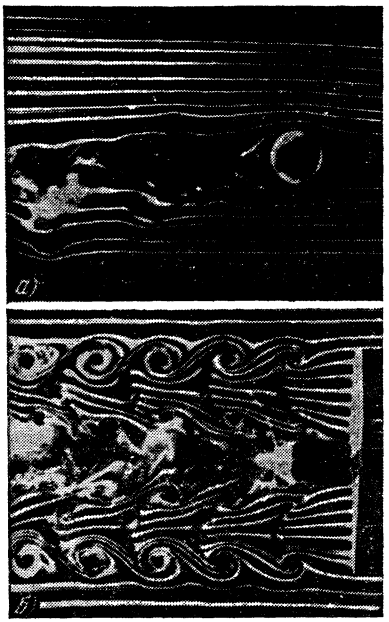


Рис. 6.34. *а)* Движение частиц воздуха, производимое быстро вращающимся мячом, представляет собой пример очень сложного движения. *б)* Вихри, образующиеся позади пропеллера, делающего 4080 об/мин. Это другой пример весьма сложного движения.

Если вместо отдельного объекта, например камешка или автомобиля, движется сплошная среда, скажем, воздух или вода, то даже кинематика такого движения становится сложной. Посмотрите, например, какие сложные вихри образуются позади летящего бейсбольного мяча или вращающегося пропеллера (рис. 6.34). Их изучение — это своего рода разгадывание загадок, требующее выполнения необычайно трудоемких расчетов для получения формы траектории каждой частички движущегося воздуха. Для этого нужно применять очень сложные математические методы, но основная идея, используемая при решении таких задач, вытекает из того, что мы только что рассказали. Никакими новыми законами при этом пользоваться не нужно.

Однако в таких случаях следует соблюдать очень большую осторожность и не давать слишком простого объяснения тому, что на самом деле кинематически очень сложно. Вы не можете проектировать самолет или предсказывать погоду без проверки теории опытом или без анализа экспериментальных данных на основе теоретических выводов. Мы должны все время обращаться и к теории, и к экспериментальному изучению реальных сложных движений. Такой метод уже позволил достичь значительных успехов и обещает новые успехи в будущем. Во всем окружающем нас мире, как на земле, так и в небе, в наших крупных машинах или в транспортных средствах, мы не найдем ни одного случая движения, к которому нельзя было бы применить механический анализ. В тех случаях, когда кинематика сложна, успех достигается медленно. Если же она проста, то успех может быть достигнут быстро.

В нашем курсе, в котором изучаются лишь основы физики, мы бы не хотели создать ложное впечатление об отсутствии сложных случаев движения, трудно поддающихся кинематическому анализу, но представляющих большой интерес; таких случаев много, особенно в технике. Цель, которую преследует техника, заключается в том, чтобы люди могли извлечь для себя что-нибудь полезное; наука же, в частности физика, ставит перед собой задачу понимать явления и на этой основе предсказывать их и управлять ими. В физике мы интересуемся самыми основными явлениями и изучаем их, даже если это связано с преодолением больших трудностей. В технике же удачно разработанные методы, нередко весьма кропотливые, с большим успехом применяются при исследовании очень сложных вопросов, решение которых приносит людям большую пользу. Используемые при этом методы изучения и испытания всегда опираются на простые и хорошо известные факты.

6.10. Скорость света

Ранее мы указывали, что из опыта повседневной жизни можно получить представление об экстраполяции. Именно экстраполяцией мы сейчас и занимались, основывая учение о движении на понятиях пространства и времени, заимствованных из опыта повседневной жизни. Если, однако, слишком широко пользоваться подобными схемами, то можно впасть в ошибку.

В течение пятидесяти лет мы убеждались в том, что наши обычные представления о пространстве и времени, вполне достаточные для описания большинства движений, с которыми мы ежедневно встречаемся, непригодны для слишком быстрых движений. Для скоростей, приближающихся по порядку величины к скорости света, законы кинематики, которые мы только что обсуждали, становятся уже неверными. Оказывается, что величина скорости не может бесконечно увеличиваться. При сложении слишком больших скоростей вы достигаете такой области, где правила сложения перестают выполняться. В природе существует некоторое определенное значение скорости, которое нельзя превзойти. Предельным значением скорости является скорость света в пустоте, известная с большой точностью и равная $3 \cdot 10^8$ м/с. Скорость наиболее быстрых ракет не превышает $2 \cdot 10^4$ м/с. Скоростями до 10^5 м/с могут обладать самые разнообразные тела солнечной системы, от планет и метеоров до устройств, созданных людьми. Только крошечные частички, например электроны и их «родственники», движутся значительно быстрее. Скорости таких частичек приближаются к скорости света, и для их изучения необходимо пользоваться представлениями кинематики теории относительности. Однако во всех других случаях, например в астрономии солнечной системы, в технике или физике макромира, кинематика, которую мы изучали (т. е. кинематика Ньютона), оказывается вполне достаточной.

Вся эта тема служит примером того, как, начав с привычных и хорошо знакомых представлений, получивших признание в широ-

кой области явлений, мы совершенно изменяем их, переходя к величинам другого порядка. Тот факт, что привычные представления могут видоизменяться, чтобы соответствовать необычным условиям, не означает, что эти представления теряют смысл и их нельзя использовать в той области, для которой они были первоначально созданы и в которой они были всесторонне проверены. Ньютоновская кинематика служит хорошим приближением к релятивистской кинематике теории относительности во всех случаях, когда изучаемые скорости малы по сравнению со скоростью света.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1*. Вы совершаете прогулку, проходя следующие расстояния одно за другим, в любом порядке: 3 м к востоку; 2 м к северу; 3 м к западу. На каком удалении от исходной точки вы окажетесь к концу вашей прогулки? (Раздел 6.2.)

2. Покажите, что сумма и разность двух взаимно перпендикулярных векторов имеют одинаковую длину и также взаимно перпендикулярны.

3. Человек идет по следующему пути: от своего дома он прошел 4 квартала на восток, 3 квартала на север, 3 квартала на восток, 6 кварталов на юг, 3 квартала на запад, 3 квартала на юг, 2 квартала на восток, 2 квартала на юг, 8 кварталов на запад, 6 кварталов на север и 2 квартала на восток. На какое расстояние и в каком направлении человек отошел от дома?

4. Предположим, что у вас есть три стержня длиной 4,00, 5,00 и 6,00 м, которые могут быть соединены концами друг с другом под углом 90°.

а) Чему равно наибольшее возможное расстояние между концами стержней?

б) Векторы перемещения могут складываться друг с другом в любом порядке и их сумма всегда будет одна и та же. Почему же в этой задаче вы можете получить разное расстояние между концами стержней, если вы измените порядок стержней?

5*. В чем заключается разница между 5·6 км/ч (запад), и 5 ч·6 км/ч (запад)? (Раздел 6.3.)

6. а) Чему равна векторная сумма двух векторов, из которых первый длиной 2 см направлен к востоку, а второй длиной 3 см — к северо-западу?

б) Чему равна векторная сумма двух векторов, из которых первый длиной 8 см направлен к востоку, а второй длиной 12 см — к северо-западу?

в) Сравните результаты, полученные в пп. а) и б), и сформулируйте теорему о сложении двух векторов, которые кратны двум другим векторам. Можете ли вы доказать эту теорему в общем виде?

7*. Если вы находитесь в корзине воздушного шара, свободно пущенного по ветру с постоянной скоростью и в руке держите легкий флаг из ткани, то как этот флаг будет себя вести? (Раздел 6.4.)

8. Предположим, что самолет летает по окружности, длина которой 10 км, с постоянной скоростью, равной 100 км/ч.

а) Чему равно изменение скорости за четверть оборота?

б) Чему равно изменение скорости за половину оборота?

9. Самолет летит на юг со скоростью 540 км/ч относительно воздуха сквозь воздушный поток, движущийся со скоростью 250 км/ч на восток.

а) Каково направление самолета относительно земли?

б) Какова величина скорости самолета относительно земли?

в) Какой путь пролетит самолет за 15 мин?

10. Самолет летит на восток к месту назначения, расположенному на расстоянии 200 км от исходной точки. Ветер дует с северо-запада и его скорость равна 30 км/ч. Летчик совершает рейс за 40 мин. Каким должен быть его курс? С какой скоростью относительно воздуха должен лететь самолет?

11. Пароход идет прямо на юг со скоростью 25 км/ч. Скорость ветра, дующего с юго-запада, равна 18 км/ч. Какой угол составляет дым, идущий из трубы, с направлением на север?

12. Гребец ведет лодку поперек реки (т. е. удерживает ее все время перпендикулярно к направлению течения) со скоростью 4 км/ч. Ширина реки 0,2 км, скорость течения 6 км/ч.

а) Как направлена скорость лодки по отношению к берегу?

б) Сколько времени займет переправа через реку?

в) На каком расстоянии от исходной точки вниз по течению лодка достигнет противоположного берега?

г) Сколько времени заняла бы переправа через реку, если бы не было течения?

13*. Если направления на север и на восток выбраны в качестве прямоугольной системы отсчета, то чему будут равны компоненты вектора скорости, величина которого равна 100 км/ч и который образует угол 30° с направлением на юго-запад? (Раздел 6.5.)

14*. Если оси x и y представляют собой два взаимно перпендикулярных направления, то чему будет равна компонента по оси y вектора, длина которого равна 2 см и который направлен по оси x? (Раздел 6.5.)

15. Какова величина вектора перемещения, компоненты которого по трем взаимно перпендикулярным осям x, y, z соответственно равны 4 м, 2,5 м и 8,5 м?

16*. Предположим, вам сказали, что на рис. 6.18 изображены два шарика, брошенные вверх. Как должен быть изменен рис. 6.21, чтобы он соответствовал движению шарика, изображенного в правой части рис. 6.18? (Раздел 6.6.)

17*. Ограничено ли движение с постоянной скоростью прямолинейной или круговой траекториями? (Раздел 6.7.)

18*. Каким образом движение с постоянной скоростью может быть ускоренным движением? (Раздел 6.7.)

19. Тело, движущееся по окружности с постоянной скоростью 2 м/с, изменяет направление движения на 30° за 3 с.

а) Как изменяется его скорость?

б) Чему равно его среднее ускорение в течение 3 с?

20. Длина секундной стрелки часов равна 2 см.

а) Найдите величину скорости конца секундной стрелки.

б) Найдите вектор скорости конца секундной стрелки в момент времени 0 с и в момент времени 15 с.

в) Найдите вектор изменения скорости конца секундной стрелки за промежуток времени от 0 до 15 с.

г) Найдите вектор среднего ускорения за промежуток времени от 0 до 15 с.

21*. Опишите движение качелей, как оно будет представляться с других качелей, в точности таких же, как и первые, если и те и другие качели начинают качаться вместе, в одном и том же направлении и от одинакового толчка. (Раздел 6.8.)

22*. Как будет выглядеть движение шарика, изображенного в левой части рис. 6.18, для мухи, сидящей на другом шарике? (Раздел 6.8.)

23. Жук, помещенный в центр диска проигрывателя, ползет с постоянной скоростью по направлению к точке, расположенной на краю диска. Опишите движение жука, если смотреть сверху, когда диск будет вращаться со скоростью 16 об/мин и жуку требуется 15 с для того, чтобы он дополз от центра до края.

24. Самолет, летящий на север со скоростью 320 км/ч, проходит почти точно под другим самолетом, летящим на восток со скоростью 260 км/ч.

а) Чему равна горизонтальная компонента смещения второго самолета относительно первого через 20 мин после их встречи?

б) Чему равна горизонтальная компонента скорости самолета, летящего на восток, относительно самолета, летящего на север?

в) Изменится ли (относительно земли) направление этого вектора скорости?

25. Океанский пароход идет со скоростью 18 км/ч. Пассажир идет по палубе по направлению к корме со скоростью 2 м/с. Пройдя 30 м, он поворачивает направо и идет с той же скоростью к борту, расположенному в 12 м от точки поворота.

а) Какова скорость пассажира относительно воды, когда он шел к корме? Когда он шел к борту?

б) Начертите векторы смещения пассажира относительно воды при его прогулке по палубе. Чему равно общее смещение пассажира от начальной точки?

ГЛАВА

7 МАССА И ЭЛЕМЕНТЫ

7.1. Материя и ее мера

Перед нами картина физического мира. Картина, в рамках которой во времени и пространстве происходят все изучаемые нами события. Из сочетания времени и пространства возникает движение. Однако в этой картине мира участвуют и другие персонажи. Мир заполнен материей *). Действующими лицами в этой картине являются разновидности материи в их бесконечном разнообразии, движении и изменении: Солнце и звезды, сама Земля, ее почва, скалы, воздух и моря, живой мир растений и животных и даже вы сами.

Мы уже отмечали контрасты этой картины в отношении времени и пространства. Если мы расширим или сократим наш кругозор, включив в него очень медленное и невероятно быстрое, а также крошечное и громадное, то у времени и пространства обнаружится много новых свойств. Тем не менее у времени и пространства все же имеется известное однообразие, которого нет у материи. Одна секунда в точности похожа на другую, и среди миллиона микросекунд все микросекунды совершенно одинаковы. В материи же такого однообразия не наблюдается.

Можем ли мы, однако, найти какую-нибудь универсальную меру материи, подобно тому, как это было сделано для времени и пространства? Мы можем сравнивать отрезок любой длины с метром и любой промежуток времени с секундой, и техника таких измерений доступна для нас в любой области науки. Можем ли мы найти какую-то одну-единственную, но зато общую меру материи, которая бы позволила сравнивать песчинку с планетой и глоток воздуха с кусочком хлеба? Существует ли какая-то мера материи, но не каких-либо ее отличительных признаков, вроде цвета, качества поверхности или твердости, а чего-нибудь такого, что было бы присуще всем телам? Давайте рассмотрим некоторые из возможностей.

Обыкновенный кирпич из глины содержит какое-то количество материи. Мы считаем, что два одинаковых кирпича вместе содержат в два раза больше материи, чем один кирпич. Однако двух в точности одинаковых кирпичей не существует; они слишком грубо сделаны.

*) Под материей в этой главе подразумевается вещество, мерой которого является масса, характеризующая его гравитационные и инерционные свойства. (см. стр. 148, а также часть III курса). *(Прим. ред.)*

Возьмем две одинаковые новенькие монеты одинакового достоинства, представляющие собой совершенно одинаковые блестящие кусочки одного и того же материала. Кажется разумным предположить, что простой подсчет числа монет определяет общее количество материи в стопке этих монет.

Конечно, мы могли бы разрезать монеты пополам и получить при подсчете другое число кусочков, не изменив при этом общего количества имеющейся у нас материи. Ясно, что простой подсчет не может дать представления о количестве материи. Однако объем, занимаемый металлом, не изменится, если мы разрежем некоторые кусочки пополам, и поэтому может показаться, что объем представляет собой более удобную меру материи, чем подсчет.

Однако сам по себе объем, конечно, не слишком удобен для измерения материи. Например, мы можем все больше и больше накачивать воздух в автомобильную камеру, если только она не протекает.

В автомобильной камере будет находиться все больше и больше воздуха, т. е. материи, а объем заметно не изменится. Вам хорошо также знакомо расширение и сжатие металлических тел; увеличивается ли количество стали в рельсе, когда летом он нагревается и удлиняется? У нас нет данных для положительного ответа на этот вопрос, потому что в прохладный день рельс сократится до своей первоначальной длины. В полной чашке сбитых сливок на самом деле сливок не больше, чем было перед тем, как их начали сбивать. Остальное — воздух, и хотя сбитые сливки гораздо вкуснее, но они не питательней и не дороже, чем несбитые.

7.2. Масса на весах

Простые весы — традиционный символ правосудия — уже в очень давние времена позволяли человеку измерять количество материи, и даже гораздо проще и точнее, чем пространство или время.

В египетских гробницах, насчитывающих несколько тысяч лет, археологи нашли небольшое вырезанное из камня коромысло для весов и тщательно изготовленные каменные гири (рис. 7.1). В доисторические времена эти весы почти наверняка применялись для тщательного измерения количества золотого песка. Уже тогда золотых дел мастера знали, что весы являются превосходным инструментом для определения количества золота в слитке, который может быть отлит из кусочков золотого песка или из самородков неправильной формы.

Если какой-либо предмет, лежащий на одной чашке весов, находится в равновесии с какими-то эталонными кусочками вещества, расположенными на другой чашке, то весы останутся в равновесии и тогда, когда предмет будет разделен на части или будет изменена его форма. Если на весах будет уравновешен кусок железа, то равновесие не нарушится и тогда, когда этот кусок железа будет превращен напильником в кучу мелких опилок. Давайте возьмем

кубик из льда и, расплавив, превратим его в воду — равновесие тоже не нарушится. Весы реагируют на какое-то свойство материи, которое совершенно не зависит от видимой формы исследуемого объекта. Это свойство называется гравитационной *массой*. Использование гравитационной массы позволяет нам понять смысл представления о количестве материи с такой же ясностью, с какой мы представляем себе, что объем характеризует «количество» трехмерного пространства. Эта мера количества материи является третьей

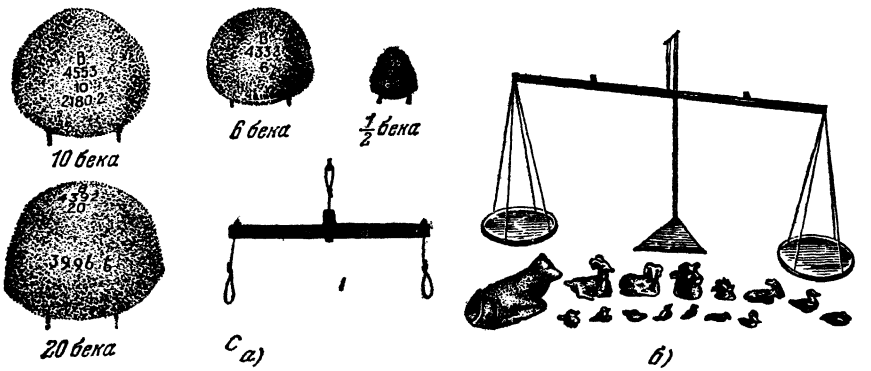


Рис. 7.1. *а)* Эти весы — самые ранние среди всех известных. Они были найдены в могиле, относящейся к доисторическому периоду, в Накаде (Египет). Им, по-видимому, около 7 000 лет. Коромысло и гири сделаны из красного известняка; длина коромысла 8,5 см. Гири из известняка с указаниями различного числа единиц веса (бека) также были найдены в этих доисторических могилах. Есть ли какие-нибудь соображения, в силу которых вы не должны использовать известковый эталон «бека» в качестве единицы массы? *б)* Эти деревянные весы с их бронзовыми гирями были сделаны в Египте почти 3 500 лет назад, т. е. в общем недавно по сравнению с теми, которые упомянуты выше. Основные их части применяются еще и в наши дни. На весах можно взвешивать грузы в килограмм или около этого и обнаруживать различия в весе, составляющие несколько тысячных долей от взвешиваемого груза.

основной физической величиной: к времени и длине мы теперь добавляем массу.

Заметим, что если определенное количество золота в точности уравновешивается каким-то эталонным образцом массы и кусок латуни или кусок дерева уравновешивается тем же эталонным образцом, то любые из этих кусков различных материалов будут уравновешивать друг друга. Это дает нам способ сравнения гравитационных масс любых тел.

Точно так же, как нам нужно было выбрать эталонный метр, для того чтобы производить измерения длины, нам необходимы какие-то эталоны массы, которые можно было бы положить на одну чашку весов, когда на другой находятся образцы, в которых мы хотим определить количество материи. Эталоном, применяемым в научной работе, служит килограмм. Эталонный килограмм представляет собой тщательно изготовленный цилиндр из прочного платинового сплава, сохраняемый с различными предосторожностями в Севре, близ Парижа, вместе с эталонным метром. Этот эта-

лон массы, хотя и произвольно установлен, но воспроизводим и прочен наподобие эталонного метра.

Люди, создавшие метрическую систему, применяли сначала в качестве эталона массы чистую воду, а не платиновый сплав. Они определяли килограмм как количество вещества, содержащегося в одном кубическом дециметре воды при 4 °С *) и при атмосферном

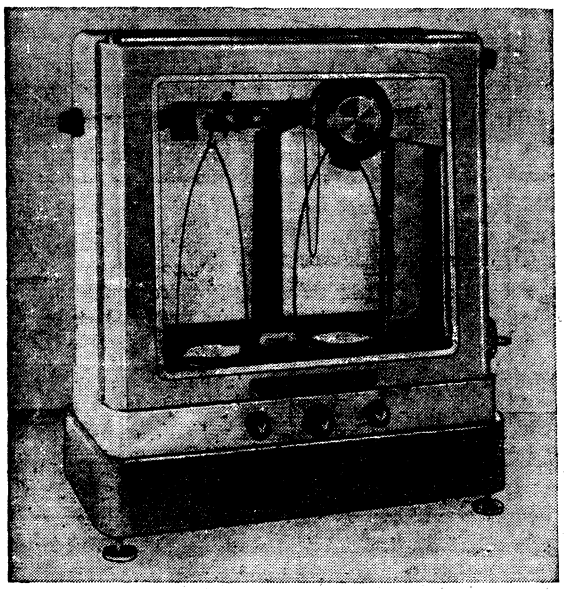


Рис. 7.2. Это современные аналитические весы. Они представляют собой значительно усовершенствованный вариант старых египетских весов. Такие весы являются частью основного оборудования почти каждой лаборатории. С их помощью можно взвешивать образцы, имеющие массу 200—300 г, с точностью приблизительно до одной миллионной доли грамма.

давлении. Первоначальный выбор был сделан таким образом, чтобы в случае утраты или повреждения этого эталона его мог бы воспроизвести кто угодно и где угодно. Оказалось, однако, что не так-то просто воспроизвести в точности тот же объем чистой воды при той же температуре. Поэтому в конце концов за эталон массы был принят платиновый цилиндр.

Латунные наборы масс, имеющиеся в распоряжении каждой лаборатории, изготовляются путем последовательных операций сравнения с эталонным килограммом или с его точными копиями. Для удобства в набор были включены массы 500 г, 200 г и т. д. Например, 500-граммовые массы определены так, чтобы две любые такие массы уравновешивались эталонным килограммом. Располагая

*) В шкале Цельсия, или 100-градусной температурной шкале, за основные точки приняты 0°—температура замерзания воды и 100° — температура кипения воды. Дальнейшие подробности см. в гл. 9.

ТАБЛИЦА 7.1

Массы некоторых тел

Массы, определенные на весах		Массы, определенные другими методами	
Объект	Масса	Объект	Масса
Галочка, помеченная карандашом	≈ 1 микрограмм	Гора Уайтни	$\approx 10^{12}$ тонн
Крылышко мухи	50 микрограммов	Луна	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
Почтовая марка	20 миллиграммов	Земля	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Монета в 10 центов	2,5 г	Солнце	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ кг
Монета в 5 центов	5 г	Красный кровяной шарик	10^{-13} кг (10^{-4} микрограмма)
Серебряный доллар	25 г	Бактериальная клетка	$5 \cdot 10^{-12}$ кг ($5 \cdot 10^{-3}$ микрограмма)
Книга в обложке	200 г	Молекула протеина яичного белка	$\approx 10^{-22}$ кг
Фунт (США)	453,5924277 г	Молекула стеариновой кислоты	$8{,}9 \cdot 10^{-25}$ кг
Пинта воды *)	473 г	Молекула кислорода	$5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг
Кварта воды *)	≈ 950 г	Электрон	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
Литр воды	10^3 г		
Тонна	10^3 кг		
Небольшой дом	≈ 200 тонн		

*) 1 пинта = 0,47 литра; 1 кварта = 1/4 галлона = 0,95 литра. (*Прим. ред.*)

набором таких эталонов, можно, комбинируя их между собой, уравновесить любую массу и таким образом измерить ее.

В течение длительного времени весы являются одним из наиболее широко распространенных и вместе с тем наиболее точных приборов.

Аналитические весы (рис. 7.2) в стеклянном футляре хорошо сконструированы и прекрасно выполнены. Они весьма дороги, но зато позволяют очень точно измерять массу. С помощью таких весов можно сравнивать массы порядка нескольких сотен граммов с точностью до миллионной части грамма. В табл. 7.1 приведены значения масс некоторых тел.

Весами простой конструкции, которые вы можете сделать сами, легко измерить десятую долю миллиграмма (10^{-7} кг), а наши лучшие лабораторные микровесы способны измерять массу с точностью 10^{-11} кг (рис. 7.3), но лишь при нагрузках, не превышающих веса почтовой марки.

Большие весы, неподвижно установленные и состоящие из гораздо более сложных частей, чем простые равноплечие весы, могут давать отличные результаты при массах вплоть до порядка тонны. При помощи таких весов можно определять потерю массы человеком при каждом его выдохе, «сгорание» поглощаемой им пищи,

массу выдыхаемых продуктов окисления, а также массу воды, испарившейся через поры.

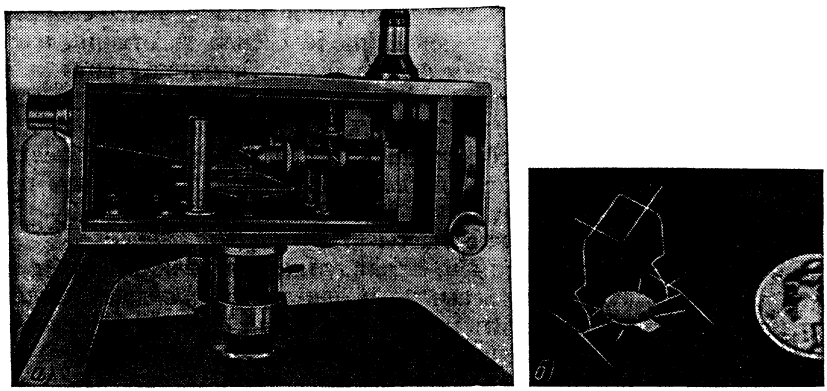


Рис. 7.3. *а)* Ультрамикровесы. Для некоторых целей даже очень точные аналитические весы недостаточно чувствительны. Весы, изображенные здесь, в состоянии измерять массу с точностью до $5 \cdot 10^{-11}$ кг, но при этом нагрузка этих весов ограничена $2 \cdot 10^{-4}$ кг. *б)* Известное представление о небольших размерах весов с кварцевой нитью можно получить из этой фотографии, на которой изображена одна из чашек с ее паутинообразной рамкой для подвеса рядом с десятицентовой монетой. Во время работы чашки подвешены в цилиндрических камерах, расположенных под футляром, как это изображено на рисунке *а*).

7.3. Понятие массы и веса

Весы служат для измерения массы, так же как метровая линейка — для измерения длины. Эти приборы предназначены для непосредственного измерения. Гравитационная масса — это то, что мы измеряем на весах; в этом и состоит определение гравитационной массы. Однако весы не являются единственным средством сравнения масс с эталоном. Мы можем также оценить равенство масс, «взвешивая» их в руках. В данном случае наши органы чувств не выполняют роли настоящих весов; на самом деле мы сравниваем при этом напряжение мышц кистей и предплечий обеих рук. Сравнивая таким образом массы, мы сравниваем силы, с которыми эти две массы притягиваются Землей.

Мы знаем, что сила притяжения Земли для любого данного тела непостоянна. Эта сила, называемая весом, изменяется от места к месту даже на поверхности Земли. На Луне притяжение к ее поверхности для одной и той же массы должно быть значительно меньше, чем на Земле. Однако форма, объем, физические свойства и химическое поведение этой массы на Земле и на Луне должны оставаться неизменными. Например, молоток, независимо от того, находится ли он в доме, на спутнике, летящем по орбите, или на Луне, остается неизменным. Он будет забивать гвозди в стену одинаково хорошо во всех трех местах. Точно так же и его масса, определенная взвешиванием на весах, не изменится при перемещении молотка из одного места в другое. В отличие от силы притяжения по направлению к Земле, масса молотка, так же как и другие

свойства, которыми обладает молоток сам по себе, останется прежней. Две массы, уравновешенные на Земле, уравновешивают друг друга и в любом другом месте.

Таким образом, масса представляет собой неизменяемое свойство тел. Вес же тела, т. е. действующая на тело сила тяготения, изменяется очень сильно при перемещении тела с Земли на Луну или на спутник. Вес и масса — это не одно и то же, и мы должны тщательно следить за тем, чтобы не спутать эти два понятия. Соотношение между ними будет рассмотрено в части III. Во всех областях физики масса представляет собой более важную величину, чем вес.

7.4. Косвенное измерение массы. Плотность

Многие тела, как, например, Земля, слишком велики, чтобы их можно было поместить на весы, но и они также обладают массой. Эту массу мы можем измерить косвенным путем. Например, если мы знаем объем тела и отношение массы к объему, то мы можем вычислить полную массу.

Понятие отношения массы к объему, т. е. *плотности*, нам уже знакомо (рис. 7.4). Это свойство присуще любому виду материи.

Свинец обладает большей плотностью, чем дерево, а дерево более плотно, чем воздух. Плотность чистой воды близка к одной метрической тонне (1 000 кг) в одном кубическом метре. Любой выбранный нами образец воды обладает плотностью, очень близкой к этому значению. Однако дело оказывается гораздо сложнее, чем это могло показаться с первого взгляда. Если вы попытаетесь определить плотность морской пены, то вы получите очень малую величину, отмеряя полную ложку пены и определяя ее массу на весах Однако пена, если внимательно к ней присмотреться, совсем неоднородна; вы увидите множество мельчайших пузырьков воздуха, окруженных морской водой. Плотность, которую вы найдете из простого отношения «масса образца/объем образца», не будет соответствовать ни воздуху, ни воде, а будет представлять собой *среднюю* плотность образца пены. Если в качестве образца вы возьмете крошечный объем, полностью заключенный внутри пузырька, то получится значение плотности, близкое к плотности воздуха; если же этот объемчик выбрать между пузырьками, то получится значение плотности, соответствующее плотности морской воды. Этим способом мы можем определить значение плотности в данном месте для любого малого объема внутри данного образца; это местное значение плотности может изменяться от места к месту. Местное значение плотности мы могли определить, рассматривая только малый элемент объема вокруг данной точки (это представление о малом элементе очень похоже на то, с чем мы встречались раньше, когда, например, мы различали мгновенную скорость и среднюю скорость). Таким образом, местную плотность мы можем определить из соотношения $\rho = \Delta m/\Delta V$, где Δm — масса очень малого объема ΔV, выбранного вокруг точки, к которой мы относим данное частное значение местной плотности.

Для однородного материала, каким является вода, местная плотность для любого видимого объема — такая же, как и для любого другого видимого объема, и равна средней плотности. С другой стороны, у неоднородных материалов местная плотность в разных

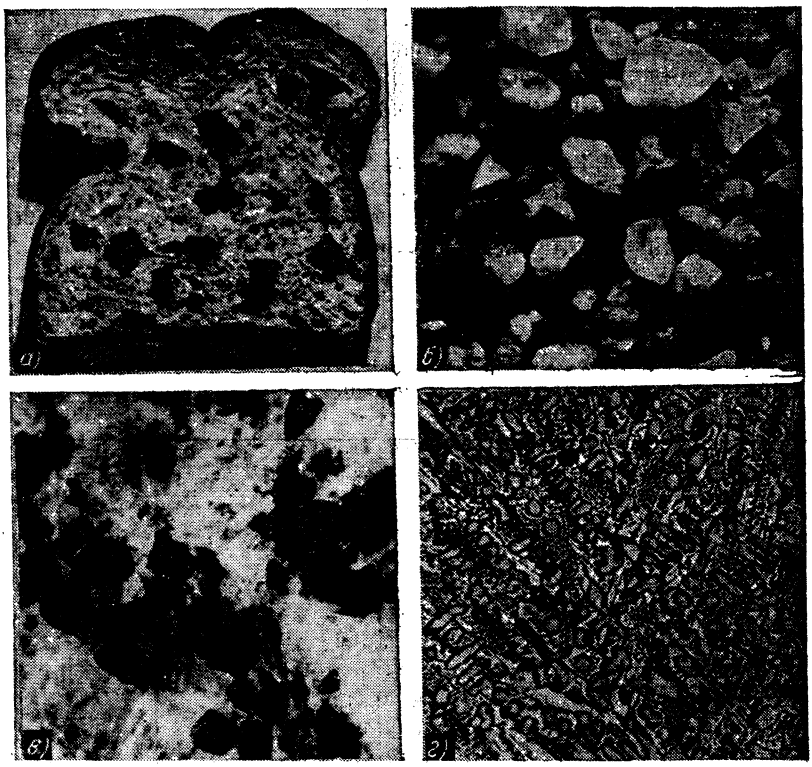


Рис. 7.4. Здесь изображены четыре разных материала. *а)* Ломтик хлеба с изюмом. *б)* Чистый морской песок (увеличение в 20 раз). *в)* Тонкозернистый гранит (увеличение в 8 раз). *г)* Металлографическая фотография травленного образца железа (увеличение в 100 раз). На этих фотографиях видно, что каждый из этих материалов состоит из различных частей, в большей или меньшей степени перемешанных между собой. Никто не может сказать, что это за материалы, если он не знает составных частей. Величина средней плотности не дает ответа на этот вопрос. Можем ли мы быть уверены в том, что вещество, которое кажется нам однородным, например чистая морская вода, на самом деле не однородно, а не представляет собой в микрообъемах тела, подобного этим материалам? Ответ на этот вопрос привел физиков к атомным представлениям, а позже — и внутрь атома.

местах будет неодинакова, если только выбранный объем ΔV не будет больше, чем размер неоднородности (см. рис. 7.4). Наконец, если вы выбираете объем ΔV субмикроскопических размеров, то это уже приведет к сомнительным результатам, даже если значение плотности в данном месте будет иметь разумное значение. Значение, которое мы получим, может существенно изменяться, если на большом расстоянии мы выберем другой объем или сам объем выберем немного меньшим или немного большим. Действительно, мы увидим

в части IV, что атомы, из которых состоит материя, сами состоят в значительной степени из пустого пространства, находящегося вокруг некоторого очень маленького ядра, обладающего высокой плотностью; эти ядра не находятся в покое. То, что мы в действительности измеряем с помощью макроскопических, крупномасштабных лабораторных приборов, представляет собой, в сущности говоря, в лучшем случае некоторую среднюю плотность. Таким образом, мы видим, что представление о плотности однородного вещества, имеющей одно и то же значение для всего образца, должно быть существенно видоизменено для того, чтобы его можно было применять к реальным веществам. Когда мы распространяем какое-то понятие на область атома, мы не можем считать, что это понятие сохраняет свое значение. В табл. 7.2 приведены значения плотности для некоторых веществ.

ТАБЛИЦА 7.2

Плотности некоторых веществ

Вещество	Плотность	
	кг/м³	г/см³
Ядро атома, ядерная материя сама по себе	10^{17}	10^{14}
Сжатые газы в центре самых плотных звезд	10^{8}	10^{5}
Золото	$1{,}93 \cdot 10^{4}$	19,3
Ртуть	$1{,}36 \cdot 10^{4}$	13,6
Сжатое железо в ядре Земли	$\approx 1{,}2 \cdot 10^{4}$	≈ 12
Свинец	$1{,}13 \cdot 10^{4}$	11,3
Сталь	$(7{,}6—7{,}8) \cdot 10^{3}$	7,6—7,8
Титан	$4{,}5 \cdot 10^{3}$	4,5
Алмаз	$3{,}53 \cdot 10^{3}$	3,53
Кварц	$2{,}65 \cdot 10^{3}$	2,65
Алюминий	$2{,}70 \cdot 10^{3}$	2,70
Люцит	$(1{,}16—1{,}20) \cdot 10^{3}$	1,16—1,20
Человеческое тело (среднее значение)	$1{,}07 \cdot 10^{3}$	1,07
Вода	$1{,}00 \cdot 10^{3}$	1,00
Лед (прозрачная пластмасса)	$0{,}917 \cdot 10^{3}$	0,917
Масло	$0{,}87 \cdot 10^{3}$	0,87
Пробка	$0{,}24 \cdot 10^{3}$	0,24
Жидкий водород	$0{,}07 \cdot 10^{3}$	0,07
Комнатный воздух	1,2	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$
Воздух на высоте 20 км	$9 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-5}$
Газы межзвездного пространства	$\approx 10^{-20}$ (недостаточно известно)	$\approx 10^{-23}$
Газы межгалактического пространства	$\approx 10^{-26}$ (недостаточно известно)	$\approx 10^{-29}$

Удивительно, что область значений плотности твердых и жидких веществ, с которыми мы обычно имеем дело, охватывает не больше чем один порядок величин. И только газы или пары, например воздух или водяной пар, обладают плотностями, значения которых выходят за пределы этой довольно узкой области.

Как мы увидим в гл. 9, низкие значения плотности этих веществ помогут нам найти ключ к разгадке многих тайн природы материи.

Рассмотрим применение косвенного метода для определения массы Земли. Как мы знаем, Земля представляет собой очень большое, неоднородное и сложное по своему составу тело (рис. 7.5). На ее поверхности мы можем найти широчайшее разнообразие материалов различного состава и плотности; в некоторых отдельных местах, например в Большом Каньоне реки Колорадо (рис. 7.6), мы можем видеть Землю вглубь на несколько километров и убедиться в том, что породы на некоторой глубине очень похожи на породы на поверхности.

Если мы совсем грубо допустим, что внутренние части Земли, находящиеся под большим давлением, обладают такой же плотностью, как и типичные горные породы, расположенные на поверхности Земли, то нетрудно оценить массу Земли, зная радиус Земли, а следовательно, и ее объем. При такой грубой оценке масса Земли оказывается равной $3 \cdot 10^{24}$ кг. Интересно сравнить эту оценку со значением $5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг, приведенным в табл. 7.1. Значение, приведенное в таблице, значительно точнее; оно получено в результате косвенного лабораторного метода измерений тяготения, с которым вы ознакомитесь в части III. Сравнение этих двух значений показывает, что невидимая внутренняя часть нашей Земли состоит из гораздо более плотного вещества, чем знакомые нам горные породы на поверхности.

Если Земля слишком велика, чтобы ее массу можно было измерить на весах, то атом для этого, наоборот, слишком мал. Точно так же, как существуют гравитационные способы измерения массы Земли или Солнца, существуют электромагнитные способы определения массы субатомных частиц (см. часть IV). Такие методы измерения массы представляют собой плодотворное развитие метода измерения массы с помощью весов.

В табл. 7.1 мы привели значения некоторых масс, измеренных с помощью методов, отличающихся от простого взвешивания. Приведенные в ней величины простираются от мельчайших субатомных масс до массы самого Солнца.

Следует отметить, что мы определяли все нужные нам понятия с помощью самых простых и прямых средств: при определении массы мы поднимали тяжести, при определении расстояния — использовали размах рук, при измерении времени — отсчитывали пульс. Использование весов позволяет определять вес с большой точностью и расширяет возможности наших измерительных средств гораздо больше, чем применение точного метра вместо размаха рук.

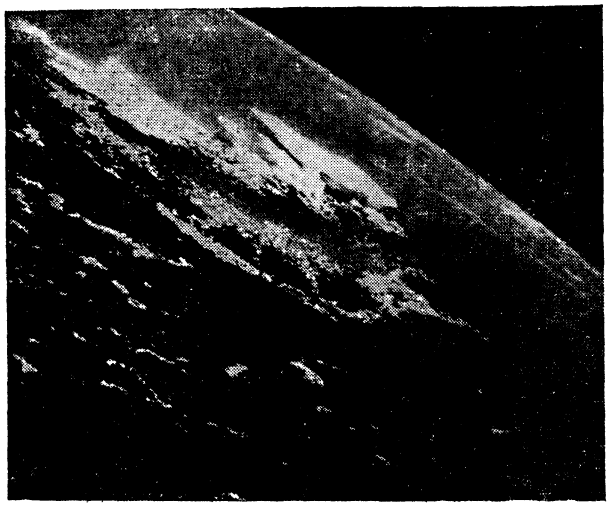


Рис. 7.5. Эта фотография дает представление о размерах Земли. Она получена астронавтом Гордоном Купером на высоте $1{,}89 \cdot 10^5$ м с борта космического корабля «Вера 7». По кривизне поверхности, заметной с этой высоты, можно оценить радиус Земли. На фотографии видны громадные массы облаков в виде белых пятен. Поверхность материков выглядит такой же ровной, как и поверхность океана. Все, что доказывает присутствие человека, исчезло. Эта фотография сделана над островом Лусон (Филиппины).

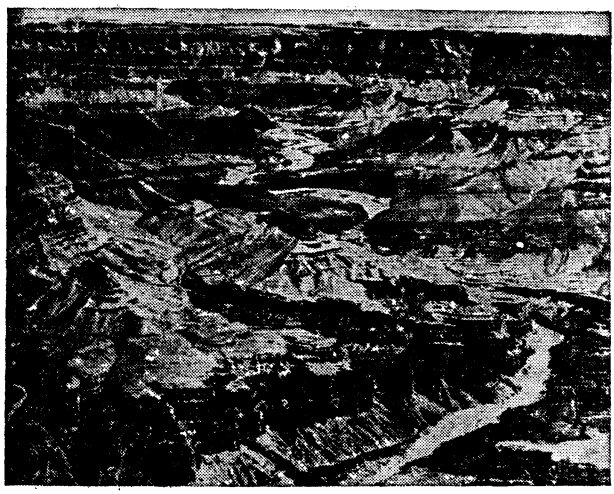


Рис. 7.6. *Большой Каньон, штат Аризона.* Река Колорадо исчезает за скалами в нижней правой части фотографии и вновь появляется в ее центральной части. За многие века эта река все глубже и глубже прорезала дно Каньона, средняя глубина которого в настоящее время составляет около $1{,}6 \cdot 10^3$ м. Хорошее представление о массе почвы и горных пород, которые были выветрены и вымыты при образовании Большого Каньона, может быть получено, если мы представим себе, каким карликовым будет выглядеть здание высотой около 400 м, если мы его перенесем на дно Каньона. Даже на такой глубине породы выглядят совершенно так же, как и горные породы, которые мы находим в других местах на поверхности Земли.

Измерения масс с помощью современных физических методов далеко выходят из сферы досягаемости наших органов чувств. Они выходят и за пределы чувствительности лучших весов; тем не менее они все же находятся в пределах возможностей человеческого разума.

7.5. Сохранение массы и сохранение материи

Когда мы ввели понятие массы, определяемой на весах, мы получили возможность измерения и сравнения любой формы вещества, с которой нам приходится сталкиваться. Из этих измерений вытекает простой и вместе с тем замечательный экспериментальный вывод. Если мы установили равновесие между чашками весов, то это равновесие не нарушится при таких изменениях, как разрезание, раскалывание, строгание, шлифование, плавление, испарение, истирание, ржавление, прокаливание, свечение, взрыв, если эти процессы осуществляются в пределах вещества, имеющегося на обеих чашках. Конечно, мы должны позаботиться о том, чтобы в системе не было никаких утечек; мы должны, например, не допустить, чтобы невидимые газы или пары могли войти или выйти в процессе этих изменений. Если мы примем такие предосторожности, то ни в одном из этих событий, каждое из которых до неузнаваемости может изменить лишь внешний вид образца материи, мы не сможем установить изменений массы. Масса первоначального материала будет такой же, как и масса конечного материала. Вы сами можете проверить это с вполне удовлетворительной точностью, сравнивая величину массы лампы-вспышки до и после ее вспышки.

Действительно, масса сохраняется с весьма высокой точностью во всех изученных нами процессах. Справедливость закона сохранения массы была проверена с точностью до одной миллиардной части массы, т. е. с точностью до 1 микрограмма при массе в 1 кг как для простейших химических и механических, так и для более сложных процессов, таких, как развитие растений.

Пользуясь, однако, косвенными методами, мы можем теперь убедиться в том, что свет, тепло и даже звук должны рассматриваться с точки зрения всеобщего закона сохранения массы. Хотя и не существует весов, настолько чувствительных, чтобы обнаружить потерю, но, по-видимому, свет, исходящий от вашей лампы-вспышки, должен был бы рассматриваться как «утечка» из системы. Однако весьма точные измерения, проводимые в ядерной физике, показывают, что излучение света или тепла сопровождается ничтожной потерей массы излучающего вещества. Если же этот свет поглощается каким-нибудь другим веществом, то это вещество настолько же увеличивает свою массу, насколько излучающее тело уменьшает ее. Таким образом, в этом масштабе сохранение массы соблюдается, и мы можем в этом убедиться, если примем во внимание и тщательно учтем все возможные «утечки» из системы. Только в ядерных лабораториях и в грандиозных естественных ядерных реакторах — внутри звезд — происходят изменения, в которых масса превращается в лучистую форму в заметных количествах. Практически

во всех случаях при измерении масс мы можем пренебрегать незначительными потерями массы на излучение. Это означает, что наблюдаемое сохранение массы эквивалентно сохранению количества вещества. При химических превращениях количество вещества остается одним и тем же.

Тот факт, что при химических изменениях количество материи остается строго неизменным, указывает на то, что химические изменения представляют собой процесс, в котором осуществляется лишь перестройка составных частей. Ни одна из этих составных частей не исчезает и ни одна не появляется вновь, т. е. не происходит ни потери, ни приобретения материи. То обстоятельство, что массы обычных веществ во всех механических и химических изменениях сохраняются с точностью до одной миллиардной, является краеугольным камнем всей химии.

В следующих разделах мы ознакомимся с некоторыми химическими идеями о материи. Мы рассмотрим представление об элементах, являющихся основными веществами, из которых построено все остальное.

7.6. Химический анализ и синтез

Если вы «сожжете» сахар, то получите черный уголь и немного пара, который, конечно, будет не чем иным, как водяным паром. Замечательный вывод, к которому может прийти любой повар на основании его собственного опыта, состоит в том, что из любой пищи, от говядины до корки пирога, при сжигании всегда можно получить обуглившийся продукт — углерод. По-видимому, черное вещество, называемое углеродом, как-то входит в состав всех тех продуктов, которые мы сильно нагреваем. Например, при «горении» сахара углерод образуется в количестве двух пятых от первоначальной массы; остальные три пятых превращаются в воду. Это соотношение остается тем же самым для любого образца тростникового сахара.

Конечно, при этом сахар должен быть чистым. Сахар, смешанный с песком, при нагревании в кухонной печи не весь превратится в черный углерод и воду. Песок при этом останется почти без изменения. Дерево, горные породы, хлеб с изюмом — это не чистые вещества. Последним примером мы уже пользовались. В хлебе с изюмом есть области изюма и области хлеба. Большинство сложных веществ, из которых состоит окружающий нас мир, содержит какие-то одни области, чередующиеся с каким-то другими (см. рис. 7.4).

Часто просто на глаз или же при помощи микроскопа можно обнаружить присутствие примесей, как, например, в случае сахара, смешанного с песком. Иногда же визуальное наблюдение не дает нужных результатов, например в случае смеси сахара с солью. В этом случае мы можем считать, что имеется смесь из двух компонентов, которую мы можем разделить, погрузив смесь в жидкость, например в четыреххлористый углерод; тогда сахар всплывет, а соль осядет на дно. Существует много способов разделения смесей;

эти способы применяются в зависимости от того, с какой смесью приходится иметь дело.

Химики обычно считают более удобным работать с чистыми веществами, обладающими одинаковыми свойствами и прошедшими через несколько процессов очистки; простой пример очистки — упомянутое выше разделение соли и сахара. Чистые вещества являются, конечно, более простыми, чем сложные. Если химик очистил какие-нибудь обычные вещества, то он может задать вопрос: не являются ли эти вещества простейшими возможными видами материи или они представляют собой сочетание еще более простых веществ? Например, он использует нагрев, чтобы разложить сахар на углерод и воду. Углерод он дальше не может разложить, но воду, пропуская через нее электрический ток (или очень сильно нагревая ее), он может разложить на два газа — кислород и водород, которые уже не могут быть разложены дальше.

Это расщепление вещества на несколько других представляет собой пример химической реакции разложения. Другой пример, который легко может быть продемонстрирован в лаборатории, это разложение тяжелого красного порошка, называемого окисью ртути. После сильного нагревания порошка в сосуде мы получаем тяжелую серебристую жидкость, представляющую собой ртуть. Очевидно, ртуть получилась из красного порошка. Но, может быть, красный порошок представляет собой просто другую форму ртути? Если мы внесем в сосуд раскаленную лучинку, то она во время нагревания загорится ярким пламенем. Это указывает на то, что, кроме ртути, в красном порошке содержится также и другое вещество, которое является химически очень активным. Это активное вещество представляет собой кислород.

Не все химические реакции представляют собой реакции разложения. Некоторые из них, наоборот, являются реакциями образования новых веществ из двух или большего числа других веществ. Этот тип реакций можно проиллюстрировать на другом простом опыте. Если мы тщательно перемешаем какое-то количество железного порошка или опилок с приблизительно вдвое большим по объему количеством порошкообразной серы, то мы получим смесь, которую можно разделить, потому что железо притягивается к магниту, а сера — нет. Мы также можем разделить эту смесь с помощью жидкости, называемой дисульфидом углерода (сероуглеродом), в котором сера растворяется, а железо не растворяется. Если, однако, мы нагреваем нашу смесь из железа и серы, то вскоре мы увидим, что она раскалилась. Если теперь после охлаждения испытать эту смесь магнитом и сероуглеродом, то никакого разделения на составные части не получится. Очевидно, что при этом произошло изменение, в результате которого первоначальные вещества соединились вместе в какое-то новое вещество. Эту химическую реакцию мы называем синтезом.

Кроме реакции разложения и простого синтеза отдельных веществ, существует много других, гораздо более сложных реакций.

Взаимодействие гидроокиси натрия (едкая щелочь) и хлористоводородной кислоты (соляная кислота), при котором получаются обыкновенная соль и вода, представляет собой простой пример реакции другого типа.

7.7. Элементы

Когда мы говорим *чистое вещество*, то этим самым мы указываем, что оно обладает однородными свойствами. Окись ртути, железо, сера, вода, углерод и тростниковый сахар являются примерами чистых веществ. Мы можем разложить окись ртути на ртуть и кислород, тростниковый сахар — на углерод и воду. Следовательно, некоторые чистые вещества могут быть разложены. Но если бы химик попытался разложить углерод, железо, серу, ртуть или кислород на что-нибудь еще, то он потерпел бы неудачу. Чистые вещества бывают двух типов: те, которые разлагаются, и те, которые не разлагаются.

До Роберта Бойля (1627—1691) слово *элемент* употреблялось в совершенно общем смысле и не имело особого значения. В своей книге «Скептический химик» Бойль ввел современное определение понятия элемента. Он писал: «Я подразумеваю под элементами... некие основные и простые тела, совершенно ни с чем не смешанные, которые не состоят из каких-нибудь других веществ». Другими словами, элементы — это такие вещества, которые не состоят из других веществ. Чистые вещества, не являющиеся элементами, состоят из элементов и могут быть разложены на элементы. Они представляют собой *соединения*.

Эти определения являются совершенно правильными. Однако перед нами еще остается задача убедиться в реальном существовании элементов и установить, какие вещества на самом деле представляют собой элементы. Во времена Бойля уровень химических знаний был настолько невысок, что его представление об элементе не могло найти непосредственного применения. И только спустя сто лет Лавуазье предложил считать, что любое вещество, которое не может быть разложено, надо считать элементом, и был составлен список элементов. Как и следовало ожидать, вначале этот список элементов часто приходилось пересматривать. Не каждый продукт разложения представляет собой элемент, и соединения, которые долго не удавалось разложить, ошибочно принимались за элементы; лишь сравнительно недавно список элементов принял ту форму, которую он имеет в настоящее время *).

В 1800 г. около двадцати пяти или тридцати веществ считались элементами. Теперь мы знаем, что существует приблизительно девяносто элементов, которые встречаются в природе, и свыше десяти могут быть получены в небольших количествах наиболее современ-

*) В 1869 г. Д. И. Менделеевым была предложена периодическая система химических элементов, в которой элементы расположены в порядке возрастания атомных весов, и был сформулирован периодический закон. (*Прим. ред.*)

ными методами ядерной физики. Число элементов, таким образом, довольно велико, и поэтому возникает необходимость их сортировки и идентификации; с другой стороны, их не столь много, чтобы эта работа не могла быть выполнена.

В рассмотренных нами примерах оказалось, что железо и сера представляют собой элементы. Углерод, водород, кислород и ртуть также являются элементами. С другой стороны, сульфид железа, образованный из железа и серы, представляет собой соединение; это вещество не может быть элементом, потому что оно состоит из двух составных частей. Точно так же тростниковый сахар представляет собой соединение, так как мы знаем, что он разлагается на углерод и воду; вода представляет собой соединение водорода и кислорода, а окись ртути — соединение ртути и кислорода.

Бóльшая часть материалов, из которых состоит Земля, представляет собой соединения элементов. Почти все живые организмы, и в том числе наиболее сложные из них — мы сами, состоят всего лишь примерно из двух дюжин элементов. Из них в наибольшем количестве находятся углерод, водород, кислород, азот, сера, фосфор, магний, калий, кальций, железо, натрий и хлор. Эти же элементы, но в очень малых количествах, содержатся в морской воде. В воздухе содержится приблизительно на полдюжины больше элементов.

Все остальные элементы содержатся в горных породах и рудах. В них содержатся громадные количества кремния и алюминия, так же как кислорода и других элементов, находящихся в живых организмах. В горных породах содержатся также руды, из которых мы получаем знакомые элементы: железо, золото, серебро, вольфрам, свинец, хром, медь, цинк и никель. Добавьте к этим большое число элементов, находимых в особых рудах и очень редко встречающихся где-нибудь в других местах, и, наконец, несколько элементов, хорошо известных лишь химикам и физикам, и список элементов вырастет до сотни. Эти сто веществ являются чистыми и не поддаются усилиям химиков разложить их.

Нам очень хорошо знакомы те элементы, которые представляют интерес в экономическом отношении. Многие знакомые нам элементы такого рода, как, например, золото, применяемое ювелирами и дантистами, вольфрам, используемый в лампах накаливания и радиолампах, а также хром, которым покрывают блестящие части автомобилей, встречаются сравнительно редко среди элементов, находящихся в Земле. Представляет интерес перечень элементов, из которых состоит Земля. И хотя ни один химик не мог поместить в свои пробирки всю Землю, можно было на основании косвенных соображений получить данные о составе горных пород и почв.

В табл. 7.3 приведены приблизительные данные о составе земной коры, уточнение этих данных и их истолкование представляет собой задачу наук о Земле — геохимии, геофизики и геологии. Таким же, но более точным путем получены данные о составе человеческого тела. Относительное содержание наиболее важных элементов, из которых состоит живое человеческое тело, приведено

ТАБЛИЦА 7.3

Содержание элементов в земной коре

Элемент	Процентное содержание от общей массы земной коры	Относительное содержание (число атомов на 100 атомов кислорода)	Элемент	Процентное содержание от общей массы земной коры	Относительное содержание (число атомов на 100 атомов кислорода)
Кислород	46,6	100,0	Натрий	2,8	4,2
Кремний	27,7	33,9	Калий	2,6	2,3
Алюминий	8,1	10,3	Магний	2,1	3,0
Железо	5,0	3,1	Титан	0,4	0,3
Кальций	3,6	3,1	Водород	0,1	3,4

ТАБЛИЦА 7.4

Содержание элементов в человеческом теле

Элемент	Процентное содержание от общей массы тела	Относительное содержание (число атомов на 100 атомов водорода)	Элемент	Процентное содержание от общей массы тела	Относительное содержание (число атомов на 100 атомов водорода)
Кислород	60,0	37,9	Хлор	0,16	0,05
Углерод	20,2	17,0	Сера	0,14	0,04
Водород	10,0	100,0	Калий	0,11	0,03
Азот	2,5	1,8	Натрий	0,10	0,04
Кальций	2,5	0,6	Магний	0,07	0,03
Фосфор	1,14	0,4	Железо	0,01	0,002

в табл. 7.4. В табл. 7.3 и 7.4 содержание элементов приведено в процентах по отношению к общему количеству, а также в процентах по отношению к содержанию кислорода (состав земной коры) или водорода (состав человеческого тела). Позже, в этой и в следующих главах, мы узнаем, каким образом можно определить относительное содержание различных атомов.

7.8. Анализ спектра

Если вы поместите кусочек железной проволоки в пламя газовой горелки, то на одно мгновение это пламя вспыхнет ярким желтым светом. Насыпав несколько кристалликов обыкновенной соли в пламя, вы увидите такой же желтый свет, но гораздо более яркий. При этом соль сама по себе не нужна в этих экспериментах; химик может разложить соль на два элемента: натрий и хлор. Первый из этих элементов представляет собой мягкий беловатый металл. Маленькая крупинка натрия окрашивает пламя в еще более интенсивный желтый цвет. Лампы для освещения шоссе, испускаю-

щие желтый свет, также содержат натрий. Многие другие вещества дают такой же желтый свет; все они содержат натрий. Почему же тогда железная проволока дает такой же свет? Тщательно очистив поверхность железной проволоки, вы можете показать, что желтый цвет пламени объясняется не железом; желтая окраска объясняется присутствием малых количеств соли на поверхности железной проволочки, захватанной пальцами, на которых всегда имеются следы соли. (Испытайте ваши пальцы.) Желтый цвет пламени является очень чувствительной пробой на присутствие натрия. Глаз может заметить изменение в окраске пламени, происходящее от внесения в пламя элемента в количестве, значительно меньшем, чем 1 микрограмм. Обнаружение такого малого количества вещества без этого метода с пламенем представляет собой далеко не легкую задачу для химика.

Натрий не является единственным веществом, дающим характерную окраску при нагревании. Каждый элемент при нагревании его в пламени или в электрической дуге при пропускании через нее сильного тока излучает характерное для него свечение. В фейерверке красный цвет получается из-за стронция, зеленый — из-за бария или меди, и т. д. Однако для большинства элементов излучаемый свет состоит из многих цветов, и с помощью одного только глаза невозможно обнаружить что-нибудь такое же характерное, как желтый цвет в случае натрия и красный цвет в случае стронция.

Существует простой метод, который с большим успехом может быть использован для того, чтобы превратить простую качественную оценку цвета в значительно более мощное и разностороннее средство исследования.

Предположим, что вы изготовили из картона экран с тремя прорезанными в нем параллельными щелями и заклеили каждую из этих щелей кусочками целлофана разных цветов. Например, одна из щелей может быть красной, другая — желтой и третья — голубой. Если теперь держать этот набор цветных фильтров перед источником света, то можно заметить разницу в яркости света, проходящего через три фильтра. Когда вы будете смотреть на солнечный свет, то увидите, что все три цветные щели будут окрашены довольно ярко; различие в яркости каждой щели будет очень сильно зависеть от качества и количества красителя в фильтрах, но все три щели будут хорошо видны. Но если вы посмотрите через фильтры на натриевое пламя, то желтая щель будет казаться ярче, чем остальные. При простом визуальном сравнении яркости каждой щели с каким-то эталоном вы можете качественно оценить яркость щелей; с помощью фотографической пленки или экспонометра вы можете охарактеризовать цвет источника света количественно тремя числами, по одному для каждой щели фильтра (рис. 7.7).

Если пользоваться только тремя щелями, то несколько различных источников света могут выглядеть одинаковыми; при рассматривании этих источников через щели они могут давать одинаковые относительные яркости. Однако легко видеть, каким образом можно

усовершенствовать эту установку, чтобы она позволяла отличать малейшие различия в свете от разных источников. Вы должны применять не три щели, а дюжину или две и подбирать цветные фильтры, которые бы по возможности меньше отличались друг от друга по цвету. Вам нужно иметь несколько фильтров, незаметно переходящих от темно-красного через оранжевый в желтый, несколько фильтров, переходящих от желтого в зеленый и т. д. Вы должны

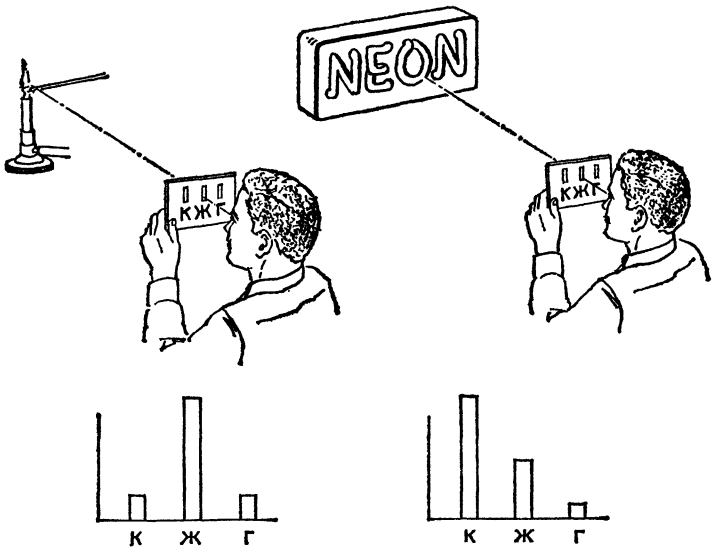


Рис. 7.7. Основная идея спектроскопии. Сложный свет от источника разлагается на несколько компонент разного цвета с помощью щелей, покрытых фильтрами из окрашенного целлофана. Яркость света, видимого через каждый фильтр, представлена в виде графиков в нижней части рисунка для двух источников: для пламени, содержащего соединение натрия, и для неонового света. Эти графики в грубом виде представляют собой спектры источников света.

располагать целым набором фильтров, по одному на каждую щель, для того чтобы охарактеризовать источник света, который вы будете рассматривать. Такой график относительного количества света, полученный для каждого ряда цветов, называется *спектром* источника света.

С помощью такого приспособления вы могли бы различать комбинации цветов при излучении многих элементов. Например, в красном свете неоновых трубок должен содержаться слабый, но отчетливо видимый свет, проходящий через желтый и зеленый фильтры. Зеленовато-голубой ослепительный свет ртутной лампы содержит оранжевый, зеленый и желтый свет. Составные фильтры как бы отсортировывают отдельные цвета и позволяют, по крайней мере приближенно, измерить количество каждого цвета в свете, излучаемом данными источниками.

Цвета могут быть рассортированы и другими способами. Совсем не нужно применять окрашенные фильтры, выбранные произвольно

и расположенные в произвольном порядке. Оптические приборы, называемые спектроскопами, сортируют составные цвета светового луча, отклоняя один цвет по одному пути, цвет, расположенный рядом,— по соседнему, но несколько иному пути, и т. д. для всей области цветов.

Возьмите долгоиграющую пластинку и посмотрите на отражение в ней небольшого, но удаленного источника света. Когда луч света будет падать на пластинку под малым углом к ее поверхности и под таким же малым углом будет попадать к вам в глаз, вы увидите отраженный свет, окрашенный наподобие радуги. Отраженный красный свет и отраженный голубой свет действительно будут видны в положениях, немного отличающихся друг от друга.

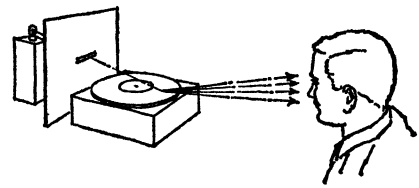


Рис. 7.8. Применение долгоиграющей граммофонной пластинки в качестве грубого спектроскопа.

Цвета разделяются также и тогда, когда свет рассматривается через призму от старинной стеклянной люстры. И пластинка и призма представляют собой грубый спектроскоп. В таких приборах порядок цветов уже не произвольный, а совершенно определенный. Как мы увидим в части II, порядок будет зависеть от природы света. Он соответствует порядку цветов в радуге.

Расположим теперь кусок картона с узкой щелью в нем между ртутной или неоновой лампой и граммофонной пластинкой или призмой, но так, чтобы свет от источника попадал на пластинку или на призму, пройдя предварительно через щель (рис. 7.8). Если щель расположена перпендикулярно к направлению, в котором располагаются цвета, то вы увидите много узких окрашенных линий. Каждая из этих линий представляет собой отдельное изображение щели, образованное каждым отдельным цветом в разном положении, отличающемся для разных цветов. Эти линии называются *спектральными линиями*. Расположение линий, характерное для каждого источника света, называется *спектром* источника. В спектроскопе даже не очень сложной конструкции число отдельных различных изображений щели, а также число возможных цветов составляет не несколько дюжин, как это можно было получить с фильтрами, а обычно тысячу или две и может быть сделано значительно больше. Как действуют эти приборы, мы увидим в части II. Здесь они выполняют для нас такую же роль, как и очень большое число окрашенных фильтров.

Если в источнике света содержатся все цвета, то глаз, наблюдающий выход лучей из спектроскопа, увидит полную картину радуги. Если же в источнике света какие-нибудь цвета будут отсутствовать, то в радужной картине на месте этих цветов появятся темные полосы. Наконец, если какие-нибудь цвета в источнике имеются в избыточном количестве, то на своем месте появятся яркие линии.

С помощью такого прибора для желтого света натрия наблюдаются линии, изображенные на рис. 7.9, *а*. Детали этой картины могут быть увеличены. Мы видим теперь, что желтый свет натриевого пламени не просто желтый. В действительности это совершенно особый цвет, не похожий на цвета других элементов. Характерная

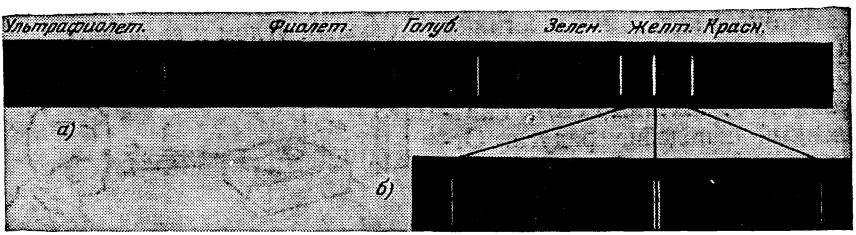


Рис. 7.9. *а)* Спектр натрия, сфотографированный с помощью спектрографа. Желтая линия очень интенсивна. Этот спектр был сфотографирован через поглощающий фильтр, так как иначе линия была бы настолько яркой, что мы не смогли бы сфотографировать ее одновременно с другими линиями. Две близкие, почти невидимые фиолетовые линии появились от примеси калия. *б)* Часть спектра натрия была сфотографирована с помощью спектрографа, сильнее разлагающего свет и поэтому позволяющего видеть больше деталей. Желтая линия натрия в действительности представляет собой две близкие линии, известные под названием *D*-линий натрия.

пара линий, расположенная в определенном месте (рис. 7.9, *б*), всегда означает, что присутствует натрий. Если даже желтый цвет замаскирован для невооруженного глаза несколькими другими

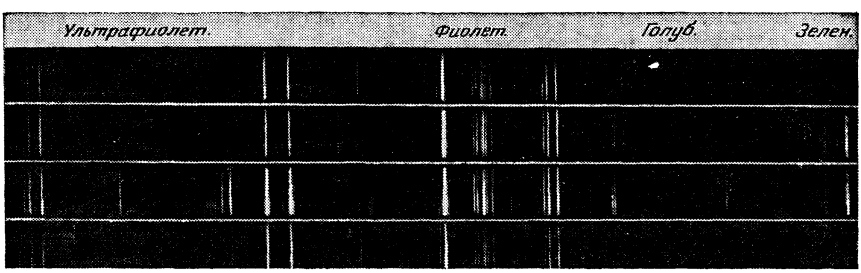


Рис. 7.10. Спектр кальция получается всегда, когда присутствует кальций. Верхний спектр получен в случае, когда в качестве источника применялась дуга с введенным в нее металлическим кальцием; второй спектр получен с фтористым кальцием, CaF_2; третий — с углекислым кальцием, $CaCO_3$, а нижний спектр — с гидроокисью кальция, $Ca(OH)_2$. Кроме того, был снят спектр (не приведенный на рисунке) без введения в дугу каких-либо веществ, для того чтобы иметь уверенность в том, что полученные линии принадлежат кальцию. Обратите внимание на две фиолетовые линии, такие же, как и на рис. 7.9, которые и здесь появились от примеси калия.

цветами, то с помощью спектроскопа можно обнаружить присутствие натрия.

На рис. 7.10 приведены спектры металлического кальция и трех различных соединений кальция, полученные с помощью одного и того же спектроскопа. Обратите внимание на то, что если присутствует один и тот же элемент, то спектры очень похожи

друг на друга. Обратите также внимание и на различие в спектрах кальция и натрия. В области от ультрафиолета до зеленой части в спектре кальция имеется много линий, в то время как в спектре натрия в этой области линии практически отсутствуют.

Каждый элемент дает свой собственный спектр, отличающийся от спектров других элементов. Определенный набор спектральных линий означает присутствие определенного элемента. Взгляните на спектр железа при разных высоких температурах (рис. 7.11).

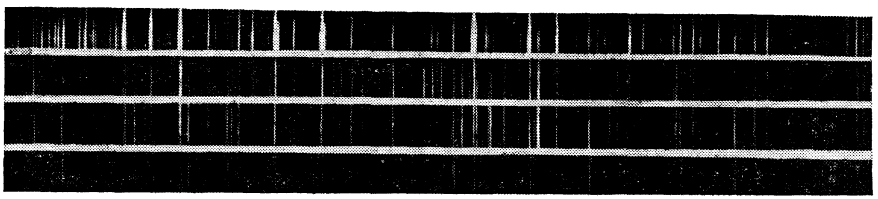


Рис. 7.11. Спектр железа в фиолетовой и голубой областях при разных температурах. Снизу вверх спектры показывают влияние повышения температуры. Три нижних спектра получены от железа в печи, а верхний — от железа в дуге. Обратите внимание на то, что с повышением температуры появляются новые линии, а те линии, которые были видны при более низкой температуре, с повышением температуры остаются и в некоторых случаях становятся более интенсивными.

И хотя эти спектры не в точности одинаковы, многие линии присутствуют во всех спектрах. При каждой температуре имеется достаточное число характеристических линий, по которым можно узнать железо.

Далеко не всегда спектры имеют простой вид. В спектрах пламен иногда наблюдается очень сложная картина, состоящая из большого числа близко расположенных линий. Эти группы линий наблюдаются значительно чаще в пламенах, чем в дугах или в искрах, температура в которых гораздо выше, чем в пламенах. В очень горячих источниках такие группы линий никогда не наблюдаются. Можно было бы предполагать, что при высоких температурах что-то разрушается; так оно и оказалось в действительности. Эти линии появляются не от отдельных атомов, а от группы атомов, тесно связанных друг с другом. При высоких температурах эти группировки атомов распадаются, и в спектре наблюдаются только те линии, которые характерны для данного элемента.

В раскаленном источнике света температура может быть настолько высока, что, несмотря на присутствие данного элемента, спектроскоп не обнаружит его характеристических линий. Если же контрольные линии наблюдаются, то это означает, что данный элемент обязательно присутствует, так как нет двух таких элементов, которые давали бы одну и ту же картину спектральных линий. В некоторых случаях какая-то часть линий может быть общей с линиями другого элемента или может вообще отсутствовать у данного элемента. Однако различие между спектрами всегда имеется, хотя его не всегда можно объяснить. Каждое вещество, которое может

быть превращено в раскаленный газ (практически это означает все вещества, хотя для некоторых из них для этого требуются настолько высокие температуры, что необходимо применять специальные средства вроде большой электрической искры), может быть обнаружено по его спектральным линиям. Теперь мы подходим к очень важному моменту: результаты анализов, производимых спектроскопистами, полностью согласуются с результатами любых других способов контроля, осуществляемых химиками. С помощью спектров мы находим приблизительно те же сто элементов. Таким образом, свет становится орудием химика-аналитика, во многих случаях более чувствительным, чем обычные методы химического анализа.

Спектроскопия не ограничивается видимым светом. За фиолетовым концом спектра нормальный глаз ничего не видит, но фотографическая пластинка или флуоресцирующие краски обнаруживают существование многих ультрафиолетовых линий. Все виды излучения, рентгеновские лучи и даже радиоволны относятся к различным областям спектроскопии. Эти спектры позволяют нам узнать о веществе гораздо больше, чем мы могли бы извлечь при изучении только видимого света.

Спектральный анализ представляет собой мощный и тонкий метод, разработанный в результате десятилетий напряженной работы. Ученые идентифицировали только в одной видимой области около четверти миллиона различных линий, и мы теперь знаем точное положение в спектрах более чем ста тысяч линий. Помимо тщательного учета этих данных и их использования в быстрых химических анализах, спектроскопия дает значительно больше. За несколько десятилетий (приблизительно с 1910 по 1940 г.) спектроскопия стала основным средством проверки теоретических представлений о природе материи. Оказалось, что в распределении спектральных линий по спектру наблюдаются определенные закономерности; сложные комбинации спектральных линий могут быть расшифрованы и переведены на более простой язык. Рассказ о том, как производится такая расшифровка, выходит за рамки нашего изложения, и мы снова вернемся к нему в части IV.

Наконец, спектроскопия открывает путь к химическому анализу, по крайней мере приближенному, таких тел, как Солнце и звезды, которые не могут быть принесены в лабораторию. Около ста лет назад этот путь впервые позволил физикам определить основные спектральные линии элементов, присутствующих на Солнце. Повсюду во Вселенной и в галактиках, расположенных в далеком космосе, обнаружены одни и те же спектры. Поэтому повсюду должны присутствовать одни и те же элементы.

В 1860 г. были открыты спектры, которые до того времени никогда не наблюдались. Это были спектры, полученные от края солнечного диска, от которого приходила лишь небольшая часть солнечного света. Так как ни один из известных на Земле элементов не давал такого спектра, было высказано предположение, что этот спектр принадлежит какому-то новому элементу. В конце концов

этот элемент был найден и на Земле в редких минералах. Это был газ гелий, получивший свое название от греческого слова «гелиос», что означает Солнце.

Чтобы узнать, нет ли еще каких-нибудь ранее неизвестных элементов, каждый участок неба был обследован спектроскопически. Любопытные спектральные линии были обнаружены в свете, идущем от туманностей, от Солнца и от северного сияния. Однако всегда оказывалось, что эти линии соответствуют известным элементам и при определенных условиях могут наблюдаться в земных условиях. И только в случае с гелием спектроскопически удалось обнаружить новый элемент до того, как он впервые был получен в лаборатории.

Итак, мы убедились в том, что химики и спектроскописты получают одинаковые результаты. Как бы сложен ни был исследуемый образец, в конце концов он должен будет сдаться химикам, вооруженным реактивами и печью, и спектроскопистам с их пламенем, дугой и искрой. Образец будет разложен химиком на множество веществ, которые уже больше не разлагаются, т. е. на отдельные элементы. А спектроскопист получит от изучаемого образца множество спектральных линий, по которым он определит, из каких элементов состоит этот образец.

Неизменное согласие результатов анализов, выполняемых двумя совершенно разными методами — одним с помощью света и спектроскопа и другим с помощью тигля, весов и кислоты,— подтверждает нашу идею о том, что вся материя состоит из одного и того же набора элементов.

В следующей главе мы рассмотрим вопрос о том, существуют ли, помимо химических элементов, какие-нибудь еще основные единицы, из которых построена материя. Мы ознакомимся сначала с физическими доказательствами, а затем и с химическими, которые приведут нас к представлениям о маленьких частичках материи. Исходя из этого, мы придем к атомно-молекулярной теории, позволяющей понять и объяснить некоторые сходства и различия, наблюдаемые в окружающем нас множестве твердых, жидких и газообразных веществ. Краски и горы, волос и кожа, морковь и стальные балки, звезды и планеты — все это представляет собой различные собрания атомов элементов.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1*. Чему равна масса 1 кубического метра воды при 4 °С и атмосферном давлении? (Раздел 7.2.)

2*. Что больше: отношение массы Солнца к массе Земли или отношение массы молекулы кислорода к массе электрона? (Раздел 7.2.)

3. Если вы располагаете равноплечими весами и массой в 1 кг, то каким образом можно изготовить массу в 1/2 кг?

4. Допустим, что у вас имеется масса в 1 кг и вы хотите изготовить вторую такую же массу. Вы располагаете только равноплечими весами, которым, однако, вы не очень доверяете. Вы кладете массу в 1 кг на одну чашку весов, а на другую чашку помещаете новую массу, изменяя ее до тех пор, пока коромысло весов не окажется горизонтальным.

а) Каким образом вы могли бы установить, одинаковы ли были обе массы и оба плеча, или плечи весов и массы были разными и вы должны были так подобрать вторую массу, чтобы коромысло находилось в горизонтальном положении?

б) После того как вы закончили взвешивание и отрегулировали весы по новой массе, каким образом можно установить, какая из двух масс больше и какое из двух плечей длиннее?

5. Предположим, что вы посылаете экспедицию в джунгли Южной Америки для разведки рудных месторождений. По прибытии на место вы обнаруживаете полностью оборудованную лабораторию, в которой, однако, отсутствуют эталонные гири для определения массы. Вы находите самородок чистого золота, массу которого вы оцениваете приблизительно в 1 кг.

а) Можете ли вы использовать самородок в качестве эталонной массы в течение вашей работы?

б) Практически невозможно послать вам эталонные массы, но вы принимаете решение завершить работу. Каким образом вы должны были бы смастерить набор масс, который бы позволил получить надежные результаты?

в) Ваши количественные результаты посылаются в Лондон, в главную лабораторию. Очевидно, что в этой лаборатории данные, выраженные в ваших собственных единицах массы, будут иметь ограниченное значение. Каким образом вам следует поступить, чтобы ваши данные полностью могли быть использованы в лондонской лаборатории?

6*. Если бы вы могли поместить аналитические весы вместе с эталонными гирями на Луну, получили ли бы вы при взвешивании какого-нибудь тела такой же результат, как и на Земле? (Раздел 7.3.)

7. Сила тяжести изменяется в зависимости от высоты над уровнем моря и от широты. Относительная величина силы тяжести разных мест указана в следующей таблице:

Стандартный геодезический пункт (на уровне моря и на широте 45°)	1,000000
Зона Панамского канала	0,997530
Денвер (штат Колорадо)	0,998923
Уорчестер (штат Массачусетс)	0,999652
Гренландия	1,001906

а) В каком из этих мест тело должно обладать наибольшим весом? Наименьшим?

б) На сколько процентов будет отличаться вес в каждом из этих мест от веса в стандартном геодезическом пункте? Вообще, что вы могли бы сказать об изменении веса от места к месту?

8. Команда космического корабля обсуждает вопрос о том, можно ли молотком разбить грецкий орех. Один из членов команды *А* говорит, что удар пером по грецкому ореху столь же эффективен, как удар молотком, так как в космосе молоток невесом. Другой член команды *Б* утверждает, что с помощью равноплечих весов и сравнением с известной массой он определил массу молотка и нашел, что она равна приблизительно 1 кг; поэтому он мог бы разбить грецкий орех так же легко, как и на Земле. Третий член команды *В* утверждает, что сравнение с другими массами ничего не доказывает, так как в космическом пространстве все массы невесомы. Обсудите точку зрения каждого члена команды. Могут ли они разбить грецкий орех?

9*. Что обладает большей плотностью в куче зерен пшеницы: куча как целое или отдельное зерно? (Раздел 7.4.)

10*. Чему равна масса воздуха в комнате размером $6 \times 7 \times 3$ м? (Раздел 7.4.)

11. Масса Земли была вычислена и оказалась равной $5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг. Радиус Земли равен $6{,}38 \cdot 10^{6}$ м.

а) Чему равна средняя плотность Земли?

б) Должны ли вы ожидать, что средняя плотность ближе к поверхности Земли будет той же самой, что и среднее значение плотности ближе к центру Земли? Изложите ваши соображения.

12. а) По одной из теорий *) солнечная система в начале представляла собой грандиозное, вращающееся облако космической пыли, из которого в результате конденсации вследствие гравитационного притяжения возникли Солнце и планеты. Подсчитайте среднюю плотность этого облака пыли в тот момент, когда его радиус был в два раза больше среднего радиуса орбиты Плутона, т. е. наиболее удаленной от Солнца планеты.

б) Чему приближенно равно отношение этой плотности к плотности воздуха в комнате, а также к плотности газов межгалактического пространства?

13. Плотность корковой пробки в 4 раза меньше плотности воды. Могли бы вы поднять шар из пробки диаметром 1 м?

14. Во время первой мировой войны большое число грузовых судов было сделано из бетона. Известно, что если какое-нибудь тело плавает на воде, то его средняя плотность должна быть меньше плотности воды. Каким образом вы можете объяснить тот факт, что суда из бетона плавают?

15. Пакет размером $16\times8{,}0\times5{,}0$ см заполнен кондитерским сахаром.

а) Сколько пакетов сахара можно погрузить в грузовой автомобиль размером $22\times2{,}4\times2{,}4$ м?

б) Если масса сахара в одной из маленьких пачек составляет 450 г, то чему равна масса сахара в грузовом автомобиле?

в) Какова плотность сахара?

16. Учащийся знает, что в воде плотное тело тонет, а менее плотное — плавает. Он предпринимает попытки выяснить соотношение между плотностями различных тел и для этого тщательно измеряет массу, объем всех тел и объем погруженной части для нескольких тел, плавающих на воде. Полученные им результаты приведены в таблице:

	Объем, $см^3$	Масса, г	Погруженная часть
Корковая пробка	60	10	0,17
Дерево	36	27	0,75
Губчатая резина	40	20	0,50

а) Чему равна плотность каждого материала?

б) Чему равна масса воды, вытесненная каждым из тел?

в) Какие общие выводы вы можете сделать из сравнения результатов ваших вычислений с первоначальными данными? Ваши выводы должны быть такими же, как и те, которые были сделаны Архимедом, когда он выпрыгнул из ванны с криком «Эврика!».

17. а) Каким образом вы должны использовать чувствительные весы для решения вопроса о том, одинакова ли плотность бумаги в разных местах листка из записной книжки?

б) Какое предположение вам пришлось сделать о бумаге?

в) Каким образом вы могли бы проверить правильность вашего предположения? Можете ли вы использовать оптический микрометр для контроля толщины листа бумаги?

18. Было обнаружено, что увеличение массы растения в горшке больше, чем увеличение массы растения в почве с учетом воды, поглощенной растением. Не является ли это наблюдение доказательством нарушения закона сохранения массы?

19. 1 кг воды разложен на составные элементы — водород и кислород. Масса выделившегося водорода оказалась равной 111 г.

а) Чему равна масса выделившегося кислорода?

При сгорании водорода в воздухе образуется вода. При сгорании 10 г водорода требуется 350 г воздуха.

б) Чему равна масса образовавшейся воды? (Соотношение водорода и кислорода в воде всегда одно и то же.)

---

*) Теория гравитационной конденсации О. Ю. Шмидта. (*Прим. ред.*)

в) Чему равна масса непрореагировавшей при сгорании части воздуха?

(Если вы произведете эти опыты, то данные, вычисленные из закона сохранения массы, совпадут с данными, полученными при наблюдении.)

20. Три белых кристаллических вещества — двуокись кремния (кварц), хлористый кальций и карбонат натрия (стиральная сода) — смешаны вместе. Нужно отделить эти вещества друг от друга. Используя свойства, перечисленные в следующей таблице, опишите, как бы вы могли это сделать.

Вещество	Плотность, г/см³	Точка плавления, °С	Растворимость, г/л		
			в холодной воде	в горячей воде	в спирте
Двуокись кремния	2,65	1400	Нерастворима	Нерастворима	Нерастворима
Хлористый кальций	2,71	100	1777	Хорошо растворим	Растворим
Карбонат натрия	1,44	32,5	215,2	4210	Нерастворим

21. Пары хлористоводородной кислоты, представляющие собой чистое вещество, могут быть разложены на два различных газа, каждый из которых также представляет собой чистое вещество. Исходя только из этого, дайте ответ на следующие вопросы.

а) Могут ли пары хлористоводородной кислоты представлять собой элемент?

б) Может ли быть элементом один из двух газов?

в) Можете ли вы быть уверены в том, что любое из упомянутых выше чистых соединений представляет собой элемент?

22. Если металлический цинк положить в хлористоводородную кислоту, то металл будет «съеден», выделятся пузырьки газа и образуется «соль».

а) Если исходить только из этих сведений, можете ли вы с уверенностью сказать, какое из упомянутых чистых веществ представляет собой соединение, а какое — элемент?

б) Затем мы устанавливаем, что газ ведет себя как газообразный водород и обладает теми же химическими и физическими свойствами. Таким образом, мы убеждаемся в том, что хлористоводородная кислота может быть разложена (см. задачу 21) на водород и хлор. Может ли «соль» быть элементом?

в) Используя таблицу известных элементов, определите, какое из упомянутых веществ является элементом, а какое представляет собой соединение.

23. Используя данные, приведенные в табл. 7.3, вы можете решить:

а) Почему водород, составляющий только 0,1% общей массы земной коры, по относительному содержанию находится на пятом месте?

б) Масса какого атома больше: кремния или железа?

в) Плотность какого элемента больше: кремния или железа?

24. Из табл. 7.4 видно, что определенное соединение составляет большую часть человеческого тела. Что это за соединение?

25*. Что вы сможете увидеть на фотографии спектра образца, содержащего натрий, кальций и калий? (Раздел 7.8.)

26. На рис. 7.10 изображены четыре спектра, полученные от металлического кальция, а также от трех различных соединений кальция. Мы можем найти в этих спектрах линии, принадлежащие кальцию, фтору, углероду, кислороду и водороду и, может быть, несколько линий, характеризующих элементы, входящие в примеси. Эти линии полностью не исчезают.

а) Каким образом на основании этих спектров можно установить, что те или иные линии принадлежат именно кальцию, а какие-то другие линии принадлежат фтору, углероду, кислороду или водороду?

б) Какая требуется дополнительная информация для того, чтобы выяснить, правы ли вы или нет?

ГЛАВА

8 АТОМЫ И МОЛЕКУЛЫ

Во времена Сократа греческие мыслители, такие, например, как Демокрит, считали, что вся материя состоит из очень маленьких отдельных частичек. Они полагали, что эти частички совершенно одинаковы, но расположены различным образом и потому производят на наши органы чувств самые разнообразные и удивительные ощущения, позволяющие познавать окружающий нас материальный мир. И хотя эти представления нельзя было подтвердить убедительными аргументами, на протяжении многих веков они прочно удерживались в сознании людей. Наконец в XIX веке физики и химики получили убедительные, хотя и косвенные доказательства в пользу этих представлений.

В двадцатом веке с помощью новейших приборов и методов исследования удалось осуществить многочисленные и независимые прямые измерения размеров атомов. Результаты этих измерений настолько хорошо согласуются друг с другом, что у нас теперь нет никаких сомнений в реальности существования атомов и в том, что они представляют собой те строительные кирпичики, из которых состоит вещество. Атомы настолько же реальны, насколько реальны камни или стулья, они представляют собой такую же часть наших научных представлений, как, например, строение гор или звезд, но часто с атомами нам легче манипулировать.

В этой главе мы рассмотрим некоторые физические методы, позволяющие непосредственно убедиться в существовании атомов, измерить их размеры и сосчитать их число. Затем мы познакомимся с косвенными, но зато очень важными экспериментальными открытиями химиков девятнадцатого столетия. Исходя из всего этого, мы попытаемся построить ясную картину структуры вещества.

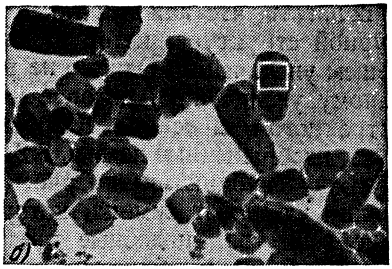
8.1. Видимые атомы

Наиболее прямой путь изучения структуры материи состоит в том, чтобы с помощью прибора, дающего большое увеличение, рассмотреть тонкие детали. Микроскоп, в котором рассматриваемый объект освещается светом, может увеличивать линейные размеры в несколько тысяч раз. В электронном микроскопе вместо света применяется пучок электронов, и изображение получается на экране, совершенно таком же, как в телевизоре. С его помощью можно уве-

личивать линейные размеры в миллион раз и даже больше. Однако поперечный размер его поля зрения составляет всего только 10^{-6} м. Для того чтобы при таком увеличении рассмотреть всю площадь одной почтовой марки, потребовалось бы столько фотографий размером в полстраницы, что из них составилось бы полмиллиона томов стандартного размера и понадобилось бы библиотечное здание солидных размеров! Однако при тщательном анализе нескольких таких увеличенных крохотных участков материи и пространства можно обнаружить новые и удивительные вещи.

Конечно, прежде чем разумно применять такой прибор, мы должны научиться разбираться в том, что мы видим. Прежде всего для каждого прибора следует установить границы его применимости и научиться исправлять те ошибки, которые могут возникнуть в самом приборе. Иногда требуются десятки лет напряженной исследовательской работы для того, чтобы полностью овладеть прибором и чтобы он получил широкое распространение. Несколько веков назад к телескопу относились с недоверием. Считали, что он дает сомнительную и неверную картину. Еще недавно, каких-нибудь 25 лет назад, такая же история произошла и с электронным микроскопом. В наши дни этот прибор получил всеобщее признание, и мы пользуемся им с такой же легкостью, как и обыкновенными очками. Изображения, получаемые с помощью телескопа, оптического микроскопа, а также электронного микроскопа, в результате тщательного изучения, перекрестного контроля и анализа стали понятными и приобрели большой смысл. На рис. 8.1 приведены фотографии зеленого красителя (пигмента), полученные с помощью оптического (*а*) и с помощью электронного микроскопа (*б* и *в*). На фотографии, приведенной на рис. 8.1, *а*, изображены мельчайшие частицы красителя, увеличенные в 10^3 раз с помощью оптического микроскопа. При таком увеличении нельзя различить структуру, характерную для этого вещества. С помощью электронного микроскопа, дающего увеличение до 92 500 раз, получена микрофотография, изображенная на рис. 8.2, *б*. На этой фотографии уже видна лентообразная форма частиц. На другой электронно-микроскопической фотографии, изображенной на рис. 8.1, *в* и полученной с увеличением $1{,}5 \cdot 10^6$, мы можем наблюдать удивительные вещи. Вместо ровной поверхности кристалла мы видим другую структуру, напоминающую вельвет. Сравните эти фотографии с рис. 8.2, на котором изображена электронно-микроскопическая фотография кристалла протеинового вируса с увеличением около 80 000. Этот кристалл построен из частичек вируса, расположенных правильным образом, подобно груде пушечных ядер.

Зная увеличение, мы можем получить известное представление о размерах строительных кирпичиков на каждой из приведенных выше фотографий. Линейный размер крошечных кристалликов зеленого пигмента, изображенных на рис. 8.1, *б*, составляет около 10^{-4}—10^{-7} м; расстояние между «рубчиками» на рис. 8.1, *в* еще меньше и составляет всего лишь 10^{-9} м. По-видимому, мы можем



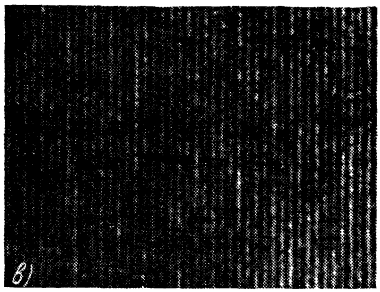


Рис. 8.1. *а)* Изучение фталоцианина меди. Малые частички пигмента увеличены приблизительно в 10^3 раз с помощью оптического микроскопа. Стрелка показывает место, которое сфотографировано с бо́льшим увеличением. Эта фотография изображена на рисунке *б*). *б)* Увличение в 92 500 раза, достигнутое с помощью электронного микроскопа. Площадь, заключенная в квадрате, увеличена еще больше и изображена на рисунке *в*). *в)* Увеличение в $1{,}5 \cdot 10^6$ раз, полученное с помощью электронного микроскопа.

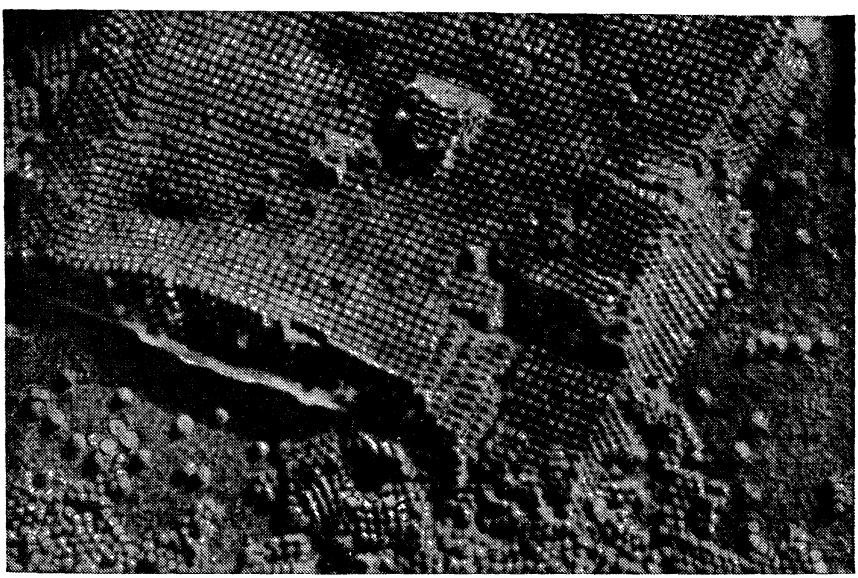


Рис. 8.2. Кристалл омертвевшего протеинового вируса. Эта электронно-микроскопическая фотография участка кристалла протеина показывает, что молекулы расположены весьма упорядоченным образом. При этом увеличении (около $8 \cdot 10^4$) молекулы напоминают большое количество аккуратно уложенных апельсинов. Действительный размер целого кристалла около $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ м.

предполагать, что каждый такой «рубчик» соответствует уже молекулярной структуре, которую мы могли бы рассмотреть при еще большем увеличении. Однако на рис. 8.1, *в* мы уже подходим к предельному увеличению, которое может быть достигнуто с помощью электронного микроскопа. Как вы можете сами убедиться, частички вируса, изображенные на рис. 8.2, значительно больше, чем расстояние между «рубчиками» на рис. 8.1, *в*. Такие большие размеры не слишком удивляют химика, который может показать, что биологические вещества, подобные протеиновому вирусу, представляют собой сложные комбинации нескольких различных химических элементов. Поэтому, несмотря на то, что с помощью электронной микроскопии еще не достигнута возможность различать предельные строительные кирпичики, из которых построена материя, за несколько лет развития этого метода исследования был достигнут громадный успех в этом направлении.

8.2. Дополнительные доказательства существования атомов

Фотографии, приведенные в предыдущем разделе, хотя и не доказывают существования отдельных атомов, но убедительно показывают, что существует несколько видов строго периодических картин строения вещества, отражающих упорядоченное расположение естественных единиц структуры.

Мы можем изучить эти структуры совершенно другим методом. Предположим, что мы попытались разреза́ть образец исследуемого материала на все меньшие и меньшие кусочки до тех пор, пока не дойдем до естественных единиц. К сожалению, однако, размеры этих естественных единиц настолько малы (10^{-9} м или меньше), что такой процесс измельчения вскоре должен был бы прекратиться. Таким методом мы не сможем дойти до размеров естественных единиц. У нас нет для этого достаточно острого ножа, и мы бы не смогли ни удержать, ни рассмотреть такие маленькие кусочки.

Существуют, однако, менее наглядные способы измельчения вещества до размера естественных единиц. Мы можем, например, попытаться расплющить образец вещества и, сделав его возможно более тонким, довести его толщину до размеров естественной единицы. К сожалению, однако, такое расплющивание является слишком грубым процессом. Даже наиболее искусные золотобойщики, изготовляющие тонкие листы золота для блестящих букв в витринах магазинов, должны останавливаться, когда толщина листка достигает приблизительно $2 \cdot 10^{-7}$ м. Эта толщина определяется не размером естественных единиц золота, а трудностью изготовления таких тонких листочков.

Существуют способы получения гораздо более тонких слоев вещества. Мы опишем один из них, который вы сами можете осуществить в вашей школьной лаборатории. Образец жирного вещества, называемого стеариновой кислотой, растворяется в каком-нибудь летучем растворителе, например в бензоле. Разбавляя раствор несколько раз растворителем, можно получить очень слабый раствор,

содержащий, однако, совершенно определенное количество твердого растворенного вещества в каждом кубическом сантиметре раствора. Если теперь капнуть очень маленькую каплю этого раствора на поверхность чистой воды, то эта капля мгновенно растечется по поверхности воды; растворитель улетучится и останется стеариновая кислота. Произойдет замечательная вещь. На поверхности воды будет плавать тонкий слой стеариновой кислоты, но этот слой дальше растекаться уже не будет. Он будет обладать при данном количестве стеариновой кислоты максимальной площадью; это означает, что он должен обладать при этом минимальной толщиной. Кроме того, если мы будем вносить на поверхность воды различное число капель, то мы найдем, что эта толщина будет оставаться одной и той же. Эта толщина получится сама собой и будет определяться размером естественной единицы стеариновой кислоты.

Естественная минимальная толщина слоя стеариновой кислоты должна быть по меньшей мере такой же, как и величина одного измерения (например длины) естественной единицы стеариновой кислоты. Насколько она мала? Если мы растворим 0,5 см³ стеариновой кислоты в 1 л (1000 см³) бензола, мы получим содержание стеариновой кислоты $5 \cdot 10^{-4}$ см³ в 1 см³ раствора. Так как глазная пипетка из 1 см³ будет давать около 50 капель, то каждая капля будет содержать около 10^{-5} см³ стеариновой кислоты. Одна капля такого раствора образует на поверхности воды слой, поверхность которого равна около 50 см². Следовательно, объем 10^{-5} см³ стеариновой кислоты растечется на площади 50 см² и толщина образовавшейся пленки будет равна $2 \cdot 10^{-7}$ см или $2 \cdot 10^{-9}$ м. Это и есть естественная предельная толщина. В этом случае удобно ввести новую единицу длины, равную 10^{-10} м; эта единица называется *ангстрем* (Å). Таким образом мы можем сказать, что естественная толщина слоя стеариновой кислоты на воде составляет 20 ангстрем.

Представим себе модель такого слоя. Не состоит ли он из маленьких кубиков с ребром 20 Å, каждый из которых представляет собой естественную единицу стеариновой кислоты? Оказывается, что такое предположение представляет собой лишь первое приближение. Лучшим приближением является предположение о том, что слой представляет собой собрание цилиндров с диаметром около 5 Å и длиной немного большей, чем 20 Å. Все эти цилиндры расположены наклонно по отношению к поверхности воды. Такая более точная картина основана на подробном изучении механических свойств слоя, на исследованиях стеариновой кислоты с помощью методов химии, рентгеновских лучей, электронного микроскопа и других методов.

Стеариновая кислота может быть разложена на углерод, водород и кислород. Естественная единица стеариновой кислоты сама по себе не является атомом химического элемента. Она представляет собой группу атомов трех различных элементов. Такую группу, являющуюся естественной единицей сложного химического вещества, мы обычно называем *молекулой*. Таким образом, пленку

стеариновой кислоты толщиной в одну молекулу можно назвать мономолекулярным слоем, или просто *монослоем*.

Образование видимых монослоев приводит нас к выводу, что существуют и другие монослои, обнаруживаемые с большим трудом, но вероятно, присутствующие на любой поверхности жидкости или твердого тела. То, что мы называем чистой поверхностью стали, на самом деле покрыто различными монослоями, многие из которых образованы газами из атмосферы. Способность поверхностей покрываться такими тонкими слоями является их общим свойством, и в значительной степени именно с нею связаны своеобразные закономерности поверхностного трения и электрических контактов, смачивания твердых тел, а также свойства смазочных материалов. «Гладкая» и «чистая» поверхность в действительности редко бывает и гладкой, и чистой в масштабе толщин монослоев, и поэтому, если не принять особых мер предосторожности, привести в контакт две «гладкие» поверхности можно только совершенно случайно. Большинство поверхностей покрыто участками монослоев газов, входящих в состав воздуха, точно так же как человек, выходящий из воды, весь покрыт (но уже более толстыми) пленками воды.

Механические и химические свойства монослоев были предметом очень подробного изучения в течение 50 лет. Эти исследования относятся к области, лежащей на границе между физикой и химией. Ученых, изучающих эти вопросы, иногда называют физико-химиками. Их исследования монослоев привели нас к выводу, что когда мы измеряем толщину монослоя, мы измеряем естественную единицу вещества. Мы определяем при этом размеры молекул и даже атомов.

8.3. Подсчет атомных частиц

Атомы настолько малы (как это видно из приведенных выше соображений,— меньше, чем 10 Å), что в маленьком кусочке вещества их должно быть неимоверно большое количество. Ваш большой палец, вероятно, имеет длину около 5 см, ширину около 2 см и толщину около 1 см; если считать, что размер атома меньше, чем 10 Å или 10^{-7} см, то на длине пальца уложится не меньше, чем $5 \cdot 10^7$ атомов, на ширине $2 \cdot 10^7$ атомов и на толщине $1 \cdot 10^7$ атомов. Поэтому в вашем пальце содержится не меньше, чем 10^{22} атомов. Предположим теперь, что мы проводим это рассуждение в обратном порядке: если бы мы могли сосчитать эти атомы непосредственно и измерили бы объем вашего пальца, то мы могли бы найти объем, занимаемый одним атомом. Этим путем мы должны были бы получить другой способ оценки атомных размеров. И хотя мы не можем сосчитать, сколько атомов содержится в пальце, все же существуют способы, позволяющие непосредственно считать атомы. В этом разделе мы опишем один из таких способов.

Вероятно, вы видели в небе след, остающийся позади реактивного самолета, хотя сам он невидим. Быстро движущиеся атомные частички также оставляют позади себя следы, которые различными

способами можно сделать видимыми. Частичка, проходящая через какой-нибудь материал, производит в нем изменения, которые могут быть усилены и превращены в видимые следы. К числу таких устройств относится пузырьковая камера, с помощью которой можно обнаружить происходящие изменения (см. рис. 1.4). В этой камере находится жидкость, которая вот-вот должна закипеть, но пузырьки в ней еще не образовались. Когда быстрая частица проходит через жидкость она приводит в беспорядок атомы жидкости, и вдоль пути этой частицы начинают образовываться пузырьки пара. За короткое время пузырьки вырастают до видимых размеров; след частицы в камере (трек) может быть сфотографирован, даже если задолго до того, как был закрыт затвор фотокамеры, частица либо уже остановилась, либо продолжала свое движение (см. рис. 1.5).

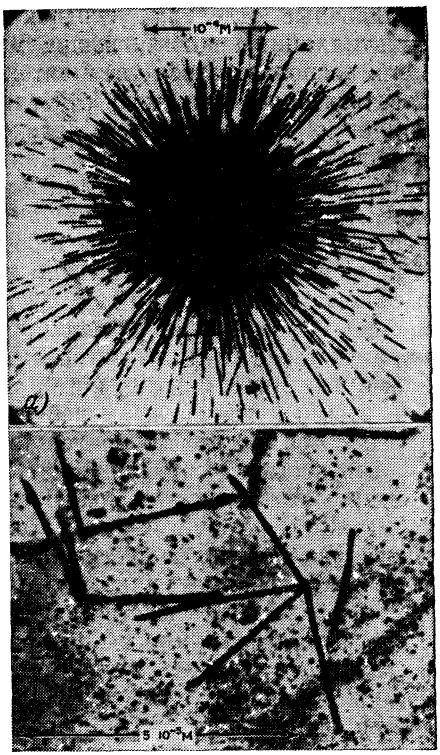


Рис. 8.3. *а)* Треки частиц на фотографической пластинке. Небольшое количество радия, настолько малое, что его нельзя увидеть с помощью микроскопа, было помещено на пластинку, и спустя несколько дней пластинка была проявлена. Треки, которые мы видим, представляют собой треки альфа-частиц (заряженных атомов гелия), излучаемых также при распаде полония. *б)* Если крошечное количество радиоактивного вещества проникает в эмульсию фотографической пластинки, то получаются треки альфа-частиц, подобные тем, которые изображены на этом снимке. Обратите внимание на масштаб снимков.

Другой метод увидеть путь атомной частицы основан на том, что эмульсия в фотографической пластинке изменяется вдоль пути пролетающей через нее быстрой частицы. При проявлении пластинки на ней видны треки. Такие треки множества быстрых частиц видны на рис. 8.3; они возникают от столь крохотной крупинки вещества, что ни на каких весах химик не смог бы определить ее вес.

Эффект, производимый отдельными быстро движущимися атомами, вы легко можете наблюдать сами; его можно наблюдать со светящимся циферблатом часов, который светится ночью в темноте, потому что краска, из которой он сделан, содержит небольшие количества радиоактивного вещества. Эта краска содержит также вещество, из которого сделан экран телевизора. В телевизионных трубках поток частиц бомбардирует экран, и каждый удар производит моментальную вспышку. В циферблате

часов вспышки возникают от атомов, выбрасываемых радиоактивным веществом, подмешанным к краске.

Испытайте светящийся циферблат часов в полной темноте, держа циферблат на расстоянии только 2—3 см от невооруженного глаза. Так как ваш глаз приспособляется (адаптируется) к темноте, то вы увидите не равномерное свечение, а все время будете видеть беспорядочные отдельные вспышки света, или, как их называют, сцинтилляции, напоминающие множество крошечных светлячков. Если воспользоваться увеличительным стеклом, то вспышки будут казаться более резкими и отчетливыми. Каждая вспышка сигнализирует о прохождении отдельной быстрой частицы, возникшей в радиоактивном веществе. Каждая быстрая частица образуется при распаде, происходящем в самых глубоких недрах атома — в его ядре. Обладая очень простой аппаратурой, физики, благодаря их настойчивости, смогли еще в 1905 г. обнаружить, идентифицировать и измерить радиоактивность по счету сцинтилляционных вспышек, наблюдая их визуально одну за другой. В годы, предшествовавшие первой мировой войне, физики, работавшие вместе с Резерфордом в Манчестере (Англия), считали сотни тысяч таких отдельных вспышек в известных опытах, которые привели к открытию существования атомных ядер и к выснению их природы *).

Имеются веские соображения для предположения о том, что каждая вспышка сигнализирует о распаде одного атома. Эти соображения очень убедительны. Весьма существенно то, что мы, исследуя всякий раз одно и то же количество радиоактивного вещества, много раз повторяем счет частиц и приходим к одному и тому же результату. Не имеет никакого значения, будем ли мы механически воздействовать на вещество, образует ли оно химическое соединение с другими атомами или мы превратим его в пар, предоставив атомам возможность удалиться друг от друга на большие расстояния. Окружающая среда и физическая обработка не имеют никакого значения. Испускание быстро движущихся частиц не зависит от каких-либо внешних условий, а зависит только от самих радиоактивных атомов. Оно должно отражать какие-то глубокие изменения, происходящие в недрах самих атомов и определяемые их природой. Вскоре мы приведем дальнейшие доказательства того, что подсчет вылетающих частичек равнозначен подсчету атомов. Это доказательство еще раз позволит нам убедиться в малости атомов и в том, что в небольшой порции материи содержится громадное число атомов.

---

*) Глаз представляет собой очень тонкое устройство для счета сцинтилляций, однако он дает достоверные результаты лишь в течение коротких промежутков времени и при низкой скорости счета. В настоящее время для подсчета сцинтилляций применяются фотоумножители, которые создают крошечный электрический импульс при каждой вспышке света. Этот электрический импульс очень слаб и должен быть усилен с помощью электронных схем; но, в отличие от глаза, фотоумножители с их электронными схемами могут считать 10^6 вспышек в секунду и притом день за днем.

Теперь опишем опыт, в котором мы можем сосчитать число атомов в образце радиоактивного вещества. Предположим, что у нас имеется масса 10^{-7} кг, например крошечная крупинка радиоактивного элемента полония. (Полоний впервые был получен супругами Кюри во время опытов, в которых они открыли радий. В наши дни полоний синтезируется в ядерных реакторах и используется как в лабораториях, так и в промышленности.) Эта маленькая крупинка

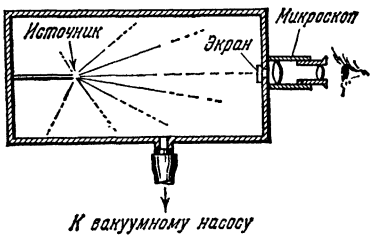


Рис. 8.4. Сцинтилляционный счетчик. Крошечный радиоактивный источник в камере, из которой откачана бо́льшая часть воздуха. Так как частички испускаются по всем направлениям, то некоторая их часть попадает на флуоресцирующий экран. Наблюдая за экраном, мы можем сосчитать вспышки (сцинтилляции) и вычислить общее число частиц, испускаемых радиоактивным препаратом.

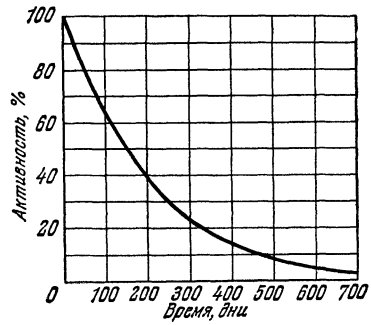


Рис. 8.5. Кривая распада полония. Спустя приблизительно 138 дней образец полония испускает в минуту только половину того количества частиц, которое испускалось им вначале. Спустя еще 138 дней его активность вновь уменьшается наполовину, составляя уже только четвертую часть первоначальной активности. Еще через 138 дней активность вновь уменьшается в 2 раза и т. д. Мы называем этот промежуток времени периодом полураспада элемента. Достигнет ли когда-нибудь активность величины, равной нулю?

представляет собой источник частиц, вылетающих по прямым линиям, во всех направлениях. Предположим, что мы сделали крошечный экран (рис. 8.4) в форме квадрата со стороной 0,1 мм; покроем его тонким слоем люминесцирующего вещества, подобного тому, которым покрывают экраны телевизоров; экран расположим на расстоянии 1 м от источника. Чтобы покрыть такими экранами сферу радиусом 1 м, окружающую источник, их понадобилось бы 10^9 штук; следовательно, если на одном экране мы считаем приблизительно по одной частице, вылетающей из источника, то то же самое будет происходить и на всех 10^9 экранах. (Так как воздух замедляет частицы и мешает им попадать на экран, мы должны удалить его из пространства между источником и экраном.)

Характерным свойством радиоактивных веществ является то, что они испускают частицы с равномерно уменьшающейся скоростью (рис. 8.5). За два года активность образца полония уменьшается весьма значительно. Спустя это время скорость распада образца будет составлять всего лишь несколько процентов от ее первоначального значения. Если бы мы прекратили счет частиц через два года, то мы сосчитали бы более 95% всех частиц, которые должны вылететь из образца. За эти два года мы получили бы $3 \cdot 10^8$ сцинтилляций

на нашем экране. И это от простой крупинки вещества, едва видимой глазом, и притом на экране, улавливающем всего лишь одну миллиардную часть от общего числа испускаемых частиц! Из этого опыта мы можем получить поразительный результат. Мы сосчитали $3 \cdot 10^8$ вспышек; и так как мы ограничили себя только теми частицами, которые вылетают внутри очень малого телесного угла, это число составляет лишь $1/10^9$ часть от общего числа быстрых частиц, испускаемых образцом. По какой-то неизвестной причине в крупинке мягкого металла, называемого полонием, с массой 10^{-7} кг (всего лишь 0,1 миллиграмма), происходят процессы, вызывающие испускание $(3 \cdot 10^8) \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^{17}$ отдельных частиц.

Каждый процесс, при котором испускается отдельная частица, называется радиоактивным распадом. Выше в очень краткой форме мы изложили некоторые соображения о том, что каждый радиоактивный распад связан только с одним атомом. Теперь мы постараемся проверить это и убедиться в том, что это действительно так и есть. Мы можем определить, чему равен объем полония, соответствующий одному элементарному акту распада. Если этот объем окажется таким же, как и объем атома, то мы получим еще одно дополнительное доказательство, что при радиоактивном распаде полония мы действительно считаем атомы.

Чтобы найти объем, соответствующий одному первичному акту распада, разделим объем, занимаемый нашим образцом металлического полония, на число распадов, происходящих в образце. Чему же равен объем, занимаемый образцом? Недавно была измерена плотность полония; она оказалась равной 9 400 кг/м³. Поэтому наши 10^{-7} кг образца будут занимать объем, равный

$$10^{-7} \text{ кг} / (9{,}4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3) = 1 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3.$$

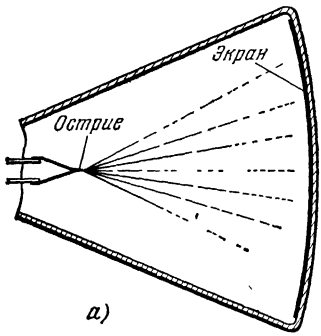
Чтобы найти объем, соответствующий одному акту распада, мы разделим объем образца на $3 \cdot 10^{17}$ распадов. Объем, соответствующий одному распаду, будет равен

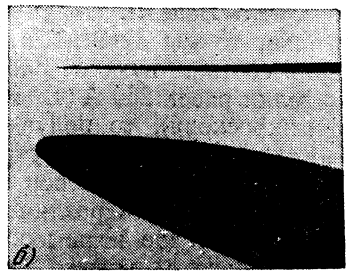
$$(1 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3) / (3 \cdot 10^{17} \text{ расп.}) = 30 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3/\text{расп.}$$

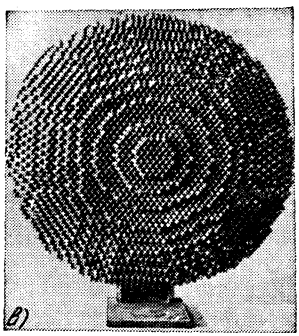
В качестве грубой модели мы можем считать, что объем, связанный с каждым распадом, представляет собой маленький кубик. Длина ребра этого кубика будет равна кубическому корню из объема. Таким образом, ребро этого кубика получается равным $3 \cdot 10^{-10}$ м. Другими словами, наш подсчет дает 3 Å для линейного размера, связанного с каждым отдельным распадом.

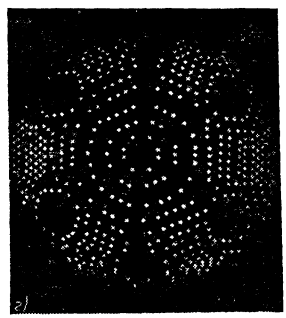
Наконец, мы дошли до размеров по крайней мере одного типа атомов. Подсчет радиоактивных распадов эквивалентен подсчету атомов полония; размер этих атомов не более, чем 3 Å.

Размер атомов вольфрама можно оценить с помощью прибора, называемого ионным микроскопом. Принцип, положенный в основу этих измерений, вкратце изложен в подписи к рис. 8.6. Из подобия между рисунками *г*) и *д*) следует, что модель дает вполне удовлетворительное представление о расположении атомных плоскостей









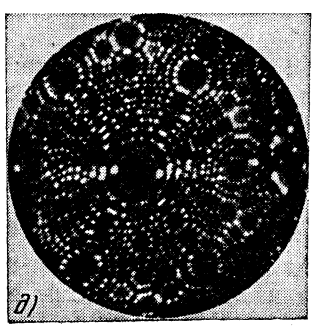


Рис. 8.6. *а*) С помощью ионного микроскопа, изображенного здесь в очень упрощенном схематическом виде, были получены фотографии (*б*)—(*д*). Игла заряжена положительно. Она отталкивает положительно заряженные атомы гелия (ионы), и на флуоресцирующем экране образуется картина, представляющая собой увеличенное изображение положения атомов вольфрама на острие иголки. *б*) Мы видим острие вольфрамовой иголки (радиусом 260 Å), рядом с которой для сравнения показано острие обыкновенной булавки. *в*) Модель острия вольфрамовой иголки, сделанная из пробковых шариков, уложенных по способу, напоминающему расположение молекул в протеиновом вирусе (рис. 8.2). Острие иголки направлено прямо на наблюдателя и находится в центре. Обратите внимание на то, что иголка состоит из определенного количества слоев, число которых прогрессивно уменьшается по мере приближения к вершине острия Шарики, расположенные по периметрам атомных плоскостей, покрыты светящейся краской. Фотография, сделанная с этой модели в темноте и воспроизведенная на рис. *г*), показывает расположение этих шариков. Сравните эту фотографию с фотографией *д*), полученной с помощью ионного микроскопа от острия вольфрамовой иглы.

в вершине острия вольфрамовой иголки. Если мы теперь предположим, что модель дает представление о расположении атомов в иголке, то мы сможем произвести оценку атомных размеров, измеряя соответствующие расстояния на модели. Если радиус острия иголки равен 260 Å (что можно определить с помощью электронного микроскопа), то получается, что размер атомов составляет около одного или двух ангстрем.

Такой порядок размеров атомов подтверждается для большого разнообразия атомов различных элементов. Один из наиболее эффективных методов исследования, который мы еще не рассматривали из-за его сложности, состоит в использовании рентгеновых лучей и позволяет сделать атомы «видимыми». После тщательного анализа фотографий и сопоставления с результатами исследований с помощью других методов и, в частности, с помощью рентгеновых лучей, мы можем считать, что размер всех атомов составляет от одного до трех ангстрем.

8.4. Число атомов невообразимо велико

Давайте представим себе те потрясающе большие числа, которые мы получили при подсчетах: $3 \cdot 10^{17}$ атомов в одной десятой миллиграмма полония или 10^{22} атомов в вашем пальце. Мы уже встречались с большими числами, но они были не столь поразительны. Кроме того, раньше мы оперировали с произвольными единицами (метр, килограмм и т. д.), в то время как теперь нам приходится иметь дело с подсчетом в естественных единицах индивидуальных объектов, допускающих идентификацию и подсчитываемых по сцинтилляциям. Эти подсчеты напоминают подсчеты при переписи населения.

Большие числа вообще трудно сосчитать. Если бы вы захотели сделать себе карьеру на поприще счета и считали бы очень быстро в течение всего рабочего дня и каждый день и начали бы это занятие, как только вы впервые выучились считать, то выйдя на заслуженную пенсию и став светилом в области счета, вы досчитали бы только до $2 \cdot 10^9$. Это число приблизительно равно числу людей, населяющих земной шар. Если бы теперь все мужчины, женщины и дети во всем мире проводили всю свою жизнь, занимаясь таким счетом, и не делали бы ничего другого, то все они вместе взятые могли бы сосчитать один за другим атомы в булавочной головке. Сосчитать все листья на всех деревьях во всем мире такая бригада счетчиков могла бы за несколько месяцев.

Из-за малости атомов, приводящей к такому громадному их числу в булавочной головке, атомы очень трудно обнаруживать невооруженными органами чувств. С другой стороны, эта малость размеров и грандиозность чисел позволяют нам использовать атомы для объяснения всех чудес материи. Эти числа не так легко представить себе, но зато мы можем понять, как такие маленькие и столь многочисленные атомы, находясь в непрерывном движении, могут создавать кажущуюся однородность, гладкость и бесформенность воз-

духа, воды или стекла. Когда речь идет об однородности, то все дело в масштабе: песчаная отмель кажется нам совершенно гладкой, если мы смотрим на нее издали и не видим неровностей отдельных песчинок. Таким образом, нетрудно представить себе, что атомы могут быть скомбинированы несметным числом способов, образуя все материалы, существующие в мире, со всеми их самыми разнообразными свойствами. Теперь мы займемся изучением некоторых из этих свойств с точки зрения химика и попытаемся установить те закономерности, которым подчиняются эти неисчислимые множества атомов, образующие систематическое и воспроизводимое разнообразие известных нам веществ.

8.5. Законы химического состава

Химики синтезировали двести тысяч различных соединений, содержащих углерод, и несколько тысяч соединений, в состав которых углерод не входит. Еще большее число соединений найдено в живых организмах, а также в почве и горных породах; кроме того, все время синтезируются все новые и новые соединения. Состав всех этих веществ неоднократно исследовался, и в результате анализа были получены очень важные следствия. К одному из обобщений пришел Джон Дальтон еще в самом начале девятнадцатого века, когда многие факты были далеко не столь ясны, как в настоящее время.

Первым из таких общих выводов является *закон постоянства химического состава.* Этот закон утверждает, что в любой части какого-нибудь вещества, по всем признакам являющегося достаточно чистым, отношение масс всех элементов, присутствие которых установлено в результате анализа, всегда одно и то же. Состав, следовательно, не изменяется. В случае воды на каждый грамм водорода приходится 8 г кислорода, для обычной поваренной соли на 1 г натрия приходится 1,5 г хлора, а в случае самого обыкновенного сахара на каждый грамм водорода приходится 6,5 г углерода и 8 г кислорода. Таким образом, любой кусок сахара состоит из этих трех элементов, относительное содержание которых всегда одинаково. Какой бы кусок сахара (химики называют его сахарозой) мы ни анализировали, всегда получится один и тот же результат; если для какого-нибудь куска будет получен другой результат, то почти всегда наверное можно считать, что это не чистый сахар и что на вкус, по форме кристаллов, по цвету или по каким-нибудь другим свойствам он будет отличаться от него. С помощью тех или иных процессов можно в конце концов удалить инородные компоненты и убедиться, что состав сахара всегда один и тот же.

Закон постоянства состава выполняется с высокой точностью почти для всех органических веществ, содержащих углерод, а также для тысяч других веществ. Предположим, например, что мы хотим приготовить какое-то количество хлористого натрия, т. е. обыкновенной поваренной соли. Мы увидим, что 39 г натрия и 61 г хлора дадут 100 г соли. Допустим теперь, что мы хотим получить соль из

50 г натрия и 61 г хлора; мы опять получим 100 г соли, а 11 г натрия останутся в избытке; 61 г хлора могут соединиться только с 39 г натрия. Больше того, если мы разложим какое-то количество поваренной соли на составные компоненты, то всегда получим 39% натрия и 61% хлора.

Закон постоянства химического состава выполняется, однако, не для всех однородных веществ. Например, ведро соленой воды может быть однородным по составу. Любая порция, взятая из этого ведра, будет содержать в точности одно и то же количество воды и соли. Бросим в это ведро горсть соли. После тщательного перемешивания соленая вода опять будет однородна по составу, но соотношение соли и воды будет уже другим. В отличие от воды или сахара, соленая вода не обладает постоянным составом. Соленая вода представляет собой раствор, состоящий из двух различных компонентов — соли и воды, из которых приготовлен этот раствор. Точно так же обстоит дело и со многими сплавами, например с латунью, бронзой, сталью, дюралем, монетным серебром, ювелирным золотом и т. п. Как и соленая вода, в зависимости от состава латунь может обладать различными свойствами и иметь самые разнообразные оттенки. Свойства многих пластмасс также различаются в зависимости от их состава, хотя по внешнему виду они кажутся одинаковыми.

Изучение веществ постоянного состава является основным содержанием классической химии; однако многие вещества представляют такой большой интерес и настолько важны для практики, что их изучают различные специалисты, например металлурги или химики — специалисты в области полимеров. Мы увидим, что картина нашего мира, созданная из ограниченного числа различных атомов, очень обширна и состоит из самых разнообразных веществ. Попытаемся теперь выяснить, что нам известно о веществах, обладающих замечательным свойством постоянства состава.

Мы можем считать, что существует много однородных веществ, в которых химики и спектроскописты нашли составные элементы, соединенные между собой по некоторым определенным «рецептам». Эти вещества называются соединениями. В таких соединениях на каждый грамм одного компонента приходится всегда определенное число граммов каждого другого компонента.

Эти выводы, которые во времена Дальтона были новыми, хорошо согласуются с представлениями об атомах. Если каждый из элементов представляет собой множество одинаковых атомов, которые, вступая в соединения с атомами других элементов, образуют одинаковые группы атомов, то мы можем представить себе большую массу этого соединения с постоянным соотношением элементов. Мы видели, например, что в случае воды на каждый грамм водорода приходится 8 г кислорода. Если бы элементарная частица воды, т. е. молекула воды, состояла из одного атома водорода и одного атома кислорода, то каждая порция воды должна была бы содержать одинаковое число водородных и кислородных атомов. Таким образом, массы водорода и кислорода должны были бы всегда находиться в том же

соотношении, как и массы их атомов. С другой стороны, если молекула воды состоит из двух атомов водорода и одного атома кислорода (а мы знаем, что это так), то каждая порция воды должна содержать атомы водорода и кислорода в отношении два к одному. И в этом случае отношение масс элементов будет постоянным и в то же время равным отношению масс двух атомов водорода к массе одного атома кислорода. Так как атомы одного сорта соединяются вполне определенным образом с атомами другого сорта, мы получаем закон постоянства химического состава.

Существует несколько различных типов молекул, содержащих только водород и кислород. Например, если молекула воды содержит два атома водорода и один атом кислорода, что мы записываем в виде формулы H_2O, то молекула, содержащая только один атом водорода и один атом кислорода, будет уже молекулой совсем другого соединения. Такое простое соединение, состоящее из водорода и кислорода, в действительности существует. Оно называется перекисью водорода.

Каким образом мы могли бы узнать, сколько атомов водорода и кислорода образуют молекулу перекиси водорода? Это можно сделать, разложив некоторое количество перекиси водорода и определив отношение масс водорода и кислорода. Результат, который мы получим для перекиси водорода, будет отличаться от результата для воды тем, что в первом случае с данным количеством кислорода будет соединяться вдвое меньшее количество водорода. В воде на каждые 16 г кислорода приходится 2 г водорода, а в перекиси водорода на каждые 16 г кислорода приходится всего лишь 1 г водорода. Этот результат согласуется с представлением о том, что строение молекулы перекиси водорода имеет вид HO, а молекулы воды — H_2O; однако это еще надо доказать. Дальтон думал, что молекула воды (рис. 8.7) выражается формулой HO, а молекула перекиси водорода — HO_2. Но нам известно, что вода имеет формулу H_2O, значит, перекись водорода должна выражаться формулой H_2O_2 (это означает, что два атома водорода и два атома кислорода, соединяясь между собой, образуют элементарную частицу соединения).

Вода и перекись водорода представляют собой только первые примеры химических соединений. На протяжении этой главы мы увидим их гораздо больше. Для всех соединений сочетания определенного числа атомов различного сорта приводят к постоянным соотношениям элементов. Больше того, как мы уже видели на приведенных выше примерах, всякий раз, когда два элемента образуют различные молекулы, отношение различных по величине масс одного элемента при постоянной величине массы другого элемента равно отношению небольших целых чисел. Это отношение не всегда один к двум, как это было для воды, но оно всегда равно отношению небольших целых чисел. Этот закон, основанный на большом числе наблюдений, выполняется всегда, когда атомы образуют соединения. Если только атомы способны соединяться между собой и образовывать молекулы, то отношение чисел атомов, участвующих в данном

соединении, может быть только отношением небольших целых чисел. Этот закон, известный под названием *закона кратных отношений*, является одним из наиболее важных положений, высказанных Дальтоном и доказывающих атомное строение материи.

По-видимому, одним из наиболее замечательных примеров кратных отношений являются соединения азота и кислорода. Соединение 1 г азота с $^4/_7$ г кислорода представляет собой веселящий газ.

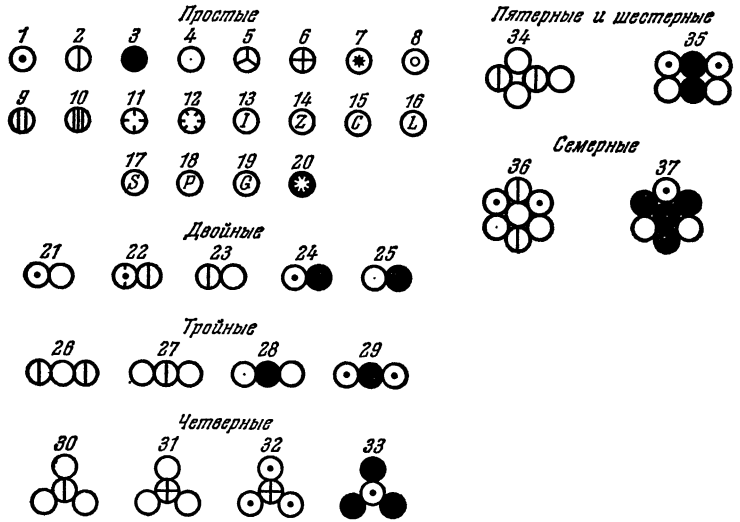


Рис. 8.7. Химические символы, применявшиеся Дальтоном. В начале XIX века (между 1802 и 1808 гг.) Джон Дальтон пытался установить число и тип атомов в молекулах различных соединений. Здесь изображены некоторые из применявшихся им обозначений: *1* — водород, *2* — азот, *3* — углерод, *4* — кислород, *5* — фосфор, *6* — сера, *7* — окись магния, *8* — известь, *9* — сода, *10* — поташ, *11* — стронций, *12* — барит, *13* — железо, *14* — цинк, *15* — медь, *16* — свинец, *17* — серебро, *18* — платина, *19* — золото, *20* — ртуть. Обратите внимание на формулу Дальтона для воды (*21*). Он считал, что вода должна обозначаться символом НО, но мы знаем теперь, что формула воды H_2O. Чтобы установить молекулярную формулу, одних только данных о массах недостаточно. Его формулы для окиси углерода (*25*) и двуокиси углерода (*28*) правильны.

Соединение 1 г азота с вдвое большим ($2 \cdot {}^4/_7$) количеством кислорода представляет собой окись азота. В других соединениях азота и кислорода на 1 г азота приходится кислорода в 3, 4 и 5 раз больше первоначального количества. Другими словами, в различных соединениях с 1 г азота соединяются $1 \cdot {}^4/_7$ г, $2 \cdot {}^4/_7$ г, $3 \cdot {}^4/_7$ г, $4 \cdot {}^4/_7$ г и $5 \cdot {}^4/_7$ г кислорода. Эти целые числа (подобные целые числа известны и для других соединений) непосредственно отражают атомную природу материи.

Постоянные и, в частности, кратные отношения в структурах химических соединений являются строгим доказательством существования атомов. Однако, в отличие от Дальтона, который привел это доказательство еще в начале XIX века, мы располагаем и другими доказательствами существования атомов. Мы нашли доказательство существования естественных единиц материи в образовании

монослоев и других микроструктур. Мы научились считать атомы при радиоактивном излучении. Теперь мы можем прибавить и химические доказательства ко всем эти другим указаниям на существование атомов.

8.6. Задача определения молекулярных формул

Сколько атомов различного сорта должны соединиться между собой, чтобы образовалась молекула чистого вещества? Если мы вернемся к предыдущему разделу, то мы увидим, что законы химического состава не определяют однозначно химической формулы молекул. Мы не могли быть уверены в том, что формула молекулы воды имеет вид H_2O (2 атома водорода и 1 атом кислорода) или что строение молекулы перекиси водорода выражается формулой HO (в действительности оно выражается формулой H_2O_2). Каким образом определить точную молекулярную формулу, будет рассказано в следующих разделах.

Существует много путей определения химических формул и способов их доказательства. Задача составления таблицы химических формул напоминает решение китайской головоломки, в которой предлагается сложить вместе много отдельных кусочков дерева и в конце концов получить сплошное твердое тело. В зависимости от того, как вы начнете складывать кусочки дерева в головоломке или отдельные соединения в таблице, вам удастся или не удастся уложить остальные. Сопоставляя отношения масс, найденные для большого числа соединений, и используя целый ряд других доказательств, химики постепенно добились существенных успехов в определении формул многих соединений.

В истории установления молекулярных формул большую роль играют химические реакции между газами. Однако здесь мы не будем следовать исторической последовательности. Используя некоторые сведения, которые могут быть получены с помощью современной техники подсчета частиц при радиоактивном распаде, а также данные из традиционных методов химии газов, мы покажем, каким образом могут быть установлены химические формулы. Формулы, установленные таким образом, согласуются с теми, которые были получены на основании громадной массы фактов, собранных в течение последнего столетия. Они были проверены другими современными методами, например по измерению масс отдельных атомов и молекул с помощью масс-спектрографа, с которым мы ознакомимся в части IV. Для того чтобы проиллюстрировать определение молекулярных формул, мы в следующем разделе рассмотрим вкратце свойства газов и затем в разделе 8.8 полностью определим несколько формул.

8.7. Число частиц в газах

В разделе 8.3 мы описали опыт, в котором подсчитывались атомы полония при его радиоактивном распаде. Мы видели, что каждый атом полония рано или поздно «взрывается» и выбрасывает быстро

летящую частицу, которую мы можем обнаружить и учесть. Из 10^{-7} кг полония $3 \cdot 10^{17}$ таких частиц испускаются $3 \cdot 10^{17}$ атомами полония, первоначально находившимися в образце. Однако этим дело не ограничивается. Вылетевшие частички обладают некоторой массой. Поэтому масса полония при его радиоактивном распаде уменьшается. Взвешивая образец после опыта, мы убеждаемся в том, что вылетевшие частички уносят с собой массу, составляющую около 2% от первоначальной массы. Проводя такой же опыт в запаянной стеклянной трубке, мы можем предотвратить уход частиц. В конце этого опыта в трубке будет содержаться не только металл, но и другое вещество — газ гелий. Теперь взвешивание показывает, что масса гелия, образовавшегося из вылетевших частиц, почти полностью компенсирует уменьшение массы исходного продукта. Кроме того, такой опыт показывает, что металл, образовавшийся к концу процесса распада, уже не является полонием. Полоний превращается в обычный нерадиоактивный металл — свинец.

Очевидно, что когда атом полония «взрывается», он выбрасывает частицу гелия, и то, что после этого остается, представляет собой частицу свинца. Гелий может быть собран, как это впервые было сделано Резерфордом, и мы таким образом можем получить некоторое количество гелия, содержащего известное число его частиц. Из 10^{-7} кг полония мы получаем $3 \cdot 10^{17}$ частиц гелия, а из 1 г мы получили бы $3 \cdot 10^{21}$ частиц. Взвесив это количество гелия, мы находим, что его масса составляет 0,02 г, т. е. около $6{,}7 \cdot 10^{-24}$ г в расчете на одну частицу гелия.

Теперь, используя эти данные, мы сможем кое-что узнать о поведении газа. Мы можем определить, сколько частиц гелия занимают данный объем при определенных температуре и давлении. Можно взять очень легкий пузырь из пластмассы, обладающий в заполненном состоянии определенным объемом, например 5 л, и найти, сколько нужно частиц гелия, чтобы при комнатной температуре заполнить ими пузырь таким образом, чтобы он сохранил свою форму при атмосферном давлении. Конечно, таким образом нельзя получить точные результаты. Но если произвести в принципе такой же, но более точный опыт, то мы найдем, что 0,89 г газа гелия занимают объем 5 л ($5 \cdot 10^{-3}$ м^3) при атмосферном давлении и при температуре таяния льда (т. е. при 0 °С). Эти 0,89 г. содержат

$$0{,}89 \text{ г} / (6{,}7 \cdot 10^{-24} \text{ г на частицу гелия}) = 1{,}34 \cdot 10^{23} \text{ частиц гелия.}$$

Таким образом, мы заключаем, что $1{,}34 \cdot 10^{23}$ частиц при этих условиях занимают объем 5 л. Отметим, что объем, занимаемый одной частицей газа, равен

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / (1{,}34 \cdot 10^{23} \text{ частиц гелия}) = 4 \cdot 10^{-26} \text{ м}^3 \text{ на частицу гелия.}$$

Как мы видели ранее в этой главе, это приблизительно в тысячу раз больше, чем объем $30 \cdot 10^{-30}$ м^3, обычно занимаемый атомами в молекуле. Может ли частица гелия занимать такой большой

объем? Чтобы ответить на этот вопрос, подумаем о свойствах газов. Более детально мы займемся ими позже, однако любой из нас наблюдал сжатие газов. Например, мы можем заставить большие количества газа занимать при некотором давлении (больше атмосферного) тот же самый объем в автомобильной камере.

Таким образом, мы видим, что газы легко сжимаемы; они легко смешиваются друг с другом и при этом один газ проникает в другой; они распространяются во все стороны до тех пор, пока не заполнят весь объем независимо от его формы. Эти повседневные наблюдения показывают, что газы состоят из большого числа молекул, которые сами занимают небольшую часть объема, занятого газом в целом. Между молекулами существует пустое пространство, значительно большее, чем объем, занимаемый самими молекулами, и благодаря этому свободному пространству молекулы одного газа легко могут проникать в другой газ.

Модель газа с отдельными свободно летающими молекулами, находящимися друг от друга на расстояниях, значительно больших, чем их собственные размеры, в состоянии объяснить обычные свойства газа. Эта модель объясняет также то, что объем каждой частицы гелия гораздо меньше, чем 40 000 кубических ангстрем (Å^3) *), которые она должна занимать при обычной температуре и нормальном давлении. Что же тогда определяет число частиц газа, занимающих данный объем? Имеют ли все газы одно и то же число частиц в одинаковых объемах? Зависит ли это число от массы отдельных молекул или, может быть, от каких-либо других свойств? Чтобы ответить на эти вопросы, мы теперь обратимся к другому газу.

Газ радон представляет собой продукт радиоактивного распада, и мы может определить число частиц в образце радона**). Изучая свойства радона, мы находим, что $1{,}34 \cdot 10^{23}$ его частиц должны занимать объем 5 л при атмосферном давлении и при температуре 0 °С. Другими словами, при одинаковой температуре и одинаковом давлении одно и то же число частиц гелия и радона занимает в точности один и тот же объем. Однако масса радона в указанных условиях вместо 0,89 г, которые мы нашли для массы гелия, равна 49, 5 г. Поэтому масса каждой частицы радона приблизительно в 55 раз больше массы частицы гелия. Тем не менее с точки зрения поведения этих частиц как частиц газа и те, и другие частицы ведут себя одинаково. Предположим теперь, что мы повторяем опыт с гелием и с радоном при разных температурах и давлениях. Тогда мы

*) 1 Å$=10^{-10}$ м; 1 Å$^3=10^{-30}$ м^3; $(4 \cdot 10^{-26}$ м$^3)/(10^{-30}$ м^3/Å$^3)=40\,000$ Å^3.

**) Для этого мы берем некоторое точно известное количество радия и откачиваем радон, образующийся при его распаде. Затем по скорости распада радия мы находим число частиц радона, выделившихся за некоторый короткий промежуток времени. Однако радон также распадается. Половина его атомов распадается с вылетом частиц гелия за время немного меньшее, чем четверо суток. По скорости, с которой он образуется при распаде радия, а также по скорости его собственного распада мы можем точно определить, сколько частиц радона мы будем иметь в образце за определенное время.

обнаружим, что при давлениях и температурах, одинаковых для обоих газов, число частиц в одинаковых объемах будет одним и тем же для гелия и для радона.

Несмотря на то, что одинаковые количества частиц двух совершенно различных газов ведут себя одинаково, нам нужно знать, будут ли одинаковые количества частиц всех газов занимать одинаковые объемы при одних и тех же температурах и давлениях? К сожалению, для большинства газов не так-то легко сосчитать число частиц. Мы воспользуемся косвенным методом исследования. Этот метод покажет, что число частиц будет одним и тем же, и это позволит нам определять молекулярные формулы.

8.8. Определение молекулярной формулы

Мы начнем с того, что соберем образцы различных газов, содержащих водород. К числу обычных соединений, содержащих водород, относятся: хлористоводородная (соляная) кислота, газ водород, вода и аммиак. Предположим, что мы берем равные объемы газов каждого из этих соединений при одних и тех же температуре и давлении. Теперь мы допустим, что число молекул, т. е. число частиц газа, в каждом образце одинаково. Это допущение известно под названием *гипотезы Авогадро* — итальянского физика, высказавшего ее в 1811 г. Какие следствия мы можем ожидать, исходя из этой гипотезы?

В соответствии с нашим представлением об атомах и молекулах все молекулы данного газа должны быть одинаковыми. Если молекулы содержат водород, то каждая молекула данного вещества должна содержать одно и то же число атомов водорода. На каждую молекулу в этих веществах приходится один, два, три и т. д. атомов водорода. Таким образом, на каждую молекулу приходится целое число атомов водорода. Если в каждом из образцов различных газов содержится одно и то же число молекул, мы приходим к выводу, что в каждом образце газа, молекула которого содержит только один атом водорода, должна содержаться одна и та же масса водорода. В газе, состоящем из молекул с двумя атомами водорода, должно быть точно в два раза больше водорода. А в газе, молекулы которого содержат три атома водорода, должно быть точно в три раза больше водорода. Если мы теперь разложим наши соединения и определим массу водорода в образцах различных газов, то должны получиться или одинаковые массы, или же массы, отношения которых должны быть равны отношениям небольших целых чисел.

Это является следствием гипотезы Авогадро, которое может быть проверено экспериментально. В середине XIX столетия были измерены массы различных элементов, содержащихся в стандартных пробах*) газов. В это же время Станислао Канниццаро сделал

*) Т. е. в условиях, когда исследуемые газы занимают один и тот же объем при равных температурах и давлениях. *(Прим. ред.)*

сводку полученных результатов. С тех пор были выполнены многие экспериментальные исследования такого рода. Например, были получены следующие экспериментальные результаты: 1) при одних и тех же условиях масса водорода в определенном объеме газа водорода в точности в два раза больше, чем масса водорода в том же объеме паров хлористоводородной кислоты; 2) масса водорода в парах воды также в два раза больше, чем в парах хлористоводородной кислоты, и 3) масса водорода в парах аммиака в три раза больше, чем в парах хлористоводородной кислоты. Эти и некоторые другие данные приведены в табл. 8. 1.

ТАБЛИЦА 8.1

Масса водорода, содержащегося в равных объемах различных газов при одинаковых температуре и давлении

Газ	Масса водорода, г	Газ	Масса водорода, г
Пары хлористоводородной кислоты	0,1	Пары азотной кислоты	0,1
Водород	0,2	Ацетилен	0,2
Пары воды	0,2	Пропан	0,8
Пары аммиака	0,3	Этилен	0,4
Метан	0,4	Хлористый аммоний	0,4
		Этан	0,6

Обратите внимание на то, что отношения этих чисел представляют собой целые числа. Эти данные с большой точностью подтверждают нашу гипотезу о том, что при одних и тех же температуре и давлении в равных объемах любых газов содержится одно и то же число молекул. Кроме того, из этих данных следует, что каждая молекула хлористоводородной кислоты содержит один атом водорода; каждая молекула газа водорода и паров воды содержит по два атома водорода, и, наконец, каждая молекула паров аммиака содержит три атома водорода.

Конечно, молекула хлористоводородной кислоты может содержать два атома водорода (H_2Cl_2), точно так же, как молекула газа водорода или паров воды — четыре атома водорода (H_4 и H_4O_2), а молекула аммиака — шесть атомов водорода (N_2H_6), но такая возможность представляется очень маловероятной. Даже после многих лет тщательных поисков химики не нашли ни одного соединения, в котором количество водорода на одну молекулу было бы меньше, чем в хлористоводородной кислоте. Они не обнаружили ни одного соединения, в котором количество водорода было бы промежуточным между тем, сколько его содержится в хлористоводородной кислоте и в парах воды, или в парах воды и в парах аммиака. Если бы в молекуле хлористоводородной кислоты было два атома водорода, то мы должны были бы ожидать, что существуют другие

соединения, содержащие только один атом водорода в молекуле. В таких соединениях масса водорода должна была бы составлять половину той, которая содержится в хлористоводородной кислоте. Мы должны были бы также найти молекулы с тремя атомами водорода. Они должны были бы содержать массу водорода, промежуточную между той, которая содержится в хлористоводородной кислоте и в парах воды. Отсутствие любого из таких соединений является строгим доказательством, подтверждающим представление о том, что рассмотренные нами молекулы содержат в точности один, два и три атома водорода в молекуле вместо двух, четырех и шести или любого другого числа.

Представление о том, что образцы с наименьшим количеством водорода состоят из молекул, содержащих только один атом водорода, вытекает почти непосредственно из определения атома как основной единицы или наименьшего количества элемента, существующего в природе. Это подтверждается также и тем, что величина массы водорода в его соединениях кратна целым числам. Следовательно, мы убеждаемся в том, что в молекулах основные единицы, т. е. атомы, присутствуют в целочисленных количествах. Основываясь на этом положении, подтвержденном конкретными доказательствами, можно определять структуру молекул во всех ее деталях.

Другие доказательства (некоторые из которых мы рассмотрим в части IV) полностью согласуются с приведенными выше выводами. Например, длина молекулы газообразного водорода приблизительно в два раза больше ее ширины. В согласии с нашими прежними выводами о том, что каждая молекула газообразного водорода состоит из двух атомов, можно считать, что эта молекула состоит из двух единиц. Кроме того, при достаточно высокой температуре мы можем разложить молекулу обычного газообразного водорода на два водородных атома. Это является совершенно убедительным доказательством того, что молекулы газообразного водорода могут быть записаны в виде H_2. Кроме того, мы можем быть уверены также и в том, что каждая молекула паров воды содержит только два атома водорода; молекула хлористоводородной кислоты содержит один, а молекула аммиака — три атома водорода. Для этих молекул мы теперь точно нашли ту часть формул, которая определяет содержание водорода.

Теперь для некоторых соединений мы знаем число атомов водорода в молекуле. Чему, однако, равно число атомов хлора в молекуле паров хлористоводородной кислоты или число атомов кислорода в молекуле паров воды? Существует несколько способов для того, чтобы ответить на эти вопросы. Один из способов заключается в использовании такого же метода, который мы применили при определении числа атомов водорода в молекуле. Например, чтобы узнать, как выглядит полная формула молекулы хлористоводородной кислоты, мы можем рассмотреть ряд газообразных соединений хлора. В дополнение к хлористоводородной кислоте мы возьмем

сам хлор, представляющий собой зеленоватый ядовитый газ. Мы может использовать также два других вещества, содержащих хлор: пары хлороформа и четыреххлористого углерода (применяемого в качестве обычной, но ядовитой жидкости для чистки). Возьмем равные объемы этих газов при определенных температуре и давлении и затем определим массу содержащегося в них хлора. Мы найдем при этом, что масса хлора в газообразном хлоре точно в два раза больше, чем в хлористоводородной кислоте. Масса хлора в парах хлороформа в три раза больше и в четыреххлористом углероде в четыре раза больше, чем в хлористоводородной кислоте. Поэтому мы приходим к выводу, что в молекуле хлористоводородной кислоты имеется один атом хлора, в молекуле газообразного хлора — два атома хлора, в молекуле хлороформа — три атома хлора и в молекуле четыреххлористого углерода — четыре атома хлора. Теперь мы полностью выяснили структуру молекулы хлористоводородной кислоты. Молекула хлористоводородной кислоты содержит один атом водорода и один атом хлора, и формула этой молекулы имеет вид HCl. Мы также установили, что как молекула газообразного водорода, так и молекула газообразного хлора содержат два атома. Молекулы этих газов выражаются формулами Cl_2 и H_2.

Мы можем распространить этот метод анализа на многие соединения. Например, при изучении газов, содержащих азот или кислород, мы находим, что молекула аммиака имеет вид NH_3, воды — H_2O, закиси азота — N_2O, газообразного кислорода — O_2, азота — N_2 и т. д. Используя такой метод рассуждения, мы можем получить химические формулы для молекул многих соединений.

8.9. Закон объемных отношений

Все, по-видимому, в порядке — однозначность наших выводов хорошо подтверждает гипотезу Авогадро о том, что одинаковые количества молекул газа занимают один и тот же объем при данных температуре и давлении. Дальнейшее подтверждение этой гипотезы может быть получено при изучении объемов газов, которые образуются при разложении соединений. Допустим, что мы разлагаем хлористоводородную кислоту. Мы начинаем опыт, имея некоторое количество паров хлористоводородной кислоты, занимающих известный нам объем при определенных температуре и давлении. Хлористоводородную кислоту мы разлагаем на водород и хлор (рис. 8. 8). Так как водород и хлор также представляют собой газы, мы можем собрать их по отдельности. При начальной температуре и начальном давлении каждый газ занимает точно половину объема, первоначально занятого парами хлористоводородной кислоты.

Это результат в точности соответствует тому, что мы должны были ожидать. Каждая молекула паров хлористоводородной кислоты представляет собой HCl. В согласии с нашим прежним заключением, каждая молекула хлористоводородной кислоты содержит только по одному атому водорода и хлора (см. рис. 8. 8). С другой стороны, каждая молекула газообразного водорода содержит по два атома

водорода и каждая молекула газообразного хлора также содержит по два атома хлора. Следовательно, по сравнению с первоначальным количеством молекул паров хлористоводородной кислоты мы получим только половину молекул газообразного водорода и половину молекул газообразного хлора. В соответствии с гипотезой Авогадро половина молекул любого сорта должна занимать половину объема. Поэтому при тех же условиях (температуры и давления) газообразный водород, как и газообразный хлор, должен занимать только половину объема, первоначально занятого парами HCl. Именно к такому выводу мы и приходим на опыте.

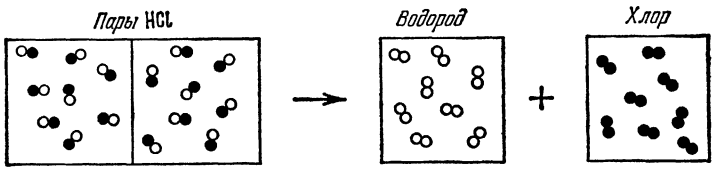


Рис. 8.8. Два объема паров HCl образуют один объем водорода и один объем хлора при тех же температуре и давлении.

Рассмотрим теперь еще один пример. Предположим, что мы разлагаем воду. Будем исходить из того, что формула молекулы паров воды имеет вид H_2O. При разложении паров воды каждая молекула должна давать один атом кислорода и два атома водорода. Поэтому при разложении паров воды мы должны получить столько же молекул водорода, сколько первоначально было молекул паров воды (напомним, что молекула газообразного водорода представляет собой H_2, так как каждая молекула водорода содержит два атома). Поэтому при тех же температуре и давлении газообразный водород должен занимать такой же объем, какой первоначально занимали пары воды. Этот вывод в точности подтверждается экспериментально.

Так как мы знаем, что каждая молекула кислорода состоит из двух атомов, а в каждой молекуле паров воды находится только один атом кислорода, мы можем ожидать, что при тех же условиях температуры и давления объем выделившегося кислорода будет составлять только половину объема, первоначально занятого парами воды. Это также в точности соблюдается на опыте.

Вообще мы дожны считать, что при разложении того или иного вещества объемы образующихся при этом газов при тех же условиях температуры и давления должны относиться между собой как простые целые числа. Таким образом, если вещества образуются в результате химических реакций между газами, то отношение объемов используемых при этом газов должно быть отношением простых целых чисел. Эти выводы о соотношении объемов обычно подтверждаются.

Мы вели изложение совсем не в том порядке, какой соответствовал бы истории развития учения о свойствах газов, и даже почти в обратном порядке. *Закон объемных отношений*, до которого

мы только что дошли, в действительности был сформулирован французским химиком Гей-Люссаком еще в 1808 г. Затем в 1811 г. итальянский физик Авогадро показал, что закон объемных отношений приобретает наглядный смысл с точки зрения представлений об атомном строении материи. Он ввел допущение, что равные объемы газов при одних и тех же температуре и давлении содержат одинаковое число молекул. Работа Канниццаро, относящаяся приблизительно к 1858 г., подтвердила правоту Авогадро. Как мы видели, в настоящее время гипотеза Авогадро полностью подтвердилась и превратилась в закон Авогадро. Пользуясь современными методами, мы можем даже подсчитать число молекул в данной порции газа.

8.10. Массы атомов и молекул

1. Так как мы знаем число молекул в каком-нибудь объеме газа и можем измерить массу газа в этом объеме, мы легко можем определить массу одной молекулы. Масса молекулы газообразного водорода, измеренная таким способом, приблизительно равна $3{,}34 \cdot 10^{-24}$ г. Масса молекулы кислорода в 16 раз больше, она равна $5{,}3 \cdot 10^{-23}$ г. Мы могли бы написать длинный список масс молекул, определенных этим способом.

От масс молекул мы может перейти к массам атомов. Мы знаем, что каждая молекула водорода состоит из двух атомов. Поэтому масса атома водорода будет равна

$$(3{,}34 \cdot 10^{-24}\ \text{г}) : 2 = 1{,}67 \cdot 10^{-24}\ \text{г}.$$

Этим способом найдены значения масс для атомов, приведенные в табл. 8. 2.

ТАБЛИЦА 8.2

Массы атомов, измеренные методом 1

Атом	Масса, 10^{-24} г	Атом	Масса, 10^{-24} г
Хлор	58,9	Азот	23,2
Фтор	31,5	Кислород	26,6
Гелий	6,64	Натрий	38,1
Водород	1,67		

2. Не каждый элемент может быть легко превращен в газ. Например, мы получали чистый углерод в виде графита или алмаза, но ни тот, ни другой легко не испаряется. Однако мы можем найти массу атома углерода, измеряя массу молекулы газообразной двуокиси углерода CO_2. Используя метод, изложенный в разделе 8.8, а также и другие соображения, мы можем написать формулы для многих газообразных соединений углерода. Мы определяем массу молекулы CO_2, измеряя массу стандартного объема CO_2 при стандартных температуре и давлении. Мы находим, что она равна

$7{,}3 \cdot 10^{-23}$ г на молекулу. И так как мы уже знаем, что масса O_2 составляет $5{,}3 \cdot 10^{-23}$ г, мы легко находим, что масса одного атома углерода будет равна $2 \cdot 10^{-23}$ г. Используя эти химические методы, мы можем найти массы любых атомов. Некоторые из них приведены в табл. 8.3.

ТАБЛИЦА 8.3

Массы атомов, определенные методом 2

Атом	Масса, 10^{-24} г	Масса, а. е. м.	Атом	Масса, 10^{-24} г	Масса, а. е. м.
Алюминий	44,8	26,98	Ртуть	333	200,59
Углерод	19,9	12,01	Неон	33,5	20,18
Хлор	58,9	35,45	Азот	23,2	14,01
Медь	105	63,54	Кислород	26,6	15,999
Фтор	31,5	19,00	Кремний	46,6	28,09
Золото	327	196,97	Серебро	179	107,87
Гелий	6,64	4,003	Натрий	38,1	22,99
Водород	1,67	1,008	Сера	53,2	32,06
Железо	92,8	55,85	Уран	394	238,03
Свинец	344	207,19	Цинк	109	65,37

В настоящее время на основании данных, полученных различными методами, известны массы примерно 100 элементов с очень высокой точностью.

Когда мы имеем дело с массами элементов и молекул, во многих случаях очень неудобно выражать их в граммах или килограммах. Мы всегда делим эти значения масс на большое число (около 10^{24}), которое уменьшает масштаб от размера нашего пальца до размера атома. Задолго до того, как этот масштабный множитель был определен с большой точностью, массы атомов и молекул выражались в удобном относительном масштабе. Джон Дальтон сам выбрал самый легкий элемент, водород, за основу для системы относительных масс атомов.

Однако более поздние измерения показали, что массы атомов других элементов не кратны массе атома водорода. Кроме того, было установлено, что некоторые элементы состоят из двух или большего числа сортов атомов, отличающихся друг от друга по массе, но обладающих почти одинаковыми химическими свойствами; например, 75% атомов природного хлора имеют массу, приблизительно в 35 раз большую, чем масса атомов водорода, а 25% обладают массой, в 37 раз большей, чем масса тех же атомов водорода. Атомы одних и тех же элементов, отличающиеся по массе, мы называем различными изотопами элемента. Два изотопа хлора, о которых только что шла речь, обозначаются Cl^{35} и Cl^{37}. Как вы узнаете потом из более детального изложения в разделе 8.12,

верхний индекс у обозначения элемента (называемый массовым числом) указывает на внутреннюю структуру изотопов атомов.

Изотоп углерода C^{12} был выбран в качестве стандарта общепринятой шкалы атомных единиц массы*). Атомная масса этого элемента принята равной точно 12 атомным единицам массы (а.е.м.); в этой шкале водород, например, обладает атомной массой, равной 1,008 а.е.м., а кислород 15,999 а.е.м. (табл. 8.3). Обратите внимание на то, что сам углерод в этой шкале обладает атомной массой, равной 12,01 а.е.м.; это значение, как и все другие, приведенные в табл. 8.3, представляет собой среднее значение атомной массы элемента с учетом относительной распространенности всех его изотопов в естественных условиях. Изотоп углерода C^{13}, относительное содержание которого составляет 1,1%, повышает среднюю атомную массу углерода по сравнению с той, которая преимущественно встречается в природе, до значения, немного большего, чем 12 а.е.м. Преимущество шкалы, основанной на изотопе C^{12}, перед шкалой, основанной на водороде, состоит в том, что масса любого изотопа в атомных единицах массы оказывается очень близкой к массовому числу данного изотопа. Например, изотоп урана U^{238} имеет атомную массу в шкале C^{12}, равную 238,05 а.е.м. в то время как масса этого изотопа только в 236,20 раз больше массы атома водорода.

Так как мы знаем абсолютные или относительные значения масс атомов, мы легко можем найти массы, входящие в состав различных соединений. Например, в закиси азота (N_2O) 28 г азота связаны с 16 г кислорода, что дает отношение $^7/_4$, указанное раньше. В аммиаке (NH_3) 14 г азота находятся в соединении с 3 г водорода. В азотной кислоте (HNO_3) 1 г водорода связан с 14 г азота и 48 г кислорода.

Эти примеры представляют ограниченный интерес. Составные массы химических соединений хорошо известны, и их можно использовать для составления соответствующих таблиц. Однако из табл. 8.3, зная соответственные химические формулы, мы можем получить значения составных масс для всех типов соединений без того, чтобы каждое из них определять опытным путем. Подобные расчеты используются для определения количества различных химических соединений, необходимых для химических процессов, применяемых в промышленности.

Значительно более существенно применение наших знаний относительных масс атомов при исследовании неизвестных соединений. Исходя из этих данных, мы можем установить неизвестные нам химические формулы. Предположим, например, что мы не знаем формулы соединения, в котором кислород и водород соединяются таким образом, что отношение их масс равно 16 : 1. Из табл. 8.3 мы

*) Следует иметь в виду, что в большинстве таблиц атомных масс, опубликованных до 1961 г., за единицу атомной массы принята $^1/_{16}$ массы атома кислорода. Вследствие ряда серьезных трудностей в 1961 г. пришлось официально отказаться от кислородной шкалы и заменить ее шкалой, основанной на изотопе углерода C^{12}.

находим, что в этом соединении кислород и водород соединяются в отношении 1 : 1. Этот пример тривиален, так как мы знаем, что перекись водорода такого состава несомненно существует. Однако принцип нахождения формулы неизвестного соединения из этого примера достаточно ясен. Пользуясь этим способом, химики и получают сведения о более сложных соединениях.

8.11. Понятие моля и число Авогадро

В предыдущем разделе было указано, что если масса молекулы в граммах по порядку величины составляет около 10^{-24} г, то эта же масса в а.е.м. имеет порядок 1 а.е.м. Каково же точное соотношение между граммом и атомной единицей массы (а.е.м.)? Возьмем, например, водород. Для него мы получаем

$$1{,}67 \cdot 10^{-24}\ \text{г} = 1{,}008\ \text{а.е.м.},$$
$$1{,}00\ \text{г} = 1{,}008/(1{,}67 \cdot 10^{-24}) = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{а.е.м.}$$

Другими словами, единица массы в 1 грамм в $6{,}02 \cdot 10^{23}$ раз больше атомной единицы массы. Если взять 1,008 г водорода, то его масса будет в $6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}008$ раз больше атомной единицы массы или в $6{,}02 \cdot 10^{23}$ раз больше массы атома водорода, т. е. 1,008 г водорода должны содержать $6{,}02 \cdot 10^{23}$ атомов водорода. Точно так же 4,003 г гелия обладают массой, в $6{,}02 \cdot 10^{23}$ большей, чем масса одного атома гелия, и содержат $6{,}02 \cdot 10^{23}$ атомов гелия. Число $6{,}02 \cdot 10^{23}$ называется числом Авогадро.

Как мы только что показали, если один атом какого-нибудь элемента обладает массой m а.е.м., то число атомов этого элемента, равное числу Авогадро, будет обладать массой m грамм. Например, один атом водорода обладает массой, равной 1,008 а.е.м., а $6{,}02 \cdot 10^{23}$ атомов водорода будут обладать массой в 1,008 грамм. Мы будем называть $6{,}02 \cdot 10^{23}$ одинаковых частичек *молем* этих частичек; например, мы можем сказать, что моль атомов водорода имеет массу, равную 1,008 г. Аналогичным образом моль атомов кислорода обладает массой в 15,999 г.

Этот способ определения моля довольно многословен и скучен, хотя в нашем изложении мы и опустили многие исторические детали. Если бы мы взялись заново переделать физику на рациональной основе, несомненно мы должны были бы пойти другим путем. Мы должны были бы начать с выбора удобного круглого числа, вроде 10^{24}, для того чтобы определить моль одинаковых объектов. Затем мы должны были бы ввести единицу массы как 1/12 массы моля углерода-12. Таким образом, сама природа дала бы нам единицу массы, что позволило бы заменить ею грамм и дать масштабный множитель (представляющий собой число десять в определенной степени) для перехода от атомов к обычным объектам. К сожалению, такая замена должна была бы вступить в противоречие с широко распространенной во всем мире системой измерения масс в граммах. Многие наши единицы, например единицы для измерения силы и энергии, выражаются через применяемые в настоящее вре-

мя единицы массы. Такая замена непрактична, поэтому мы будем продолжать пользоваться килограммом, прототип которого находится в Севре, и молями, содержащими $6{,}02 \cdot 10^{23}$ объектов.

Из химической формулы данной молекулы мы можем установить, чему равна масса моля этой молекулы. Моль молекулы водорода (каждая молекула водорода содержит два атома водорода) обладает массой в 2,016 г. Масса моля молекулы воды равна 18,015 г. Число грамм в моле (молекул) вещества равно числу атомных единиц массы в массе одной молекулы.

В разделах 8.7 и 8.9 мы видели, что моль любого вещества занимает один и тот же объем, если вещество при атмосферном давлении и температуре таяния льда находится в газообразном состоянии, а частицы, образующие вещество, достаточно малы. Мы пришли там к выводу, что $1{,}34 \cdot 10^{23}$ молекул газа занимают при этих условиях объем 5 л. Соответственно с этим моль молекул газа занимает объем, равный

$$(5 \text{ л}) \cdot (6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ молекул})/(1{,}34 \cdot 10^{23} \text{ молекул}) = 22{,}4 \text{ л}$$

при атмосферном давлении и температуре таяния льда.

И наоборот, если какое-нибудь соединение или какой-нибудь элемент может существовать в газообразном состоянии при данном давлении и данной температуре, то измеряя массу 22,4 л этого газа, мы тем самым определяем число атомных единиц массы в одной молекуле этого газа. Например, если мы нашли, что 22,4 л двуокиси углерода при 0 °С и атмосферном давлении обладали массой 44,0 г, то тем самым мы знаем, что одна молекула двуокиси углерода обладает массой, равной 44,0 а.е.м.

Несмотря на то, что моль любого газа, состоящего из большого числа малых частичек, занимает один и тот же объем при одинаковых температуре и давлении, этот газ, будучи сконденсирован в жидкость или твердое тело, будет занимать совсем другой объем. Например, 2,016 г жидкого водорода и 31,999 г жидкого кислорода не будут занимать один и тот же объем, хотя оба вещества будут находиться в жидком состоянии при одинаковых температуре и давлении. Объем жидкостей и твердых тел зависит от размеров самих молекул.

8.12. Внутренняя структура материи

Изучая громадное число разнообразных соединений, химики пришли к выводу, что все эти соединения состоят примерно из ста элементов. Сегодня мы идем еще дальше. Теперь возможен изотопный анализ самих элементов. Более того, атомы одного элемента могут быть превращены в атомы другого элемента, хотя, правда, для этого обычные химические средства недостаточны. Этого можно достигнуть, в соответствии с определенными закономерностями, лишь с помощью таких установок, как циклотрон, применяемый в ядерной физике.

Мы установили, что все атомы кажутся состоящими из одних и тех же основных частиц: электронов, протонов и нейтронов. Массы протона и нейтрона почти одинаковы, а масса электрона составляет всего 1/1836 их массы. Изотопы данного элемента отличаются друг от друга числом нейтронов. Например, атом обычного водорода состоит из одного протона и одного электрона, однако существует довольно редко встречающийся в природе изотоп водорода, содержащий дополнительный нейтрон (этот изотоп обладает массой 2,015 а.е.м. и его часто называют дейтерием от греческого слова *дейтерос*, что значит «второй»).

Теперь мы видим, почему можно ожидать, что масса любого атома будет приблизительно кратна массе протона. При более точном подсчете должны быть введены различные поправки: на различие масс протона и нейтрона, на массу электронов и т. п. Мы можем считать, что массовое число изотопа, определяемое суммой числа протонов и нейтронов в атоме, приблизительно равно численному значению атомной массы, выраженному в атомных единицах массы (а.е.м.).

8.13. Молекулы и твердые тела

Одной из важнейших задач, над решением которой работают физики, является изучение структуры материи. Физики изучают не только структуру атома, но и взаимное расположение групп атомов. В случае газов естественней говорить о молекулах, так как в газах молекулы или группы атомов удалены друг от друга. Но иногда, например в некоторых твердых телах, группы упакованы между собой настолько плотно, что трудно или даже невозможно решить, к какой группе принадлежит данный атом. В кусочке обычной соли (хлористый натрий), формула которой NaCl, каждый атом Na окружен атомами Cl и каждый атом Cl — атомами Na (рис. 8.9). Каким образом мы можем мысленно разделить это собрание атомов на молекулы? В алмазе, например, вообще все атомы одинаковы и нет никаких атомных группировок. Группа, состоящая всего только из нескольких сотен атомов углерода, расположенных в определенном порядке, может обладать такими же свойствами алмаза, как и 10^{22} атомов (0,2 г). Сколько же нужно атомов углерода, чтобы образовалась молекула алмаза? Очевидно, что при описании строения вещества понятие молекулы не обладает той же универсальностью, как понятие атома. Так как химия

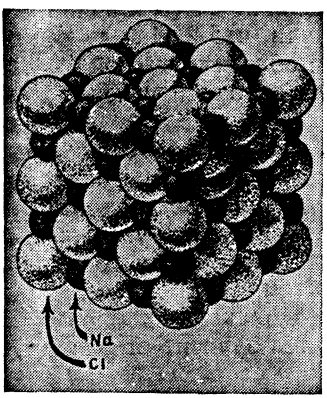


Рис. 8.9. В хлористом натрии каждый атом натрия (маленькие шарики) окружен атомами хлора (большие шарики) и каждый атом хлора окружен атомами натрия. Можно ли решить, какая определенная пара атомов образует молекулу NaCl?

изучает любые расположения атомов, мы должны во многих случаях рассматривать и такие атомные структуры, к которым слово «молекула» должно применяться с осторожностью. Перейдем теперь к обсуждению структуры твердых тел, т. е. той области физической науки, которую изучают как физики, так и химики.

8.14. Кристаллы. Физика твердого состояния

Твердые гладкие грани естественного кристалла кварца, напоминающие маленькие кубики поваренной соли, никогда не обрабатывались человеческими руками с помощью каких бы то ни было

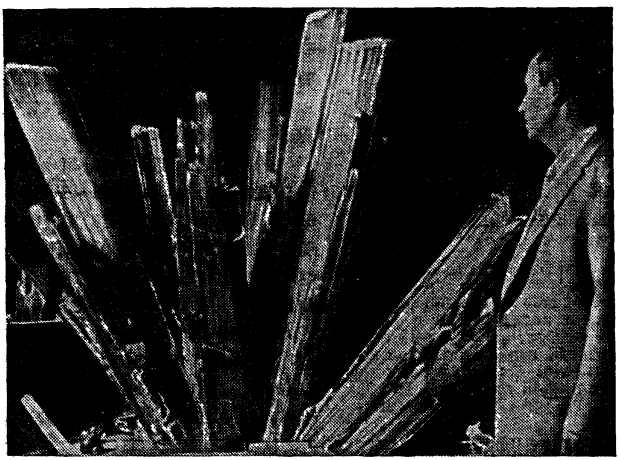


Рис. 8.10. Большая группа кристаллов гипса из свинцовых рудников в Мексике. Эта группа имеет высоту больше метра. Однако даже крошечный образец гипса, который вы можете вырастить на покровном стекле, будет иметь такую же структуру; ее можно рассмотреть с помощью лупы. Если создать соответствующие условия и выждать достаточно долгое время, то можно вырастить кристалл, сравнимый с тем, который изображен на этом рисунке.

инструментов. Однако строгая симметрия кристаллов всегда очаровывала человека. Еще в доисторические времена люди находили блестящие кристаллы и собирали их. Постоянство кристаллических граней при очевидном беспорядке в неорганическом мире представляется имеющим какой-то особый смысл. Невольно возникает вопрос, каким образом материя может принимать такие упорядоченные и совершенные формы?

Если бы кристаллы встречались редко, как музейные экспонаты или ограненные драгоценные камни, то мы могли бы не торопиться с ответом на этот вопрос. Ведь изучение кристаллов представляет собой лишь незначительную часть громадной науки об окружающем мире. Однако эта кажущаяся редкость является иллюзорной. За долгие геологические времена из веществ, подобных кварцу, при высокой температуре и большом давлении в сжатых слоях земной коры природа сама создала изумительные по красоте кристаллы (рис. 8.10). Любой человек при соблюдении определен-

ных условий сам может вырастить превосходный большой кристалл из раствора самых обычных химикатов, таких, как сахар, квасцы или бромистый натрий (рис. 8.11). Для этого, правда, нужно запастись некоторым терпением, но не на тысячелетия, которыми измеряются геологические эры, а всего лишь на несколько дней. Кристаллы могут образовываться из самых разнообразных веществ, каждое из которых требует для кристаллизации вполне определенных условий. Таким образом, кристаллы, и даже большие, могут образовываться не только в результате какого-то неизвестного нам геологического воздействия.

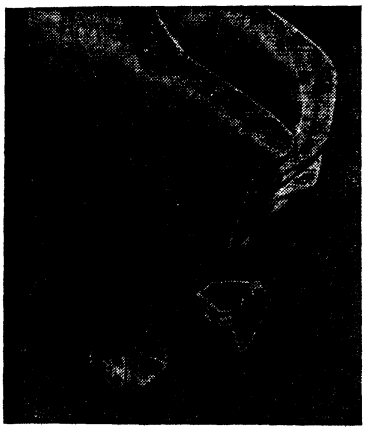


Рис. 8.11. Кристаллы бромистого натрия. Такие хорошо оформленные кристаллы могут быть выращены в течение нескольких дней в вашем подвале или в холодильнике. Они представляют собой правильные тетраэдры, выращенные на зародыше кристалла, привязанном к длинной нити.

Маленькие кристаллы встречаются очень часто. Под микроскопом можно наблюдать кристаллическое строение соли, сахара или обожженной извести. Более того, любой кусочек металла и почти все минеральные вещества, вплоть до глины и песка, представляют собой просто-напросто компактную массу крошечных кристалликов, упорядоченное строение которых может быть обнаружено самыми разнообразными способами. Например, кристаллическую

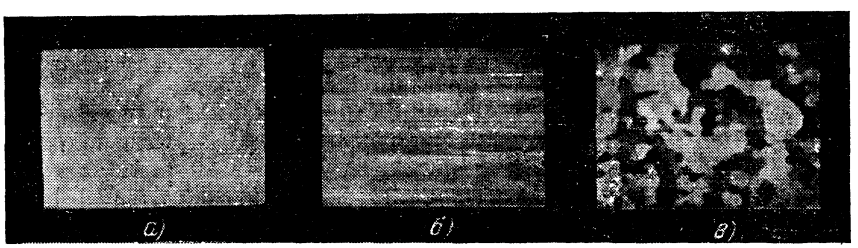


Рис. 8.12. Кристаллическое строение многих обычных веществ не всегда можно непосредственно наблюдать. *а)* Пластинка алюминия была обработана травильным раствором, для того чтобы обнаружить линии кристаллизации (см. фото *а)* и *б)*). *б)* Эта структура является результатом холодной прокатки алюминиевого стержня — прокатка приводит к образованию небольших кристаллических областей, вытянутых вдоль образца. *в)* Здесь показан такой же образец, который перед травлением нагревался в течение длительного времени при температуре, близкой к точке плавления. На нем хорошо видна сложная картина кристаллических областей, простирающихся на глубину всей трехмиллиметровой толщины пластинки. Некоторые кристаллические участки этой картины имеют длину более 1 см. У некоторых металлов кристаллы настолько велики, что их можно видеть невооруженным глазом, у других металлов кристаллы видны при рассматривании с помощью лупы.

структуру алюминия можно выявить, если обработать его поверхность кислотой, которая будет разъедать различные грани кристал-

лов алюминия с разной скоростью. Полученная в результате этого текстура позволяет видеть в отраженном свете кристалл в виде длинных волокнистых блоков, образовавшихся при прокатке алюминиевого листа из толстой чушки с помощью прокатного стана. Если мы нагреем алюминиевую пластинку и оставим ее на некоторое время в раскаленном состоянии, то произойдет перекристаллизация. После этого медленно растущие мелкие кристаллы увеличатся и будут отчетливо видны. Образующиеся при этом красивые картины изображены на рис. 8.12.

Такие кристаллические структуры можно обнаружить под микроскопом и при травлении образца металла (рис. 8.13). Металлы, таким образом, представляют собой настоящие кристаллы, такие же, как и минералы.

Симметричные кристаллы кварца, выросшие в естественных условиях, достигают больших размеров. Это происходит оттого, что они растут медленно и ничто не нарушает их роста. Беспорядочные кристаллы горных пород или металлов принципиально не отличаются от них, но свои очертания они вынуждены были приспособить к окружающим их соседним кристаллам, сжимающим их со всех сторон. Свойства кристаллического тела выражаются в точном сохранении всех деталей строения кристалла как геометрического тела. Каждая даже маленькая грань строго сохраняет свою собственную индивидуальность.

Рис. 8.13. Фотография кусочка цинка при 6,5-кратном увеличении. Веерообразные группы кристаллов отчетливо выступают благодаря естественным неровностям на поверхности образца материала, а также благодаря тому, что они расположены немного выше других частей кристаллов. Основные кристаллические формы не видны и представляются темными, так как они расположены в других плоскостях. Это одна из иллюстраций того, что металлы являются кристаллическими телами.

Кристаллическое состояние настолько широко распространено в природе, что мы не можем отказаться от попыток понять его. При этом нам значительно легче будет иметь дело с большими кристаллами — они хорошо видны и с ними легче манипулировать. Однако те результаты, которые мы получим, будут относиться и к кристаллическим зернышкам.

8.15. Геометрия кристаллов

Ровные грани кристаллов сильно различаются между собой как по форме, так и по размерам. На замечательную простоту кристаллов указывали еще современники Ньютона, например его английский соперник Роберт Гук и датский физик Николай Стено. Углы между соответствующими гранями каждого кристалла данного

вещества всегда одни и те же. Разные вещества обладают различной конфигурацией углов, но для любого данного вещества углы всегда имеют определенные значения. Конечно, если вы отколете кусок кристалла, то в этом отбитом куске неправильной формы не видно кристаллических граней. Однако под микроскопом можно измерить характеристические углы между многими маленькими гранями вдоль линии излома. Эти углы, имеющие совершенно определенные значения, фиксированы какими-то внутренними силами.

Если надавить острием безопасной бритвы на грань мягкого кристалла, то легко заметить, что существует несколько направлений, по которым кристалл легко раскалывается, обнажая ровные плоскости каждой из двух новых поверхностей. Эти плоскости, по которым кристалл легко раскалывается, представляют собой плоскости спайности, которые столь же характерны для данного вещества, как и внешнее огранение его кристаллов. Хорошим примером является слюда. Она расщепляется по плоскостям спайности на тонкие ровные листочки. И даже твердый алмаз на начальной стадии его обработки в драгоценный камень обычно с первого удара откалывается по таким плоскостям спайности.

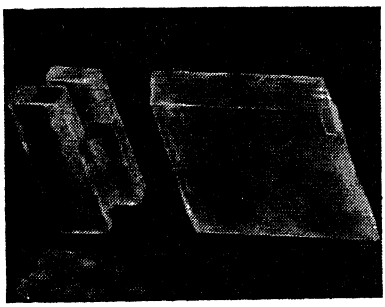


Рис. 8.14. Ромбоэдрические кристаллы исландского шпата — прозрачной разновидности кальцита; хорошо видны плоскости спайности.

В настоящее время мы располагаем теорией кристаллической структуры. В последние десятилетия XVIII века французскими кристаллографами были предложены различные варианты таких теорий.

Представим себе кристалл в виде штабеля, сложенного из одинаковых маленьких блоков. Эти блоки не обязательно должны иметь прямоугольные очертания. Они могут иметь одну из тех форм, которые образуются при раскалывании кристаллов.

Для хорошо знакомого кристалла кальцита, называемого исландским шпатом (по названию той страны, где он впервые был найден), плоскости спайности имеют ромбическую форму (рис. 8.14). Из таких «кирпичей» можно строить сооружение любой формы; при этом его стены будут или плоскими, или ступенчатыми. Но если кирпичики достаточно малы, то и ступеньки получаются столь малыми, что их нельзя будет увидеть. Накладывая один на другой эти естественные кирпичики, можно с некоторым приближением выложить тело любой формы, однако если при такой укладке где-то будет существовать плоская грань, то она должна образовать наименьшее число углов с какой-то другой, характерной для этого кристалла плоской гранью. Из этих рассуждений пока еще не ясно, каким образом из таких крошечных ячеек образуются достаточно большие и непо-

средственно видимые плоские грани. Эти ячейки в процессе медленного роста кристалла должны как-то заполнять бреши и неровности. Однако если плоская грань уже образовалась, то ее положение относительно других таких граней зависит от природы элементарной ячейки.

Следует иметь в виду, что в такой структуре возможны не все значения углов. Для того чтобы понять, почему это так, взгляните на рис. 8.15, на котором воспроизведен рисунок, сделанный Рене Гаюи и опубликованный им в Париже в 1784 г. Грани кристалла всегда состоят из ступенек. Величина угла задается отношением числа кирпичиков, определяющих «ширину» ступеньки, к числу кирпичиков, определяющих ее «высоту». Поэтому в этой модели углы кристаллов должны подчиняться закону кратных пропорций: например, одна, две или три единицы высоты в комбинации с определенным числом единиц ширины определяют три возможных значения угла. Когда мы измеряем углы у настоящих кристаллов, у которых, конечно, никаких ступенек не видно, мы находим эти кратные соотношения, измеряя отношение между высотой и шириной кристалла.

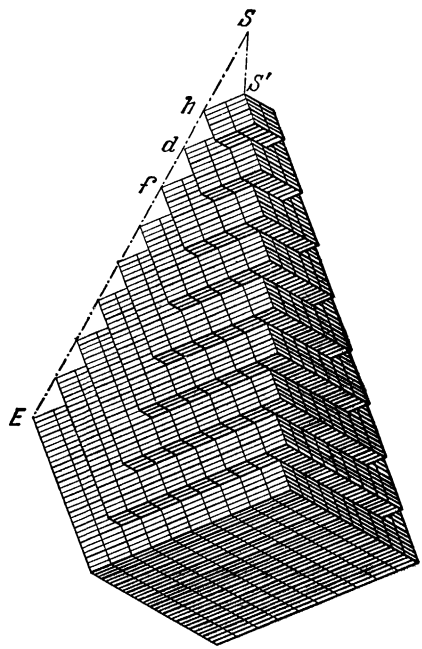


Рис. 8.15. Диаграмма Гаюи кристаллической структуры. Тела одинаковой геометрической формы и малых размеров можно уложить таким образом, что они образуют модель любого кристалла. Это возможно вследствие того, что углы, имеющиеся в кристаллах, могут быть образованы только целыми блоками. На этой диаграмме каждая ступенька имеет ширину в два блока и высоту в один блок. Для другой кристаллической грани ширина может составлять три блока, а высота по-прежнему один, или ширина четыре, а высота опять-таки один. Однако никогда ширина или высота ступеньки не будет содержать π блоков или выражаться каким-нибудь другим не целым числом блоков.

Закон целочисленных кратных соотношений замаскирован довольно сложной геометрией углов; однако то, что он хорошо подтверждается на опыте, является весьма убедительным. Здесь уместно отметить близкую аналогию с химией. В химии атомы объединены в молекулы в таких пропорциях масс, которые подчиняются простым целочисленным соотношениям. Кристаллы построены из элементарных ячеек; углы, образованные кристаллическими гранями, подчиняются тем же соотношениям. Атомы определяются их массами, грани кристаллов — их расположением в пространстве. Рассматривая и то, и другое совместно, можно быть уверенным в том, что атомы в состоянии плотной упаковки образуют строительные кирпичи-

ки, из которых с таким изяществом построены кристаллы твердых тел.

В настоящее время мы хорошо знаем размеры и форму этих строительных кирпичиков. Поэтому мы кое-что видоизменили в представлениях Гаюи. Строительные кирпичики в действительности представляют собой не маленькие правильно ограненные брусочки, как это представлял себе Гаюи. Они обладают более или менее сложной формой и состоят из атомов или молекул. В результате взаимного притяжения они образуют однородную массу, подобно

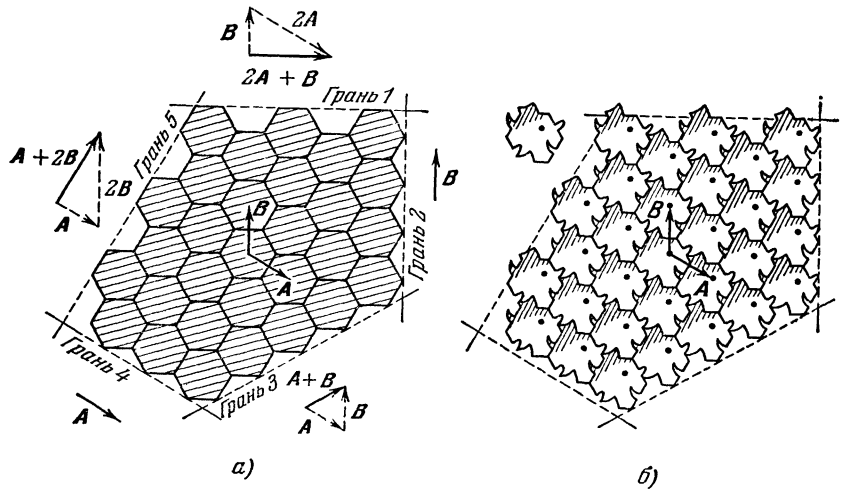


Рис. 8.16. Форма кристалла определяется относительным расположением кристаллических ячеек. *а)* Мы видим двухмерный «кристалл», построенный из шестиугольных кафельных плиток. Этот рисунок показывает, каким образом одинаковые элементарные «ячейки» пригоняются друг к другу, образуя определенные углы между окаймляющими гранями *1*, *2*, *3*, *4* и *5* большого кристалла. В зависимости от того, каковы ячейки, они могут пригоняться друг к другу только на некоторых определенных расстояниях и составлять друг с другом только определенные направления. Векторы ***A*** и ***B*** представляют собой смещения между соответствующими точками соседних блоков кристалла. Все характеристические направления граней образованы сложением небольшого числа векторов ***A*** и небольшого целого числа векторов ***B***. Грань *1* расположена в направлении $2A+B$, грань *2* — в направлении ***B***, грань *3* — в направлении $A+B$, грань *4* — в направлении ***A*** и грань *5* — в направлении $A+2B$. *б)* Здесь элементарные ячейки имеют другую форму, но углы между граничными плоскостями будут теми же самыми, если векторы перемещений ***A*** и ***B*** между соответствующими участками соседних ячеек остались без изменения.

тому как частицы вирусов, изображенные на рис. 8.2, образуют кристаллы с хорошо видимой симметрией и углами между гранями. Молекулы этого вируса представляют собой шарики сложного строения, напоминающие клубки пряжи. Каждая из этих молекул, будучи «размотана», представляет собой длинную цепочку, состоящую приблизительно из миллиона атомов углерода, водорода, кислорода, азота и серы. То же самое наблюдается и у менее сложных кристаллов, ячейка которых может представлять собой один-единственный атом, как в алмазе, или группу атомов, как в соли, или небольшие молекулы, как в сахаре. Строго определенное геометрическое размещение атомов определяет форму кристаллов (рис. 8.16).

8.16. Порядок и беспорядок

Кристалл представляет собой собрание элементарных атомных или молекулярных ячеек, образующих правильную решетку и повторяющихся в пространстве по всем направлениям до границ кристалла. Эти повторяющиеся пространственные ячейки называются элементарными ячейками кристаллической решетки.

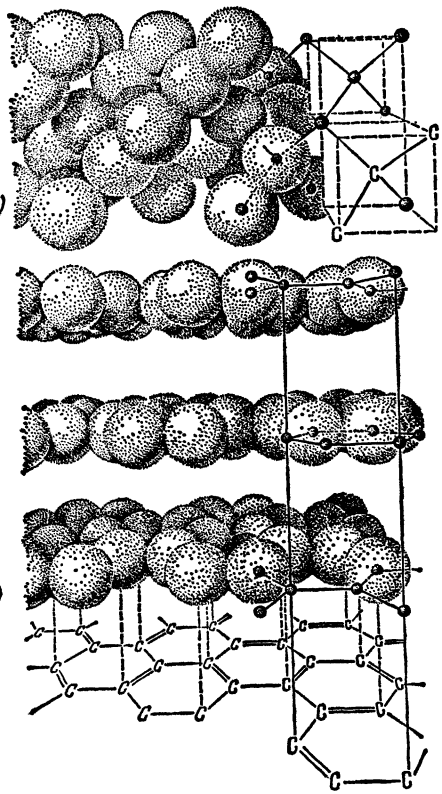
У кристаллов имеются грани. Вблизи граней, как внешних поверхностей кристалла, физические условия несколько иные из-за отсутствия слоев соседних ячеек. Таким образом, свойства поверхности твердого тела отличаются от его объемных свойств. Однако внутри объема не существует совершенного порядка. Иногда в каких-то местах решетки могут оказаться посторонние, «заблудившиеся» атомы, а в других местах может и совсем не быть атомов, т. е. могут быть пустоты (дырки). В отдельных местах кристалла могут быть пропущены целые атомные ряды и плоскости. Эти дефекты строения реальных кристаллов объясняются случайными сторонними влияниями, нарушающими естественный ход процесса роста кристаллов.

Теперь мы можем понять, почему закон постоянства химического состава неприменим ко всем веществам. Латунь представляет собой сплав меди с цинком, в котором атомы цинка имеют возможность образовать такую же решетку, как и атомы меди, так как их размеры и действующие между ними силы притяжения одинаковы. В то же время другие, менее похожие атомы металлов, например атомы железа, не могут быть втиснуты в эту решетку без ее нарушения и деформаций. В образце латуни, в зависимости от способа ее приготовления, на каждый атом цинка может приходиться большее или меньшее число атомов меди. Поэтому в этом случае закон постоянства химического состава неприменим. Как мы уже указали в начале этой главы, сплавы, подобные латуни, часто обладают неодинаковым составом.

Многие твердые вещества не обнаруживают регулярной упорядоченности строения. Силы, в результате действия которых создается регулярный порядок, оказываются слишком слабыми, чтобы в сложных процессах формирования заставить группы атомов образовать кристаллическое тело. Такие вещества называются *аморфными*. Примером может служить сажа (ламповая копоть). К другому широкому классу таких веществ относятся стекла. В отличие от льда или любого другого кристалла, стекло плавится не при какой-то определенной температуре, но сначала размягчается, а затем течет. Некоторые пластмассы, многие составные части живой материи и ряд других веществ, вроде смолы, относятся к этому классу. Атомы стекла образуют решетку, напоминающую искаженный кристалл. Пластмасса и другие подобные им вещества состоят из длинных молекул, которые спутаны между собой наподобие макарон на тарелке. Такие вещества нередко не могут рассматриваться в качестве твердых тел. Даже самое твердое стекло способно течь как смола, хотя и очень медленно, в течение десятилетий.

Однако при быстром ударе и стекло, и смола разбиваются вдребезги.

Жидкости, такие, как вода, моторные масла или патока, текут значительно легче. Эти жидкости, как это следует из изучения их с помощью рентгеновских лучей, обладают некоторой упорядоченностью расположения молекул. Однако этот порядок имеет местный характер, простираясь на расстояние всего лишь нескольких атомов или молекул и затем исчезая («ближний порядок»). Жидкое состояние вещества менее изучено, чем упорядоченное кристаллическое состояние твердых тел.


а)
б)
C
C
C

друг от друга на расстояния бóльшие, чем те, на которые удалены друг от друга атомы внутри отдельных слоев. Поэтому силы, действующие между такими слоями, слабее, чем силы, действующие между атомами внутри слоя. Трудно оторвать один слой от другого, но зато легко можно заставить один листок скользить по другому или даже сместить один слой с другого. Поэтому графит — очень скользкий материал, и мы применяем его в качестве смазки. Он применяется также в карандашах, потому что черный графит легко скользит по бумаге и при этом оставляет на ней след в виде чешуек графита. Чтобы ощутить разницу между сажей и графитом, попробуйте писать «свинцовым» карандашом, в котором применяется сажа, смешанная с глиной. Сравнительно чистый графит можно купить. Чистая сажа, имеющая большое промышленное значение, также легко доступна.

Алмаз гораздо дороже, но маленькие алмазы более доступны, чем это представляется большинству людей. Они применяются в качестве твердых материалов при резании, шлифовке и других видах обработки поверхности во многих производственных процессах. Из них изготовляют также кончики иголок для адаптеров к проигрывателям. В то время как графит представляет собой собрание двухмерных решеток, слабо связанных между собой в направлении третьего измерения, алмаз представляет собой трехмерную плотноупакованную решетку атомов углерода (см. рис. 8.17). Мы легко можем собрать сажу с горящей спички и очень легко превратить ее в графит при соответствующих давлениях и температуре, но мы с трудом можем получать алмазы, и притом только маленькие*). В течение громадных геологических периодов времени природа неоднократно создавала те особые условия, в которых образовывались как графит, так и большие алмазы.

Мы делаем графит и алмазы, воспроизводя те условия, в которых эти вещества создавались в природе. Успехи, которых мы при этом достигаем, доказывают правильность наших представлений о происхождении этих веществ.

8.17. Заключение

Заканчивая главу, вернемся к аналогии между типографской печатью и атомной картиной материи, к которой мы обращались не один раз. Это очень хорошая аналогия. При печатании «элементами» являются буквы, промежутки между буквами и строчками и знаки препинания. Каждая напечатанная буква представляет собой «атом», а каждый атом принадлежит какому-нибудь одному элементу. Все атомы элемента очень похожи друг на друга, но не обязательно совершенно одинаковы. Большая буква *A* и маленькая буква *a* могут рассматриваться как изотопы первого элемента в таблице элементов. Некоторые методы анализа, например чтение вслух,

*) В 1962 г. проблема изготовления искусственных алмазов достаточно большой величины успешно разрешена в СССР, где они уже широко применяются в промышленности. *(Прим. ред.)*

не могут обнаружить разницы между ними, точно так же и химики с трудом могут производить разделение изотопов. Были обнаружены молекулы самых различных размеров; их аналогией являются слова, предложения и даже книги, которые все написаны с помощью букв, причем буквы расположены в совершенно определенном порядке. Кристаллы несколько выходят за пределы этой аналогии, но нетрудно представить себе, каким образом можно распространить эту аналогию и на них.

Химик и физик рассматривают материю как нечто, в некоторой мере напоминающее тайнопись или зашифрованный текст. Они разгадали код и расшифровали текст настолько хорошо, что мы можем теперь использовать этот шифр в своих целях. При широком и глубоком понимании правил и логики атомной грамматики мы можем создавать новые, никогда не существовавшие ранее сочетания элементов и изготовлять лекарства или волокна совершенно нового типа. И уже теперь мы создаем новые элементы и новые материалы с заранее заданными свойствами, например такие материалы, которые подобно металлам обладают громадной прочностью и твердостью. Достижение этих успехов является убедительным доказательством прогресса наших знаний.

Мы завершаем эту главу очерком. До сих пор наше внимание было сосредоточено на том, чтобы понять основную структуру материи, познакомиться с убедительными доказательствами существования атомов, а также со способами определения их размеров. При этом мы не касались тех больших возможностей изучения материи, которыми располагают химики. Однако мы не можем закончить этот увлекательный раздел физики без того, чтобы хотя бы вкратце не ознакомить вас с этой обширной областью современной химии.

ОЧЕРК

Структура и свойства молекул с химической точки зрения. До сих пор мы рассматривали атомы, молекулы и совокупность кристаллов, т. е. те крошечные частички, из которых построена материя. Нас, однако, интересовал более узкий вопрос: мы получили убедительные доказательства атомной природы материи и попытались получить представление о размерах атомов.

Мы знаем, что и атомы также обладают какой-то структурой, но для простоты мы представляем себе эти первичные частички в виде мельчайших шариков или небольших групп шариков. В изумительном мире кристаллов, как в драгоценностях в витрине ювелира или в аккуратно расставленной сверкающей кухонной утвари, мы обнаружили упорядоченное расположение громадных скоплений атомов или даже молекул. Такова точка зрения физика.

Однако и химик может справедливо гордиться тем, что он знает об атомах и молекулах. Несмотря на то, что обе науки различаются между собой как по методам исследования, так и по подходу к изучаемому вопросу, они пытаются совместно проникнуть в тайну молекул. Различие между ними лишь усиливает интерес каждой из этих наук к изучению молекул: химик должен многое знать и уметь из того, что относится ко многим соединениям и даже к весьма сложным; он стремится к разнообразию и превращениям молекул. Физик знает сравнительно немного молекул, но он хочет узнать о них как можно больше и глубже. Еще в прошлом веке химики с помощью искусных методов первыми узнали о существовании атомов, научились оценивать их размеры и распознавать их внутреннюю природу. Этот очерк, разумеется, не является курсом химии, и мы даже не можем в этой и без того длинной главе хотя бы вкратце и наспех перечислить все то, что сделано химиками, но

каждый, кто изучает физику, должен иметь некоторое представление об успехах химиков в изучении молекул. Не нужно считать, что чтение этого очерка — «отдых» для учащегося; мы вынуждены быть краткими в изложении и пропускать многие важные соображения и, кроме того, излагать материал недостаточно полно и часто даже без должной обстоятельности. Наша задача заключается в том, чтобы бросить взгляд издали на громадную область, относящуюся к другой науке. Если вы хоть немного изучали химию, для вас лишь немногое окажется новым и весь очерк послужит напоминанием о том, что вам уже известно. Если же вы еще не знакомы с химией, то, конечно, нескольких страниц окажется недостаточно, чтобы восполнить пробел в ваших знаниях. Мы, однако, надеемся, что вы найдете в этом очерке отнюдь не исчерпывающий материал, но своего рода легкий карандашный набросок карты молекулярного мира, сделанный физиком, тщательно исполненный химиком в красках и искусно напечатанный.

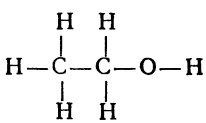
Мастерство и радость в творчестве химика состоят в том, чтобы ясно понимать, каким образом можно разъединить молекулы на части и затем вновь соединить их. Формулы простых молекул, вроде H_2O и CO_2 (двуокись углерода в виде газа, который мы выдыхаем), приводятся в начальных учебниках по химии. Но значение химических формул гораздо шире. Мы уже встречались со стеариновой кислотой, которую мы использовали, чтобы получить жировой монослой. Формула стеариновой кислоты гораздо сложнее, чем те, с которыми мы имели дело до сих пор. Она может быть записана в виде $C_{18}H_{36}O_2$. Формула обыкновенного сахара имеет другой вид — $C_{12}H_{22}O_{11}$.

На английском языке, так же как и на других языках, с помощью одних и тех же букв, но в различных сочетаниях и при различных их количествах можно написать совершенно разные слова. Молекулярное «правописание» подчиняется таким же правилам. Различия в свойствах сахара и жира зависят от различия в строении их молекул, построенных из одних и тех же сортов атомов: С, Н и О. Молекулы отличаются друг от друга различным соотношением количеств С, Н и О.

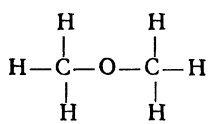
Кроме того, молекулы могут отличаться друг от друга даже тогда, когда они содержат одни и те же элементы и в одинаковых количествах. При различном порядке одних и тех же букв можно написать разные слова, например *кот* и *ток*; точно так же и молекулы, состоящие из одних и тех же атомов, могут отличаться друг от друга по пространственному расположению атомов. Каждая молекулярная группа обладает определенной формой. Свойства вещества определяются не только числом и сортом атомов; важное значение имеет также и различие в расположении атомов в молекуле. Изучение структуры молекул представляет собой одну из главных задач химика.

Покажем на примере, как могут различаться свойства вещества при разных структурах молекул, когда в молекулах имеется не только одно и то же соотношение, но и в точности одно и то же число одних и тех же атомов.

Этот пример относится к молекулам, в которых С, Н и О образуют комбинацию атомов, изображаемую формулой C_2H_6O, что соответствует двум веществам: этиловому спирту и диметиловому эфиру. Структурные формулы этих веществ таковы:



Этиловый спирт



Диметиловый эфир

Молекулы этилового спирта и диметилового эфира содержат по девять одинаковых атомов в одних и тех же соотношениях, но представляют собой разные соединения, обладающие различными свойствами (такие соединения называются изомерами). Некоторые люди пьют этиловый спирт, в то время как диметиловый эфир представляет собой ядовитую жидкость (не употребляемую даже в качестве анестезирующего средства; для этих целей применяется другой эфир). Этиловый спирт плавится при температуре —117 °С, а кипит при +78,5 °С, в то время как диметиловый эфир плавится при температуре —138,5 °С, а кипит при —24 °С. (Здесь °С означает градус по стоградусной шкале Цельсия, о которой идет речь в гл. 9. Напоминаем,

что нуль по шкале Цельсия представляет собой температуру замерзания воды, а 100 °С — температуру кипения воды.)

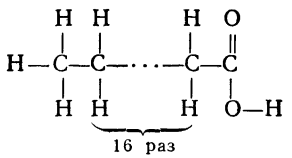
Органические молекулы. Химию соединений углерода часто называют органической химией, потому что такие соединения давно были известны как продукты жизнедеятельности организма. За последние сто с лишним лет в лабораториях получено громадное разнообразие соединений углерода. В истории химии органических соединений есть такие занятные выдумки, которые по своей увлекательности могут поспорить с любым детективным романом.

Изучение строения атома, результаты которого мы только что обсуждали, представляет собой последний этап химического анализа. Однако и промежуточные стадии играют очень важную роль в познании структуры молекул. Химики научились синтезировать тысячи соединений углерода, встречающихся в живых организмах. Они нашли множество соединений, которые состоят из тех же атомов, содержащихся в одних и тех же пропорциях (т. е. выражающихся одинаковыми атомными формулами), но обладающих совершенно разными свойствами. Эти различные соединения могут быть разложены на одни и те же элементы. Однако если процесс разложения проводить с соблюдением особых предосторожностей, то вещество можно разложить не сразу на составляющие его элементы, а на отдельные промежуточные продукты. Характер и состав получающихся при этом продуктов будут зависеть от свойств исходного вещества. Аналогичным образом вещества, состав которых выражается одной и той же атомной формулой, будут отличаться друг от друга в зависимости от способа синтеза. Разные соединения могут быть синтезированы только путем применения совершенно различных методов синтеза. В результате химики пришли к выводу, что атомы образуют в молекулах особые группы, которые могут как целое откалываться от молекул. Они установили также, что эти группы должны располагаться в пространстве вполне определенным образом. Таким путем химики смогли построить модели молекул, многие из которых оказались трехмерными. Однако при этом химики не знали способов определения размеров отдельных атомов и молекул.

Таким образом, стало возможным писать формулы, выражающие пространственные структуры молекул. Например, для стеариновой кислоты:

$C_{18}H_{36}O_2$	$CH_3(CH_2)_{16}COOH$
Атомная формула	Формула, показывающая атомные группировки

Развернутая структурная формула этого соединения выглядит так:



Недавно химики стали строить небольшие трехмерные модели, показывающие, как атомы соединяются друг с другом; при этом было показано, что в пространственном расположении атомов существует большой порядок, но не полное однообразие. На рис. 8.18 изображена одна из таких моделей, иллюстрирующая структуру молекулы стеариновой кислоты. С помощью рентгеновских лучей было установлено, что пространственное расположение атомов в молекуле зависит от того, какие это атомы и в каком окружении они находятся. Несмотря на то, что в действительности пространственное расположение атомов немного иное, шариковые модели хорошо и очень наглядно воспроизводят строение молекул.

Легко понять, что пластмассовая или деревянная модель молекулы похожа на настоящую молекулу не больше, чем модель старинного испанского фрегата похожа на современный океанский корабль. Различие между моделью и реальным объектом заключается не только в совершенно разном масштабе, но также и в том, что модель статична, а моделируемый объект движется весь как одно целое и, кроме того, движутся отдельные его внутренние части. Отдельные части модели твердые и лишены характерных черт; реальная же молекула обладает внутренней

структурой специфического типа. Зато геометрия модели и подлинника совершенно одинакова. Замечательный результат, полученный химиками, заключается в том, что реальные атомы, подобно маленьким шарикам модели, удерживаются друг около друга на определенном расстоянии между их центрами, образуют данную конфигурацию и направлены определенным образом к окружающим их соседям. Вооруженный этими фактами химик может отправиться в долгий путь, чтобы предсказывать, какие молекулы он может синтезировать, каким именно способом

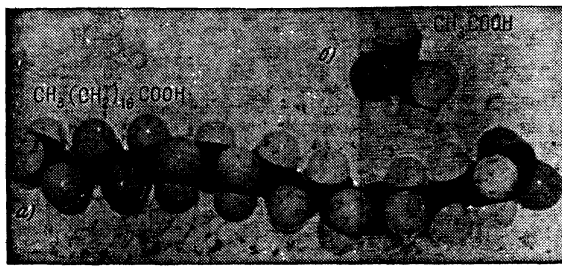


Рис. 8.18. Структура молекул стеариновой кислоты *(а)* и уксусной кислоты *(б)*. С левого конца молекулы стеариновой кислоты находится атом углерода (черный), окруженный тремя атомами водорода (белые). Переход от этой CH_3-группы к правому концу молекулы происходит через цепочку из CH_2-групп, каждая из которых представляет собой атом углерода, взаимодействующий с двумя атомами водорода. Справа цепочка заканчивается COOH-группой (атомы кислорода в этой модели — серого цвета). Уксусная кислота состоит только из двух концевых групп, соединенных вместе.

и какими химическими, оптическими и механическими свойствами будут обладать его молекулы в больших образцах.

Приблизительно в течение ста лет химики разрабатывали разнообразные методы анализа и синтеза без существенной помощи со стороны физиков. И физики не могли указать тех известных в настоящее время путей, которые бы прямо приводили к изучению структуры молекул. В этой области науки химики и физики работали независимо друг от друга. В наше время чисто химические методы (изучение химических реакций между молекулами) и чисто физические приемы исследования (с применением рентгеновских лучей и электронных пучков, позволяющих объективно изучать геометрическое строение молекул) слились воедино. С помощью современной экспериментальной техники были получены данные о пространственном расположении атомов, позволяющие построить модели молекул. Больше того, мы теперь очень точно знаем, как в действительности расположены молекулы в пространстве, т. е. знаем это точнее, чем изображено на рис. 8.19. И вновь история науки, на этот раз в области исследования атомных структур молекул, представляет собой удивительный рассказ о творческих исканиях, предложениях и догадках, подвергавшихся суровой и тщательной проверке.

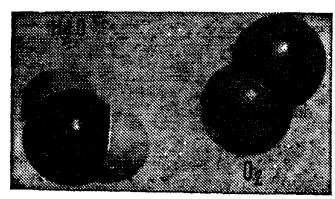


Рис. 8.19. Модели молекул воды и кислорода. Масштаб всех этих моделей таков, что диаметр «Н-атома» составляет около $1{,}6 \cdot 10^{-10}$ м. Цвета, разумеется, выбраны произвольно.

Когда химик знает структуру молекул, он в некоторых случаях может предсказать их свойства. Например, установлено, что на конце молекулы стеариновой кислоты находится группа COOH, которая характерна для кислот; эта группа обладает большим сродством к воде. Другая большая часть молекулы представляет собой длинную цепь из семнадцати атомов углерода, каждый из которых связан с двумя атомами водорода, а самый последний — еще с одним водородным атомом. Установлено, что эта кислота представляет собой одну из главных составных частей твердого парафина. Кислотный конец притягивается молекулами воды,

парафиновый конец, наоборот, отталкивается. Поэтому стеариновая кислота может образовывать монослой на воде, в котором все молекулы как бы стоят почти вертикально так, что их «кислотные головы» погружены в воду, а «парафиновые хвосты» торчат в воздухе, вытянувшись в длину на пару дюжин ангстрем.

Более подробное изучение показывает, что в действительности длинные цепи атомов в каждой молекуле связаны с окружающими их соседними цепями. В результате такой связи каждая цепь оказывается наклоненной по отношению к

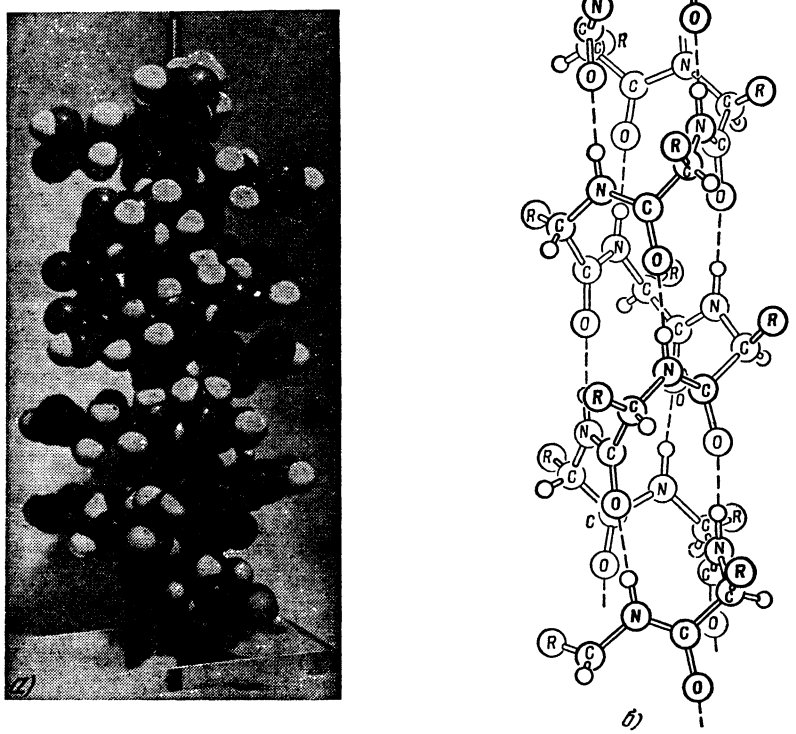


Рис. 8.20. а) Модель небольшой части длинной молекулы протеина. В этой модели, высоту которой составляет почти полметра, светлые полусферы представляют собой атомы водорода, истинный диаметр которых составляет около 1 Å (10^{-10} м). б) Схематическое изображение относительных размеров, положения и связей атомов, образующих сложную молекулу протеина. C, N и O — атомы углерода, азота и кислорода; маленькие кружки без символов — атомы водорода, которые связывают структуру спиралевидной формы. Символ R обозначает другие присоединенные к молекуле структуры. В каком направлении закручивается спиралеобразная структура?

поверхности воды. Цель каждого химика состоит в том, чтобы для каждого из изучаемых им соединений получить столь же полные сведения об их строении и свойствах. Однако он должен сделать еще больше. Ведь до сих пор мы не знаем ничего определенного о том, почему сокращаются мышечные волокна или почему клетка может вызывать брожение сахара. Однако месяц за месяцем мы получаем все больше и больше ответов на такие вопросы.

Химия жизни. Химия жизни представляет собой наиболее сложный и в то же время наиболее интересный для нас раздел химии. За последнее десятилетие был достигнут реальный прогресс в понимании и даже построении структур тех сложных веществ, из которых состоит наше тело. Жиры и сахар нельзя считать очень простыми веществами, но при биохимическом изучении молекулярной

структуры анализ этих веществ можно считать простым упражнением по сравнению с изучением таких веществ, как инсулин, являющийся мощным лекарственным средством против диабета, или альбумин, из которого построен яичный белок или кровяная сыворотка. Модель молекулы таких веществ не является повторением большого числа атомов углерода, у каждого из которых по бокам имеются два атома водорода. Подобно многим другим молекулам, протеины построены из таких групп атомов, которые существуют как отдельно, так и в комбинации друг с другом. Эти группы сами по себе являются довольно сложными комбинациями из дюжины или около этого атомов, а каждая дюжина или две таких группы соединены вместе. Когда группы образуют протеин, они свиваются в длинную спираль (рис. 8.20), состоящую, по-видимому, из нескольких тысяч витков. Вдоль по длине спирали группы должны располагаться в определенной сложной последовательности, подобно тому, как слова в книге располагаются таким образом, чтобы в них заключался совершенно определенный смысл. В очень простом протеине инсулина, первом из нескольких детально изученных протеинов, спираль состоит из двух параллельных рядов групп, каждый из которых состоит из пары дюжин длинных групп. Если одна или две группы будут находиться не на своем месте, то мощное действие инсулина на живые клетки будет утеряно.

Формула для CO_2 выражается всего лишь несколькими буквами; для стеариновой кислоты она немного больше, чем длинное слово; для инсулина формула будет выглядеть как длинное предложение. Для чудесных молекул, из которых состоят ядра клеток, передающих, как мы полагаем, наследственные признаки и делающих животного или человека отличным от себя подобных, для таких клеток формула должна была бы заполнить целую книгу. Каждая такая молекулярная «книга» представляет собой, в сущности говоря, рецепт полного наследования живого организма.

Здесь мы соприкасаемся с одной из наиболее захватывающих областей современной науки, в которой встречаются физики, химики и биологи. Проблема заключается в изучении строения и функций молекулярных образований живых существ. Для тех, кто интересуется этими вопросами, наступает счастливое время. Прежде всего надо создать такой инструмент, который бы позволил осуществить такое деликатное исследование. В настоящее время еще остается много трудностей, которые надо преодолеть. Однако можно полагать, что при жизни нашего поколения и уж во всяком случае при жизни последующего эта проблема будет разрешена.

Так как наука непрерывно развивается, то всегда будут возникать новые загадки, сами по себе увлекательные и захватывающие и требующие для своего решения новых методов исследования, новых приборов и изобретательности ученых.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. На рис. 8.2. изображен кристалл протеинового вируса, увеличенный в $8 \cdot 10^4$ раз. Измерьте диаметры нескольких отдельных протеиновых молекул и найдите объем одной молекулы. Зная, что радиус атома углерода равен приблизительно 10^{-10} м, найдите по порядку величины число атомов в молекуле вируса.

2. Почему вы уверены, что в полной ложке воды содержится более 200 атомов? Для доказательства используйте ваши ощущения, а не какие-нибудь цифровые данные или известные вам размеры.

3*. Предположим, что при повторении опыта со стеариновой кислотой вы использовали глазную пипетку, с помощью которой вы получили 25 капель из 1 $см^3$ вместо 50. Какие из полученных вами данных будут отличаться от данных, приведенных в тексте? Покажите, что вы должны получить тот же самый результат для толщины. (Раздел 8.2.)

4. Студент производит опыт с монослоями. Он смешивает 5 $см^3$ олеиновой кислоты с 95 $см^3$ спирта. Затем он смешивает 5 $см^3$ этого раствора с 50 $см^3$ спирта.

а) Каково процентное содержание олеиновой кислоты в растворе?

б) Чему равна масса олеиновой кислоты в 1 $см^3$ раствора? (Плотность олеиновой кислоты 0,90 $г/см^3$.)

Далее он находит, что из 1 $см^3$ раствора с помощью лабораторной капельницы можно получить 50 капель. Одна капля раствора образует на поверхности воды

молекулярную пленку среднего диаметра 32 см, после того как спирт растворится в воде.

в) Чему равна масса олеиновой кислоты в пленке?

г) Чему равен объем пленки?

д) Чему равна толщина пленки?

е) Можно ли определить толщину пленки, не зная ее плотности?

5. Естественная единица олеиновой кислоты (т. е. ее молекула) обладает площадью поперечного сечения около $4{,}6 \cdot 10^{-19}$ м^2 и длиной около $1{,}12 \cdot 10^{-9}$ м. Плотность олеиновой кислоты 0,90 г/см^3.

а) Сколько молекул содержится в 1 мг олеиновой кислоты?

б) Чему равна масса одной молекулы олеиновой кислоты?

в) Если молекула состоит из 54 атомов различных видов, то какова средняя масса одного атома?

г) Оцените верхний предел для массы самого легкого атома в олеиновой кислоте (пусть эта масса будет возможно меньше).

6*. Как нужно изменить изображенный на рис. 8.5 график зависимости активности от времени для элемента, имеющего период полураспада в два раза больший, чем для полония? (Раздел 8.3.)

7. При описании сцинтилляционного счетчика было указано, что только одна частица из каждых 10^9 частиц, испускаемых источником, достигает квадратного экрана с ребром, равным 10^{-4} м, находящегося от источника на расстоянии 1 м. Докажите, что это верно, если источник излучает одинаково по всем направлениям.

8. Из данных, получаемых с помощью сцинтилляционного счетчика, мы знаем, что около $3 \cdot 10^{18}$ частиц испускаются миллиграммом полония за время полного распада.

а) Предполагая, что каждый атом испускает одну частицу, определите массу атома полония.

б) Считая, что плотность полония приблизительно равна 10 г/см^3, найдите объем, занимаемый одним атомом полония. Проверьте полученный результат по данным, приведенным в разделе 8.3.

9. Скорость распада образца газа радона определяется по измерению его активности. За первый день 0,1 мг радона испускает $4{,}3 \cdot 10^{16}$ частиц. В последующие дни были получены следующие отсчеты в процентах от первоначальной активности:

Дни	Процент от первоначальной активности	Дни	Процент от первоначальной активности	Дни	Процент от первоначальной активности
0	100	4	49	8	24
1	84	5	41	9	20
2	70	6	34	10	17
3	59	7	27		

а) Постройте график зависимости активности от времени.

б) Какая доля от первоначального количества газа должна остаться к концу двенадцатого дня?

в) Какая доля радона распадается за один день?

г) Сколько пройдет дней, пока распадется половина радона?

д) Каково общее число частиц, которое будет выделено образцом радона с массой 0,1 мг? Сравните полученный результат с распадом полония.

(Общее число частиц может быть получено из следующей геометрической прогрессии:

$$1 + f + f^2 + f^3 + \ldots = 1/(1-f).$$

Здесь f представляет собой отношение активности во второй день к активности в первый день. Вы можете также получить приближенное значение полного числа частиц, вычислив площадь, ограниченную кривой зависимости активности от времени.)

10*. Если у вас есть 26 г натрия и вы хотите получить 50 г хлористого натрия, сколько вам нужно взять грамм хлора? (Раздел 8.5.)

11. В гидроокиси натрия (едкая щелочь) имеется следующее соотношение масс: на 23 г натрия приходится 16 г кислорода и 1 г водорода. В воде, как вы знаете, на 8 г кислорода приходится 1 г водорода.

а) Если бы формула воды была HO, как это предполагал Дальтон, то могла бы формула гидроокиси натрия иметь вид NaOH?

б) Какие пары химических формул возможны для воды и гидроокиси натрия, если исходить из указанного соотношения масс?

12. Дальтон определил отношение масс углерода и кислорода в окиси углерода как 3 : 4, водорода и кислорода в воде — как 1 : 8 и углерода и водорода в метане — как 3 : 1. Не располагая другими данными, он предположил, что молекулы воды содержат только один водородный атом на каждый атом кислорода, а для окиси углерода он правильно утверждал, что отношение числа атомов углерода к числу атомов кислорода должно быть 1 : 1. Если исходить из этих представлений, то каково должно быть отношение числа атомов углерода и водорода в метане?

13*. Сколько частиц гелия содержится в 1 г газообразного гелия? (Раздел 8.7.)

14. В опыте с распадом полония методом подсчета вспышек в течение двух лет было зарегистрировано $9 \cdot 10^{17}$ распадов.

а) Какова была первоначальная масса полония?

б) Какая при этом образуется масса гелия?

15. Каким образом мы могли установить, что молекула газообразного кислорода содержит более одного атома кислорода?

16. При анализе 1,00 г соединения, состав которого может быть описан формулой $C_xH_yO_z$, было установлено, что это соединение содержит 0,52 г углерода, 0,13 г водорода и 0,35 г кислорода. Какой вид должна иметь наипростейшая формула этого соединения, в которой было бы указано относительное содержание входящих в него атомов?

17. Медь и хлор соединяются в различных пропорциях и образуют два соединения, № 1 и № 2, с отношением масс 0,895 : 1 и 1,79 : 1 соответственно.

а) Каким образом этот пример иллюстрирует закон кратных отношений?

б) Какие пары из следующих формул должны быть исправлены, исходя из приведенных данных?

Соединение № 1	Соединение № 2	Соединение № 1	Соединение № 2
$Cu_1\ Cl_1$	$Cu_2\ Cl_1$	$Cu_1\ Cl_2$	$Cu_1\ Cl_1$
$Cu_1\ Cl_1$	$Cu_1\ Cl_2$	$Cu_1\ Cl_3$	$Cu_2\ Cl_3$

18*. Сколько литров N_2O вы можете получить из 10 литров азота и 5 литров кислорода, если все газы находятся при одинаковых температурах и одинаковых давлениях? (Раздел 8.9.)

19. Формула молекулы аммиака NH_3. Мы разлагаем данный объем газообразного аммиака при данных температуре и давлении на его составные части. Чему будут равны объемы получившихся в результате азота и водорода при тех же самых температуре и давлении?

20. Окись азота NO соединяется с кислородом воздуха и при этом образуется двуокись азота NO_2.

а) Напишите уравнение этой реакции.

б) Если расходуется один объем NO, то какой будет расходоваться объем кислорода?

в) Чему будет равен объем получившегося NO_2 при тех же давлении и температуре?

21*. Если вы нашли, что 24 г углерода соединились с 8 г водорода, то как должны выглядеть формулы соединений, которые могут при этом образоваться? (Раздел 8.10.)

22*. Если 163 г окиси цинка (ZnO) полностью разложились, то сколько при этом выделится кислорода? (Раздел 8.10.)

23*. Сколько грамм содержится в одной атомной единице массы? (Раздел 8.10.)

24*. Сколько атомных единиц массы содержится в одном грамме? (Раздел 8.10.)

25. Массы атомов меди и хлора равны соответственно 63,5 а. е. м. и 35,5 а. е. м. Какую пару формул, приведенных в задаче 17, следует считать правильной в свете этих данных?

26. Медь имеет атомную массу, равную 63,54, и представляет собой, как известно, смесь двух стабильных изотопов. Если один из этих изотопов, составляющий около 30% меди, обладает атомной массой, равной приблизительно 65 а. е. м., то чему равна атомная масса другого изотопа, если ее выразить ближайшим целым числом?

27*. Сколько молекул содержится в 8 г кислорода? (Раздел 8.11.)

28. Что произойдет, если вы рассыпете в аудитории 10^{-20} моля мраморных шариков?

29. Число актов распада в секунду, происходящих в 1 г радия, используется в качестве единицы активности радиоактивных источников. Эта единица называется кюри. Радий обладает атомной массой около $2 \cdot 10^2$ а. е. м. и периодом полураспада около 2 000 лет. Каков порядок величины числа актов распада в секунду у источника, активность которого равна 1 кюри?

30. Считая, что каждый атом в металле занимает объем в форме маленького кубика, сравните линейные размеры этого кубика для металла с наименьшей атомной массой, т. е. для лития (плотность 0,534 г/см^3, атомная масса 6,94 а. е. м.), и для металла с наибольшей атомной массой, т. е. для урана (плотность 18,7 г/см^3, атомная масса 238 а. е. м.).

31. Плотность свинца 11,34 г/см^3, а его атомная масса — около 207 а. е. м. Подсчитайте эффективный объем, занимаемый каждым атомом в твердом состоянии.

32. а) Чему равна масса моля воды (в граммах)?

б) Чему равен объем этой массы воды?

в) Определите объем, занимаемый одной молекулой воды.

г) Атом кислорода в этой молекуле занимает около половины объема. Чему приблизительно равен диаметр атома кислорода?

33. Вы можете изготовить двухмерную модель простого кристалла, используя диски наподобие игральных фишек.

Расположите их в одной плоскости на столе таким образом, чтобы каждая накрывала край следующей, применяя линейку для выравнивания фишек по прямой линии. Если вы будете считать, что каждая фишка представляет собой симметричный атом, то будут возможны две кристаллические формы, в которых каждый атом в кристалле граничит с группой симметрично расположенных атомов.

а) С каким числом атомов граничит каждый атом в этих двух кристаллических формах?

б) Чему равен угол между естественными кристаллическими плоскостями в каждом из этих двух случаев?

ГЛАВА

9 ПРИРОДА ГАЗА

Любое твердое или жидкое тело может быть превращено в газ, а все газы в свою очередь могут быть превращены в жидкое или твердое состояние. При обычных давлениях и температурах воздух представляет собой газ. Однако при других условиях воздух может быть жидким, и существует даже специальная отрасль промышленности, занимающаяся сжижением воздуха путем его охлаждения. С другой стороны, при обычных давлениях и температурах вода представляет собой жидкость; однако небольшая доля частичек воды при этих же условиях существует в газообразном состоянии в виде водяных паров. (Паром мы называем газообразное состояние такого вещества, которое обычно находится в жидком состоянии.) Эта доля может быть превращена в жидкость при охлаждении: роса на траве ранним утром представляет собой не что иное, как пары воды, охлажденные ночным воздухом и превращенные в жидкость. Даже те вещества, которые при обычных температурах и давлениях представляют собой твердые тела, при достаточном нагревании могут быть превращены в газообразное состояние. Пламя представляет собой раскаленные светящиеся газы. Такое пламя образуется из любого твердого тела, которое может гореть.

Изучая газообразное состояние вещества сравнительно простыми средствами, мы можем понять, какими путями шли физика и химия при решении проблем, связанных с природой материи. Нам предстоит выяснить, каким образом зернистая структура материи и расположение образующих ее атомов могут определять природу материального мира. Мы не можем простым способом продемонстрировать атомную и молекулярную природу газа, как это очень отчетливо можно сделать для кристаллических тел, и потому нам предстоит долгий путь к пониманию этих явлений. Мы начнем теперь наш рассказ, но для того чтобы его закончить, нам понадобится узнать о физике движения гораздо больше, чем мы узнали до сих пор, и поэтому в части III мы снова вернемся к детальному изучению этого вопроса. Картина газового состояния, которую мы нарисуем в самых общих чертах, представляет собой лишь первый шаг в понимании атомистического строения вещества, при изображении которого наука пытается расширить рамки своих представлений для описания более сложных форм материи. Успех этого описания является еще одним доказательством глубины и возможностей широкого использования атомистических представлений.

9.1. Физические модели

Для того чтобы понять поведение газов, представим себе модель газа. Что следует иметь в виду, когда мы говорим о модели?

Под моделью не следует понимать тонкую копию в определенном масштабе какого-то объекта, вроде, например, модели корабля или самолета. Под моделью подразумевается создаваемая нами на основе определенной системы представлений и идей общая картина явлений, которая с помощью творческой интуиции и настойчивого труда поможет нам понять и описать то, что мы изучаем. Например, когда речь идет о модели облака, мы не должны представлять себе это облако в маленьком масштабе в виде куска ваты. Мы должны подразумевать нечто иное. В нашей модели облака должно происходить все то, что на самом деле происходит в облаках: изменчивость очертаний, вихревые движения, конденсация, дождь и снег, и все это на основе идей и физических законов, устанавливающих соотношения между измеряемыми величинами, и в таких масштабах, чтобы можно было проводить измерения в лаборатории. Когда мы создаем такую модель, мы пытаемся придать ей наиболее существенные, наиболее характерные черты изучаемых нами физических проблем или систем.

Однако ясно, что такая модель не может содержать в себе все характерные черты моделируемого явления или объекта. Из истории науки нам известно, что совершенных моделей не существует. Ни абстрактная модель, воспроизводящая идею, ни материальная модель из пластмассы и проволоки не может полностью отвечать действительности. Поэтому мы пробуем разные модели, чтобы посмотреть, насколько хорошо они выражают реальные явления и процессы.

Любая модель прежде всего подвергается логическому испытанию, т. е. проверке соответствия ее свойств свойствам моделируемой физической системы.

Свойства модели исследуются в лаборатории. Совпадение свойств, предсказанных на основе модели и обнаруженных в действительности, служит хорошим признаком. Часто модель можно усовершенствовать. По мере усовершенствования модель становится все более и более точной и совершенной. В конце концов модель, выдержавшая много испытаний, удачно предсказавшая много явлений и указавшая новые и неожиданные эксперименты, которые в свою очередь согласуются с ней, подтверждают или расширяют ее,— такая модель составляет основу физических теорий.

Бесполезно увеличивать карту и считать, что при этом получится изображение реальной местности, или анализировать латунную ручку от двери игрушечного домика и считать, что она состоит из такого же числа атомов, как и настоящая дверная ручка. Модели должны создаваться в определенном масштабе. Мы не можем рассчитывать, чтобы модель была точной в области, выходящей по порядку величин за пределы той, для которой она создавалась. Однако удачные модели, придуманные физиками, оказались лучше,

чем мы могли бы ожидать. Мы сохранили модели, выдержавшие суровые испытания в той области величин, для которых они были созданы. Выше, например, была рассмотрена атомная модель вещества, из которой следовало, что любое вещество состоит из простейших частичек — атомов. Однако мы ничего не могли сказать о внутреннем строении атомов, так как это требует уже другой теории и совершенно иной модели, представляющей развитие исходной модели.

Наши модели и физические теории, которыми мы располагаем, уже теперь в состоянии описать многие явления окружающего нас мира. Однако завтра они будут усовершенствованы, станут более полными и после проверки на опыте будут все больше и больше способствовать познанию окружающей нас природы.

9.2. Молекулярная модель газа

Когда мы придумываем какую-нибудь модель для того, чтобы объяснить те или иные явления в окружающем нас мире, прежде всего мы обращаемся к наиболее значительным фактам, которые мы хотим понять.

Рис. 9.1. При соответствующих условиях любое вещество может находиться либо в твердом, либо в жидком, либо в газообразном состоянии. На этом рисунке изображены молекулы йода в каждом из этих состояний. Если тело твердое (кристалл), то образующие его частицы упакованы очень плотно и образуют жесткую структуру. В жидкости молекулы немного удалены друг от друга и более подвижны. В газе же молекулы расположены на еще бо́льших расстояниях друг от друга и могут легко двигаться. Следует подчеркнуть, что во всех трех состояниях молекулы обладают одним и тем же размером (около $6 \cdot 10^{-10}$ м). При изменении состояния изменяется расстояние между молекулами, но их собственные размеры остаются неизменными.

В гл. 8 мы начали создавать модель газа и указали на некоторые наиболее характерные его свойства. Мы отметили, что: 1) газы сжимаются легче, чем твердые и жидкие тела; 2) они очень подвижны и даже легко проникают друг в друга; 3) плотность веществ в газообразном состоянии меньше, чем плотность тех же веществ в жидком и твердом состояниях. Поэтому мы пришли к выводу, что любое вещество в газообразном состоянии должно состоять из большого числа молекул, удаленных друг от друга, в то время как вещества в твердом и жидком состояниях должны состоять из тех же атомов и молекул, но сильно уплотненных между собой (рис. 9.1). Попробуем теперь рассуждать в обратном порядке. Мы начнем с молекуляр-

ной модели газа и посмотрим, каким образом она может объяснить свойства газов. Чтобы объяснить эти свойства, мы дополним нашу модель одной весьма существенной особенностью: будем считать, что молекулы должны находиться в движении.

Молекулярная модель газа описывается очень просто. Молекулы газообразных веществ представляют собой простейшие частицы. Если газ простой, то молекулы могут состоять из единичных атомов. В отличие от атомов или молекул в кристаллах или жидкостях, они не соприкасаются друг с другом, а, как мы уже видели в разделе 8.7, удалены друг от друга. Между ними ничего нет: одна пустота. Если твердое тело, такое, как, например, сухой лед, представляющий собой твердую двуокись углерода, переходит в газ при комнатной температуре, то та же масса вещества займет объем в 10^3 раз больше первоначального объема сухого льда. При обычных условиях среднее расстояние между молекулами приблизительно в 10 раз больше, чем диаметр молекулы. Малая плотность и большое расстояние между молекулами объясняют характерные особенности и свойства обычных газов (рис. 9.2).

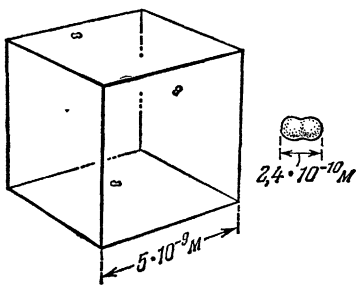


Рис. 9.2. Молекулы кислорода в комнате. На рисунке изображен маленький объем кубической формы, увеличенный в миллион раз, и показано, что мы можем обнаружить в этом объекте. Возможно, что если наугад выбрать какие-то другие подобные объемы, то мы обнаружим в них немного больше или немного меньше молекул. Однако наиболее вероятно, что мы обнаружим три молекулы кислорода, как это изображено на рисунке. Справа в увеличенном масштабе изображена одна из молекул.

Если вы вспомните, что диаметр молекулы составляет всего лишь несколько ангстрем ($1\text{Å} = 10^{-10}$ м), то вы увидите, что хотя по сравнению со своим собственным размером молекулы расположены в пространстве очень свободно, но по сравнению с привычным нам масштабом обыденной жизни они упакованы очень компактно. Газ может иметь самую различную плотность; когда среднее расстояние между молекулами становится больше, плотность уменьшается. То, что мы называем хорошим вакуумом, достигаемым в радиолампах или в рекламных светящихся трубках, соответствует расстоянию между молекулами только в $5 \cdot 10^{-6}$ м, т. е. размеру наименьшего объекта, который может быть рассмотрен с помощью обыкновенного оптического микроскопа. Во сколько раз такой газ менее плотен, чем обычный воздух?

Подвижность газов хорошо объясняется свободным расположением молекул в пространстве. Если молекулы расположены таким образом, что между ними нет контакта, то они не будут заметно действовать друг на друга. (Мы предполагаем, что во время их движения молекулы проходят значительные расстояния, пока не сталкиваются друг с другом.) В результате чего же сохраняется их взаимное расположение? Строго говоря, оно в действительности

и не сохраняется. Молекулы не находятся в состоянии покоя, а непрерывно летают по пространству подобно крошечным дробинкам. Время от времени они сталкиваются друг с другом, изменяют направление и рано или поздно сталкиваются со стенками сосуда. Так они распространяются во все стороны и отскакивают от стенок сосуда, в котором находятся. Если молекулы достигают отверстия в стенке, они вылетают из сосуда. Если же молекулы не встречают на своем пути стенок, то газ растекается во все стороны.

Можем ли мы теперь объяснить взаимное смешение газов? Если молекулы газа расположены очень свободно, то очевидно, что один газ может проникать в другой. Представим себе сосуд, разделенный на две части непроницаемой перегородкой, отделяющей два разных газа. Если теперь убрать перегородку или открыть кран, соединяющий обе части сосуда, то молекулы газов начнут перемешиваться, и в конце концов сосуд окажется заполненным однородным газом; в каждом элементе объема сосуда будет находиться одна и та же смесь двух газов. Этот процесс в действительности и наблюдается на опыте.

Когда газу предоставлена возможность вытекать из сосуда непосредственно в пустое пространство, скорость движения его молекул приблизительно равна скорости звука; величина этой скорости характерна для скорости движения молекул. Однако при протекании газа через длинные трубки или при смешении с другим газом кажущаяся скорость оказывается значительно меньше. В этих случаях больше молекул сталкиваются друг с другом, и их движение напоминает толпу людей, проходящих через узкий проход. Так как молекулы сталкиваются и движутся взад и вперед, то по скорости перемешивания нельзя измерить скорости движения отдельных молекул. Скорость перемешивания должна быть значительно меньше, как это и наблюдается в действительности.

Молекулы, находящиеся на большом расстоянии друг от друга, движущиеся в пустом пространстве со скоростями немного бóльшими, чем скорость звука, сталкивающиеся и отскакивающие друг от друга,— такова наша модель газа. Эта модель хорошо объясняет низкую плотность, подвижность и смешиваемость газов.

Из этой модели следует также, что все вещества могут испаряться. Атомы и молекулы любого твердого тела или жидкости могут быть удалены друг от друга настолько, что образуют газ. Когда преодолевается притяжение, в результате которого существуют более или менее плотно упакованные тела, атомы или молекулы освобождаются и образуют газ. Нагревание как-то освобождает молекулы от их связей с соседями и позволяет им свободно двигаться во всех направлениях. В результате сильного нагревания все твердые или жидкие соединения превращаются в газы. При достаточном нагревании молекулы соединений распадаются на отдельные атомы составляющих их элементов и образуют атомный газ, представляющий собой смесь всех атомов, входивших в состав вещества. Вот почему пламя, дуга и искра дают характерные спектры атомов.

При еще большем нагревании сами атомы распадаются на их составные части.

Сжижение и замораживание представляют собой процессы превращения газа в жидкость и жидкости в твердое тело. Сжимая газ, мы можем уменьшать его объем до тех пор, пока молекулы не придут в соприкосновение друг с другом. Если мы отнимаем тепло, то атомы сближаются еще более и мы получаем при замерзании жидкости твердое тело. В обоих случаях — при сжижении и отвердевании — молекулы удерживаются вблизи друг друга силами притяжения.

9.3. Закон Бойля — Мариотта

Модель, которую мы только что описали, правдоподобна и привлекательна. Однако она должна быть самым тщательным образом проверена, прежде чем ее принять на самом деле. Изучение зависимости объема газа от давления достаточно для проверки модели и для объяснения многих фактов, знакомых из опыта повседневной жизни, начиная от дыхания и кончая поведением автомобильных камер.

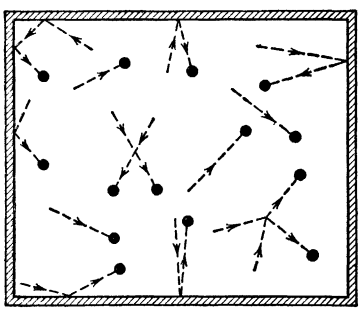


Рис. 9.3. Непрерывное движение молекул газа приводит не только к столкновению их друг с другом, но и к столкновению их со стенками сосуда. В результате ударов молекул о стенки сосуда создается давление газа.

Для уменьшения объема газа требуется некоторое усилие. Газ оказывает сопротивление сжатию. С другой стороны, газ увеличивает свой объем, пока не встретит сопротивления. Наша модель хорошо объясняет это стремление газа к расширению. Молекулы ударяются о стенки и отскакивают от них подобно градинам; они создают мгновенные силы, действующие на стенки (рис. 9.3). Сумма таких мгновенных толчков и представляет собой давление, действующее на стенки и оказывающее сопротивление сжатию.

Усилие, действующее на стенку, перпендикулярно к ее поверхности. Молекулы летят к стенкам по всем направлениям, так что любой удар молекулы справа налево уравновешивается ударом другой молекулы слева направо. Однако все молекулы оказывают давление на внутренние стенки сосуда; никакого другого противодавления, кроме того, которое оказывается стенками, не существует.

Меняется ли давление, оказываемое на внутренние стенки сосуда, от точки к точке? Если газ однородный, то среднее число молекул, ударяющихся о каждую единицу поверхности стенок, будет одним и тем же в любом месте и газ будет оказывать совершенно одинаковое давление по всем направлениям. Конечно, если какой-нибудь участок поверхности подвергнется большему числу ударов молекул, чем другой, то этот участок поверхности будет испытывать большее

давление; но так как об этот же самый участок ударяется очень много молекул, то за очень короткое время эти эффекты сгладятся. Имеет значение лишь размер поверхности, о которую ударяются молекулы, так как число ударов пропорционально площади поверхности, которую бомбардируют молекулы. Силу, действующую перпендикулярно к поверхности на единицу площади, мы называем давлением газа (рис. 9.4). Это очень важная величина, которую мы

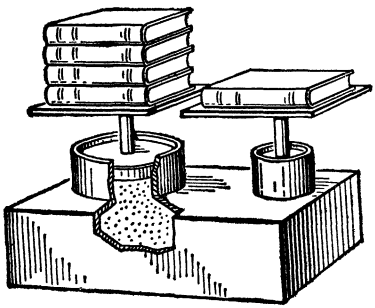


Рис. 9.4. Давление представляет собой силу, действующую на единицу площади. Площадь левого поршня в 4 раза больше, чем площадь правого. На левый поршень действует такое же давление газа, как и на правый, но уравновешивающий груз в 4 раза больше, так как для левого поршня в 4 раза больше число ударов молекул газа. На каждую единицу площади приходится один и тот же груз.

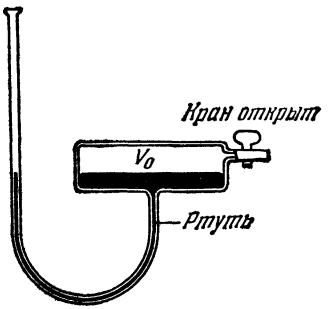


Рис. 9.5. Прибор для изучения давления газа. При открытом кране уровень ртути в сосуде и в трубке одинаков. Через трубку с краном мы можем ввести в сосуд дополнительное количество молекул.

можем измерить, уравновесив усилие, оказываемое газом на стенку, весом определенных стандартных масс.

На опыте мы можем измерить давление, создаваемое газом, заключенным в сосуд, следующим образом: заполним ртутью прибор, с обеих сторон сообщающийся с атмосферой (рис. 9.5). Пусть объем над ртутью справа равен V_0. С помощью крана этот объем можно отсоединить от атмосферы. Кроме того, через трубку с краном мы можем дополнительно ввести в пространство V_0 прибора некоторое количество газа.

Допустим, что у нас есть баллон из пластика определенного объема $V_б$. Если этот баллон заполнен воздухом и сообщается с атмосферой, то он содержит определенное число молекул (составляющее долю $V_б/V_0$ от числа молекул, уже находящихся в V_0). Присоединим теперь баллон из пластика к крану, имеющемуся с правой стороны прибора. Выжмем газ из баллона, чтобы весь он оказался в сосуде над поверхностью ртути. Если теперь закрыть кран, то в объеме V_0 останется больше молекул, чем раньше. Бомбардировка поверхности ртути в правой части сосуда увеличивается, потому что увеличилось количество молекул в том же объеме. Избыток давления давит вниз на ртуть, и поэтому в левой трубке ртуть поднимается (рис. 9.6). Избыточная высота столба ртути с левой стороны измеряет избыток давления, являю-

щийся результатом бомбардировки теми молекулами, которые мы ввели в правую часть прибора.

Если мы присоединим еще один баллон из пластика, заполненный воздухом, и снова выжмем заключенный в нем воздух в сосуд правой части прибора, то получим в объеме V_0 уже две избыточные порции воздуха. В соответствии с нашей моделью мы могли бы ожидать, что избыток давления, действующий на поверхность ртути, удвоится. И действительно, мы находим, что высота ртутного столба в левой трубке увеличится на столько же, на сколько она увеличилась, когда мы ввели воздух, содержавшийся в первом

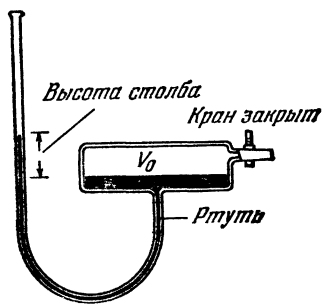


Рис. 9.6. После того как мы ввели в сосуд V_0 добавочное количество молекул, закроем кран. При этом столб ртути в левой трубке поднимается. Разность уровней в сосуде и трубке измеряет добавочное давление.

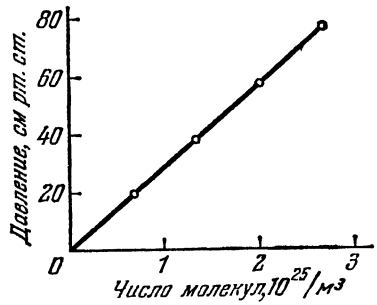


Рис. 9.7. Зависимость добавочного давления, измеренного при температуре плавления льда, от числа молекул в единице объема.

баллоне из пластика. Мы можем продолжать добавление известного количества молекул в правую часть прибора с объемом V_0 и измерение подъема ртути в левой трубке прибора. Из этих измерений мы найдем, что давление растет прямо пропорционально числу молекул в данном объеме (рис. 9.7).

Предположим, что этот опыт мы проделываем при температуре таяния льда. При этой температуре мы знаем число молекул любого газа, занимающего данный объем при атмосферном давлении. В гл. 8 мы видели, что один моль газа (содержащий $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул) занимает объем 22,4 л при этой температуре; поэтому в 1 м^3 содержится $2{,}70 \cdot 10^{25}$ молекул. Отсюда мы можем узнать, какое число молекул будет содержаться в объеме V_0. Например, если объем баллона V_6 равен 1 л (т. е. 10^{-3} м^3), то в нем будет находиться $(2{,}70 \cdot 10^{25}$ молекул/м$^3) \cdot 10^{-3}$ м$^3 = 2{,}70 \cdot 10^{22}$ молекул. Давление, оказываемое этими молекулами, измеряется высотой столба ртути в левой трубке. При температуре таяния льда, когда в 1 м^3 содержится $2{,}70 \cdot 10^{25}$ молекул, давление газа равно атмосферному и измеряется высотой ртутного столба в 76 см. Вообще, так как давление пропорционально числу молекул в единице объема, то его можно выразить следующим образом:

$$\frac{\text{давление (см рт. ст.)}}{\text{76 см рт. ст.}} = \frac{\text{число молекул в 1 м}^3}{2{,}70 \cdot 10^{25} \text{ молекул/м}^3}.$$

В общем виде это можно записать так:

$$P/76 = (N/V)/(2{,}70 \cdot 10^{25}), \quad \text{или} \quad P = 2{,}81 \cdot 10^{-24} N/V,$$

где N/V представляет собой отношение числа молекул к занимаемому ими объему, P выражено в см рт. ст., а V — в м^3.

В гл. 8 мы отметили, что объем, занимаемый некоторым количеством молекул при атмосферном давлении, не зависит от рода молекул. Теперь, используя различные газы, мы сможем выяснить, зависит ли давление от природы газа. Опытным путем мы находим, что вообще давление зависит лишь от числа молекул в единице объема и не зависит от природы молекул. Таким образом ведут себя все газы, если их плотность достаточно мала, что имеет место, когда среднее расстояние между молекулами велико по сравнению с их размерами.

Только что описанный опыт с объемом V_0 мы можем повторить и с другим объемом V_1; при этом мы получим тот же самый результат. Эти опыты убеждают нас в том, что давление определяется величиной отношения N/V, т. е. числом молекул в единице объема.

Все, что мы только что проделали, относится к температуре таяния льда. Мы можем повторить этот опыт при температуре кипения воды. Получится тот же самый результат, за исключением коэффициента пропорциональности, который теперь вместо $2{,}81 \cdot 10^{-24}$ см рт. ст./(молекул/м^3) для температуры таяния льда будет равен $3{,}84 \cdot 10^{-24}$ см рт. ст./(молекул/м^3). Таким образом, и при другой температуре давление пропорционально числу молекул в единице объема, а коэффициент пропорциональности зависит от температуры.

Короче говоря, опытным путем мы устанавливаем, что при данной температуре давление газа пропорционально числу молекул, деленному на занимаемый ими объем:

$$P = \theta N/V,$$

где θ — коэффициент пропорциональности. Этот результат будет правильным до тех пор, пока в данном объеме не окажется слишком много молекул. Пока они не слишком уплотнены, число молекул, бомбардирующих стенки сосуда, зависит от числа молекул, находящихся вблизи стенки; поэтому давление должно быть пропорционально N/V, как это уже было найдено. Если в единице объема будет находиться в два раза больше молекул, а значит, и вблизи стенки также будет в два раза больше молекул, то и число ударов молекул о стенку за данное время будет в два раза больше, следовательно, давление будет в два раза больше. Этот закон определяет поведение газов и известен под названием закона Бойля — Мариотта.

Вы можете также продемонстрировать закон Бойля — Мариотта, выполнив опыт с определенной порцией газа в сосуде, закрытом поршнем (рис. 9.8). Помещая все больше и больше грузов на поршень, вы можете увеличить давление в газе и уменьшить занимаемый им объем. Если проделывать опыт медленно, то газ останется при комнатной температуре. Если теперь построить (как это сделано на

рис. 9.9) график зависимости N/V от величины груза, то можно убедиться в том, что объем будет обратно пропорционален давлению (не забудьте, что сосуд закрыт и поэтому при постоянном N будет изменяться только V). При выполнении этого опыта следует помнить, что нужно учесть атмосферное давление. В результате бомбардировки молекулами атмосферное давление действует на поршень так же, как столб ртути высотой 76 см. В действительности атмосферное давление изменяется в зависимости от количества воздуха, находящегося над нами, а 76 см рт. ст. соответствуют стандартному значению атмосферного давления на уровне моря.

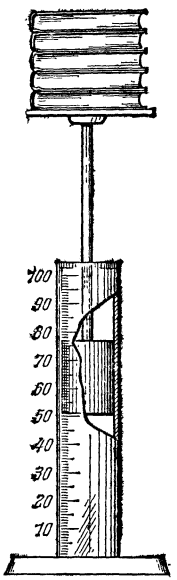


Рис. 9.8. Прибор для демонстрации закона Бойля — Мариотта. Если на платформу накладывать книги (грузы), воздух в цилиндре сжимается и высота воздушного столба уменьшается. Число книг может служить мерой давления, а высота воздушного столба — мерой объема.

Закон Бойля — Мариотта в точности соответствует молекулярной модели газа. Такой результат мы и должны были ожидать, исходя из представления о множестве молекул, находящихся друг от друга на

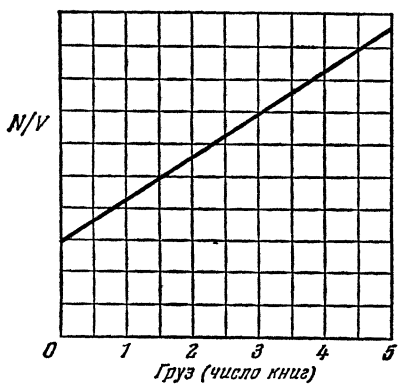


Рис. 9.9. Графическое изображение закона Бойля — Мариотта. Для построения этого графика можно использовать данные, получаемые с помощью прибора, изображенного на рис. 9.8. Величина N/V не обращается в нуль, когда на платформе не лежит ни одной книги, так как на платформу действует еще атмосферное давление.

большом расстоянии, движущихся с большой скоростью и бомбардирующих стенки сосуда. Модель оказалась удачной. Попытаемся теперь выяснить пределы ее применимости. Предположим, что мы еще больше увеличиваем давление газа. В один и тот же объем мы впускаем все больше и больше газа. Плотность газа при этом увеличивается. Наконец, молекулы уже не смогут летать совершенно свободно. Большую часть времени они должны будут сталкиваться друг с другом, и мы окажемся за пределами применимости нашей простой модели, в которой предполагалось, что молекулы удалены друг от друга на достаточно большое расстояние. Поэтому в этом случае наша модель уже не годится. Когда газ сильно сжат, давление, ко-

торое он оказывает на стенки, уже не будет зависеть от столкновений движущихся молекул. Теперь это будет давление, требующееся, чтобы сжать сами молекулы, занимающие небольшой объем. Если это произойдет, то давление, необходимое для сжатия молекул, будет зависеть уже не от их движения, а от их внутреннего строения. Однако задолго до этого молекулы окажутся на столь близких расстояниях друг от друга, что модель потеряет свое значение и закон Бойля — Мариотта перестанет выполняться.

При давлении в тысячи атмосфер газы обнаруживают значительные отклонения от закона Бойля — Мариотта, выражаемого прямолинейным графиком. При увеличении давления объем уменьшается меньше, чем это вытекает из закона Бойля — Мариотта. Опыт показывает, что при этом изменение объема не намного отличается от того небольшого изменения объема, которое испытывают твердые и жидкие тела, подвергнутые действию внешнего давления. Плотность воды или даже стали зависит от того, насколько плотно упакованы их молекулы. При давлении в тысячу атмосфер, которое имеется в глубочайших пучинах океана, плотность воды на 4% выше, чем при нормальных условиях. Можно думать, что в центре Земли железо сжато настолько, что его плотность соответствует плотности свинца. Однако обычно, когда в таблицах приводится плотность жидкостей или твердых тел, давление не указывается, потому что значение их плотности изменяется очень немного, даже если давление изменяется в довольно широких пределах.

Закон Бойля — Мариотта для газов выполняется для всех газов при достаточно низких значениях плотности, когда молекулы удалены друг от друга на расстояния, большие по сравнению с их собственными размерами. Этот закон выполняется и при более высоких плотностях для газов, состоящих из простых молекул, вроде кислорода или водорода, но не для газов, состоящих из больших и сложных молекул, например паров спирта. Изучение отклонений от закона Бойля — Мариотта является одним из путей к более детальному и всестороннему исследованию молекул. Здесь мы ограничимся областью низких плотностей, что соответствует более простым закономерностям.

9.4. Температура и газовые термометры

Обычно мы измеряем изменения температуры по изменению объема жидкости, чаще всего ртути или спирта. Каждое из этих веществ соответственно его природе в различной степени увеличивается в объеме при повышении температуры, и только вода при нагревании немного выше температуры плавления незначительно уменьшается в объеме. Газы же, подчиняющиеся закону Бойля — Мариотта (т. е. все газы, в которых молекулы достаточно удалены друг от друга), ведут себя совершенно одинаково. Поэтому расширение газов, подчиняющихся закону Бойля — Мариотта, может быть использовано для измерения температуры с бóльшим основанием,

чем расширение других веществ. Поведение таких газов может быть использовано для рационального определения температуры.

В предыдущем разделе мы нашли, что при температуре плавления льда давление газа в сантиметрах ртутного столба равно $P=2{,}81\cdot10^{-24}\ N/V$. Здесь N представляет собой число молекул, занимающих объем V. Мы нашли также, что при температуре кипения воды $P=3{,}84\cdot10^{-24}\ N/V$. В выражении $P=\theta N/V$ коэффициент пропорциональности θ зависит только от температуры и больше ни от чего. Другими словами, при данной температуре значение $PV/N=\theta$ постоянно для всех газов, имеющих низкую плотность,

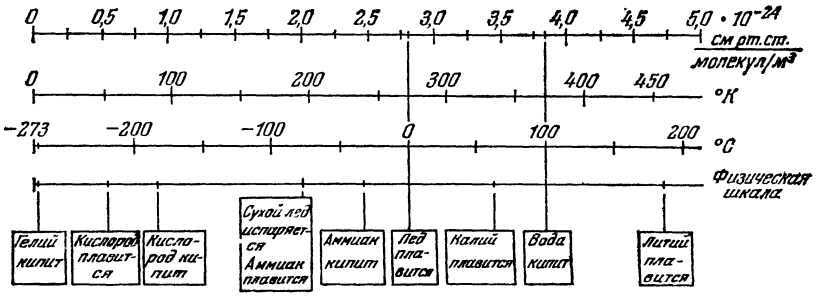


Рис. 9.10. Соотношение между основной шкалой температуры, шкалой Кельвина и стоградусной шкалой Цельсия.

при любом давлении и любых значениях N. Объем V, занимаемый молекулами, всегда оказывается таким, что θ сохраняет одно и то же значение, если температура не меняется. Кроме того, для всех газов θ равномерно увеличивается с повышением температуры. Поэтому θ представляет собой естественную меру температуры.

Мы можем выбрать значение величины θ таким образом, чтобы при таянии льда она равнялась $2{,}81\cdot10^{-24}$ см рт. ст./(молекул/м^3), а при кипении воды $3{,}84\cdot10^{-24}$ см рт. ст./(молекул/м^3) и т. д. Эти точки могут быть приняты за исходные в основной шкале температур. В дальнейшем мы еще вернемся к вопросу о выборе этих точек. Исторически, однако, раньше была введена другая шкала температур. Соотношение между различными шкалами температур изображено на рис. 9.10. Как видно из этого рисунка, шкала Кельвина пропорциональна основной шкале; это та же самая шкала, но с более удобными единицами, называемыми градусами Кельвина и обозначаемыми °К. Стоградусная шкала имеет такие же единицы, как и шкала Кельвина, но нуль помещен при температуре таяния льда, соответствующей 273 °К или $2{,}81\cdot10^{-24}$ см рт. ст./(молекул/м^3) по основной шкале температур. Заметим, что промежуток между температурой таяния льда и температурой кипения воды соответствует 100 °С (или 100 °К). Такие единицы в этой шкале были выбраны в целях удобства. Термометры для научных целей обычно калибруются таким образом, что температура отсчитывается по стоградусной шкале. Однако мы должны помнить, что нуль в этой шкале

выбран произвольно. С таким же успехом за нуль можно было принять температуру плавления золота. С другой стороны, шкала Кельвина, а также газовая шкала имеют естественный нуль, называемый абсолютным нулем; это понятие мы рассмотрим в следующем разделе.

9.5. Температура и модель газа

В предыдущем разделе мы видели, что коэффициент пропорциональности θ в законе Бойля — Мариотта привел нас к разумному определению температуры. Множитель θ не зависит от природы газа. Он зависит лишь от температуры, которая определяется по точке таяния льда, или по точке кипения воды, или по любому другому физическому явлению. Мы сможем составить себе гораздо более полное представление о температуре, если выясним теперь, что представляет собой θ с точки зрения нашей молекулярной модели газа. Согласно закону Бойля — Мариотта

$$P = \theta N/V,$$

мы уже видели, как можно объяснить пропорциональность давления числу молекул в единице объема. Все, что оказывает влияние на давление, суммируется в множителе θ. Что же должна означать величина θ с точки зрения молекулярной модели? При данном числе молекул вблизи стенки давление на стенку должно зависеть от того, насколько быстро движутся молекулы. Если молекулы движутся очень медленно, то за одну секунду только очень немногие из них ударятся о стенку, и к тому же их удары будут не очень сильными. Если же молекулы движутся быстро, то многие из них достигнут стенки и каждая молекула будет сильно ударяться об нее, точно так же, как быстро движущийся бейсбольный мяч ударяет вас сильнее, чем мяч, медленно летящий. Поэтому давление, оказываемое на стенку, должно возрастать при увеличении скорости молекулярного движения и понижаться при его уменьшении. Коэффициент пропорциональности θ в законе Бойля — Мариотта содержит эту зависимость от скорости молекулярного движения.

В коэффициент пропорциональности θ входит еще по меньшей мере одна характеристика молекулярного движения. Бильярдный шар и теннисный мяч, движущиеся с одной и той же скоростью, ударяются о неподвижный предмет не с одинаковой силой. Более массивный бильярдный шар ударяет с большей силой, чем менее массивный теннисный мяч. Масса молекул также входит в коэффициент пропорциональности θ. Однако когда мы увеличиваем температуру, мы не изменяем массу. Сосуд с газом при высокой температуре обладает той же самой массой, что и при низкой температуре, в чем можно убедиться, производя взвешивание при разных температурах. Поэтому с точки зрения молекулярных представлений повышение температуры должно означать увеличение скоростей молекул.

Мы должны развить молекулярную модель, дополнив ее представлением о том, что повышение температуры означает увеличение

скорости движения молекул. К такому заключению приводят нас многие опытные данные. Например, повышение температуры обычно ускоряет протекание химических реакций. Это согласуется с представлением о том, что при нагревании молекулы движутся быстрее. Двигаясь с бóльшими скоростями, молекулы должны чаще сталкиваться между собой и сильнее ударяться друг о друга. Столкновения могут приводить к распаду молекул и к перестройке в них атомов; поэтому реакции должны протекать с большей скоростью.

Кроме того, представление о том, что при повышении температуры молекулы движутся быстрее, не ограничивается газами. Горячий газ будет нагревать окружающие его холодные тела, повышая скорость и энергию движущихся молекул в жидкостях или твердых телах, а также атомов в молекулах.

Допустим, что стенки сосуда сделаны из металла, в каждом маленьком кристаллике которого атомы расположены в определенном порядке. В кристаллической решетке атомы не могут покинуть своих мест. Однако около этих «своих» мест они совершают колебания туда и обратно подобно маленьким шарикам, подвешенным на пружинах. Это непрерывное движение так же определяет температуру, как и движение молекул, свободно летающих в газе. В самих летающих молекулах тоже происходят внутренние колебания атомов друг относительно друга. Кроме того, при своем движении молекулы вращаются и переворачиваются. Иногда молекула газа соударяется с атомом кристаллической решетки и заставляет его быстрее колебаться. После этого отскочившая молекула немного замедляется. В других случаях «медленная» молекула, пролетающая вблизи быстро колеблющегося атома кристаллической решетки, сталкивается с этим атомом и отскакивает от него с большей скоростью, чем она приближалась к нему. Этот постоянный обмен энергиями между движущимися атомами и молекулами приводит к выравниванию температуры.

При нагревании, если температура достаточно высока, твердые тела изменяют свое состояние — они расплавляются и даже испаряются. Движение молекул усиливается при повышении температуры до тех пор, пока оно не станет настолько сильным, что атомы и молекулы смогут переместиться на другое место или даже совсем вылететь за пределы тела. При более высоких температурах движение молекул становится настолько интенсивным, что молекулы газа разлетаются на составные части. При этом газ, состоявший из молекул, превращается в атомный газ. Именно этим объясняется наличие в спектрах высокотемпературных источников света признаков, характерных для отдельных атомов элементов.

Когда мы опускаем поршень велосипедного насоса, движущийся поршень сталкивается с молекулами газа в насосе и увеличивает их скорость. Бóльшая скорость означает более высокую температуру, точно так же как более высокая температура означает бóльшую скорость. Газ при этом должен нагреваться, что и происходит в действительности. Температура газа может оказаться настолько вы-

сокой, что стенки цилиндра нагреются. Таким образом, мы снова ощущаем связь между скоростью молекул и температурой. Чем выше температура, тем больше скорость.

При понижении температуры скорость молекул уменьшается. Они летают медленней. Наконец, молекулы начинают двигаться настолько медленно, что притяжение, действующее между ними, заставляет их соединяться вместе и после соударения не отскакивать ни друг от друга, ни от стенок. Когда температура падает ниже 100 °К, воздух, например, сначала становится жидким, а потом затвердевает. При этом его главные составные части — азот и кислород — претерпевают эти изменения при разных температурах. При 5 °К и обычном атмосферном давлении газов уже не существует, и только гелий еще не отвердевает; он переходит в необычное новое состояние, напоминающее жидкость, но обладающую таким свойством, которое отсутствует у всех других известных нам веществ. Это свойство называется сверхтекучестью*).

Низкие температуры способствуют установлению порядка, регулярности и правильному расположению атомов и молекул. В этом состоит причина регулярности расположения атомов в кристаллах и снежинках. Порядок связан с холодом. При высоких температурах существует обратная картина. Всюду, где происходит быстрое движение, царит беспорядок и хаос. Несмотря на хаотичность движения, средние значения плотности, давления и других свойств газов остаются постоянными. Строго говоря, замечательное постоянство свойств газов является следствием царящего в них беспорядка. Газ представляет собой непрерывное движение и беспорядок; у газа нет определенной формы, и он не обладает какой-нибудь определенной плотностью. Тепло — это беспорядок.

Жизнь требует, по-видимому, определенного соотношения между порядком и беспорядком; она не может существовать при слишком низких температурах, при полном и строго неизменном порядке. С другой стороны, жизнь не терпит и слишком большого беспорядка. Для развития жизни температура должна быть выбрана надлежащим образом. Насколько нам теперь известно, жизнь ограничена той особой средой, в которой мы живем в области температур от 200 °К до 400 °К. Это — очень узкая область во Вселенной, в которой температура изменяется от нескольких градусов Кельвина в некоторых областях пространства до десятков миллионов градусов внутри звезд.

Если мы говорим об атомах и молекулах, то с повышением температуры скорости возрастают, порядок уменьшается. Нельзя добиться того, чтобы молекулярное движение было слабее и порядок был более совершенным, чем это имеет место в полностью замороз-

*) Сверхтекучесть жидкого гелия, открытая П. Л. Капицей в 1940 г., наблюдается при температуре ниже 2,186 °К (при атмосферном давлении) и проявляется в отсутствии вязкости. Теоретическое объяснение явления сверхтекучести было дано в 1941 г. Л. Д. Ландау на основе квантовой механики. (*Прим. ред.*)

женной кристаллической решетке. Естественный нуль температуры, $\theta=0$, который мы получаем, экстраполируя зависимость, выражаемую законом Бойля—Мариотта, в сторону низких температур, соответствует, как нам представляется на основе этой зависимости, нулевой скорости молекул. Так как не существует меньшей скорости, то нуль имеет абсолютное значение. Нуль по шкале Кельвина (совпадающий со значением $\theta=0$) часто называют абсолютным нулем.

Лорд Кельвин, крупнейший английский физик и инженер-электрик, привел многочисленные доводы в пользу своей шкалы и представления об абсолютном нуле. Его доводы покоятся на основных

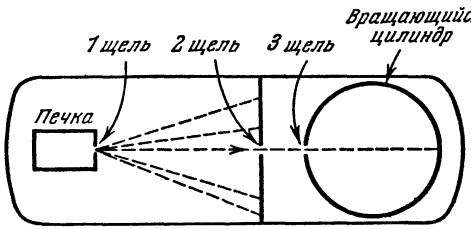


Рис. 9.11. Измерение скорости молекул. Молекулы, вылетая из газовой печки и попадая в вакуум, проходят через щелевую диафрагму в виде узкого пучка. Третья щель позволяет узкому пучку молекул попасть во внутреннюю полость вращающегося цилиндра. Так как цилиндр вращается, молекулы не могут попасть на внутреннюю стенку цилиндра непосредственно против третьей щели. Можно вычислить скорость молекул, если измерить ширину следа молекул на внутренней стенке цилиндра и знать скорость вращения цилиндра (и его радиус).

законах, описывающих принцип действия тепловых машин. Эти законы не зависят от молекулярной картины. Исследованиями Кельвина была установлена температурная шкала и выяснено значение абсолютного нуля независимо от истолкования газовых законов с точки зрения молекулярных представлений. Однако представление о том, что при абсолютном нуле не существует молекулярного движения, не соответствует действительности. Это представление привлекательно с точки зрения нашего истолкования газовых законов, но ведь при достижении 0 °K мы выходим далеко за пределы области газового состояния вещества. Молекулы или атомы при столь низкой температуре располагаются очень близко друг к другу и движутся совместно. В настоящее время мы считаем, что в самом холодном состоянии, при 0 °K, еще существует некоторое движение атомов и молекул, а не полный покой, как это следует из экстраполяции газовых законов. Экстраполяция к абсолютному нулю совсем не означает экстраполяции к абсолютному покою.

Из газовых законов вытекает один неожиданный вывод. Определенное количество тяжелых молекул, находящихся в данном объеме и при данной температуре, оказывает то же самое давление, какое оказывает такое же количество легких молекул, находящихся в таком же объеме и при той же температуре. Таким образом, давление не зависит ни от массы молекул газа, ни от их природы, а зависит только от их числа. Это кажется странным, так как ясно,

что удар бейсбольного мяча сильнее, чем удар одной градины. Этому может быть дано только такое объяснение: при данной температуре более тяжелые молекулы должны двигаться медленней, чем более легкие. При измерении скоростей, с которыми молекулы газа при данной температуре вылетают через отверстие из газа в вакуум (рис. 9.11), было найдено, что тяжелые молекулы движутся с более низкими средними скоростями, чем легкие молекулы. Опыты показали, что среднее значение mv^2, т. е. произведения массы молекулы на квадрат ее скорости, пропорционально температуре.

Из качественных соображений легко понять, почему скорости молекул не одинаковы. Молекулы движутся не по мановению волшебной палочки, а в результате соударений с другими молекулами. Более тяжелым молекулам труднее двигаться, в то время как легкие молекулы движутся без труда и с бóльшими скоростями. Это и объясняет, хотя и не доказывает, изложенный выше результат.

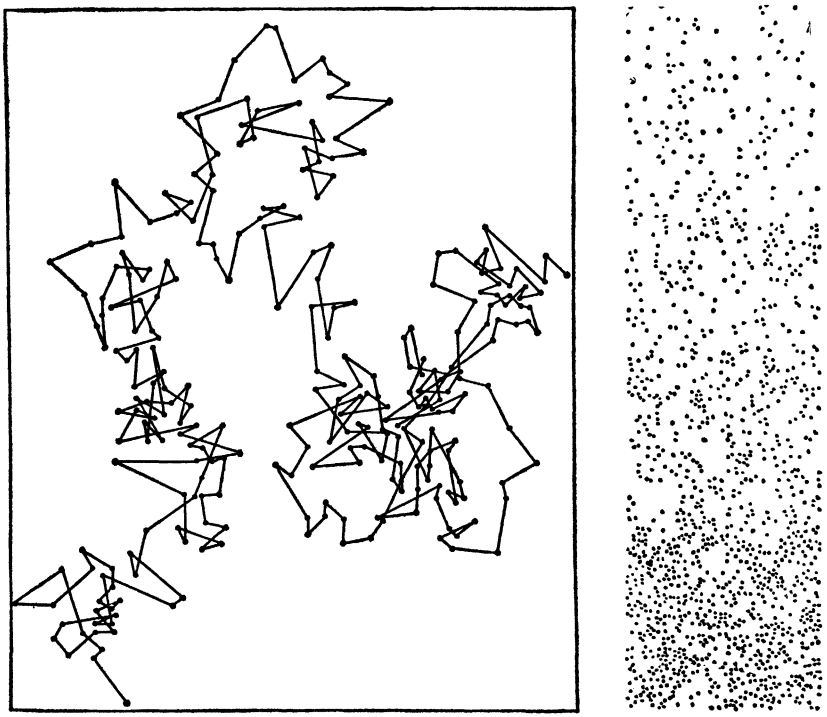
Природа тепла и физический смысл температуры значительно глубже, чем это здесь изложено; в дальнейшем мы еще вернемся к этим вопросам (в части III). Когда мы перейдем к изучению механики, мы приведем более детальные доводы, доказывающие, что температура газа пропорциональна mv^2. Дальнейшее развитие теории газового состояния, в которое мы не можем вдаваться в этом курсе, показывает, что среднее значение mv^2 должно быть одинаковым для молекул различного сорта, соударяющихся между собой. Именно поэтому и происходит выравнивание температуры. В велосипедном насосе движение молекул в газе, нагретом в результате сжатия, замедляется, в то время как скорость молекул среды, окружающей газ, увеличивается. Спустя некоторое время температура насоса и окружающей его среды выравнивается и приближается к первоначальной температуре среды как большого собрания молекул.

9.6. Броуновское движение и шумы

Если измерять плотность газа в очень маленьких объемах, то величина ее не будет постоянна. Обычно наблюдаемая постоянная плотность представляет собой среднее значение плотности. Чтобы получить эту величину, мы должны сосчитать число молекул в маленьком кубике в различные моменты времени и усреднить полученный результат (см. рис. 9.2). То же самое справедливо и для давления. Давление, которое мы измеряем по высоте столба ртути или с помощью манометра, также представляет собой среднее давление, усредненное по пространству и времени. Если бы у нас был крошечный быстродействующий манометр, то он должен был бы очень быстро менять свои показания (т. е. флуктуировать) — показывать высокое давление при ударе молекулы и низкое в отсутствие молекулы. С помощью такого манометра мы могли бы убедиться в хаотичности движения молекул газа; наши обычные манометры показывают лишь среднее давление.

Однако нет ли каких-нибудь признаков, по которым мы могли бы непосредственно судить о хаотичности молекулярного движения?

Обычно мы не видим флуктуаций, потому что все это происходит в очень малом масштабе. И все же молекулярный хаос можно наблюдать непосредственно в очень изящном опыте. Для этого ботаник



а) *б*)

Рис. 9.12. *а*) Броуновское движение. Если фотографировать положение частицы через каждые 20 с, то получается ломаная линия, изображенная на рисунке. За каждый промежуток времени частица переходит от одной точки к другой. Между экспозициями при фотографировании частица может проходить столь же извилистый путь, как и тот общий путь, который изображен на рисунке. *б*) В начале этого столетия Жан Перрен с большой тщательностью изучал, как распределяются по высоте взвешенные в жидкости частицы. Найденное им распределение приведено на данном рисунке в увеличенном масштабе. Этот закон распределения напоминает распределение молекул в газе. Верхние частицы суспензии (или верхние молекулы газа) оказывают давление на нижележащие частицы и сближают их. Частицы, находящиеся внизу, испытывают наибольшее давление и поэтому плотность вещества внизу будет наибольшей. Этот пример иллюстрирует состояние земной атмосферы, половина массы которой сосредоточена на первых 5,5 км ее высоты. Чем выше мы поднимаемся, тем менее плотным становится воздух.

Роберт Броун очень искусно использовал простой микроскоп, который вы можете легко соорудить в лаборатории. В 1827 г., работая с линзой, представляющей собой стеклянный шарик с фокусным расстоянием около 1/32 дюйма, он обнаружил, что крошечные частички цветочной пыльцы, погруженные в воду, непрерывно движутся. Он писал, что это движение соответствовало его ожиданиям, так как оно принадлежало самим частичкам, а не вызывалось, например, потоками в воде. Броун считал, что эти частицы движутся потому, что они живые, и что он открыл новое проявление жизни; впослед-

ствии, однако, он нашел, что даже прокипяченные частички продолжают двигаться. Наконец, он обнаружил, как это теперь нам точно известно, что любые очень маленькие частички никогда не остаются в покое. Это движение называется *броуновским движением*.

Мы можем зарисовать броуновское движение маленькой частички, как это сделано на рис. 9.12,*а*, из которого отчетливо виден случайный и беспорядочный характер ее движения. Около 50 лет назад, когда природа этого движения была разгадана, оно стало одним из наиболее убедительных доказательств существования молекул.

Такие маленькие частички ведут себя подобно гигантским молекулам. Если они настолько велики, что их можно видеть с помощью микроскопа, то, значит, они содержат около 10^{10} или 10^{11} атомов; с точки зрения масштаба атомов такие частички действительно можно считать гигантскими. Находятся ли они в жидкости или в газе, эти частички в любой момент времени подвергаются ударам роя движущихся молекул. Молекулы оказывают давление на маленькие частички, которые испытывают удары с одной стороны немного сильнее, чем с другой, и в соответствии с этим передвигаются в ту или другую сторону. Кроме того, частички вращаются, так как молекулярные удары закручивают их. Исходя из основных законов учения о тепле, а также из математической теории вероятности, можно вычислить, каково должно быть среднее перемещение таких частиц; измерения их траекторий подтверждают эти вычисления. Траектория броуновской частицы отличается от траектории единичной молекулы только по масштабу. Эта траектория аналогична траектории медленно диффундирующей молекулы, переносящей через комнату запах аммиака или газа из кухонной плиты.

На рис. 9.12,*б* изображены в увеличенном масштабе маленькие частички, более тяжелые, чем жидкость, в которую они погружены. Эти частички удерживаются в жидкости во взвешенном состоянии за счет броуновского движения. При этом они ведут себя подобно молекулам атмосферы, более плотной внизу у поверхности Земли и менее плотной наверху; однако высота этой своеобразной «атмосферы» составляет всего лишь долю миллиметра, в то время как воздух простирается вверх над поверхностью Земли на высоту многих километров. Высота слоя суспензии, умноженная на эффективную массу частичек, рассматриваемых в качестве молекул, равна высоте атмосферного воздуха, умноженной на массу молекул воздуха.

Железные опилки или даже мелкие гвоздики также должны иметь свою высоту «атмосферы»; однако, в противоположность молекулам, они настолько тяжелы, что высота их «атмосферы» меньше, чем размер самих опилок или гвоздиков, составляя лишь малую долю размера атома.

Даже тела крупных размеров подвержены броуновскому движению; однако обычно оно слишком мало, чтобы его можно было обнаружить. Оно мало потому, что большие тела не могут быстро реагировать, и потому, что за короткий промежуток времени в боль-

шое тело ударяется так много молекул, что их действия почти полностью уравновешиваются. С помощью достаточно чувствительных приборов мы все же можем увидеть броуновское движение сравнительно больших тел. На рис. 9.13, *а* изображено маленькое зеркальце, свободно подвешенное под стеклянным колпаком и тщательно

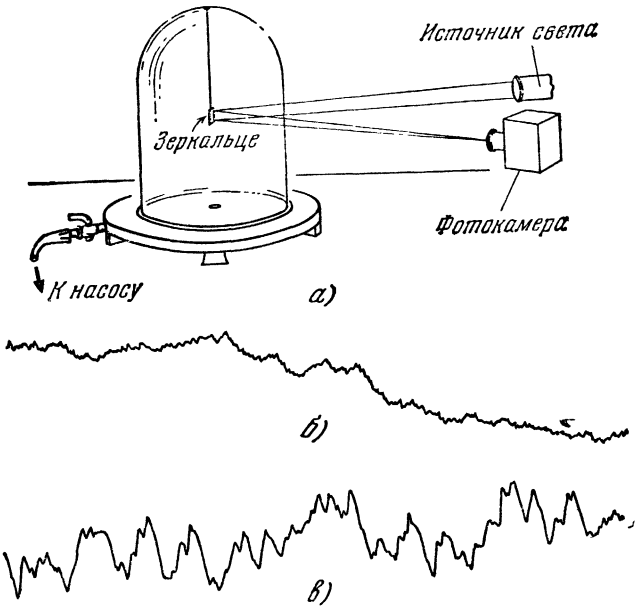


Рис. 9.13. *а*) Демонстрация другого случая броуновского движения. Свет от источника фокусируется на зеркальце, свободно подвешенное под стеклянным колпаком. Движение зеркальца регистрируется по отраженному зайчику с помощью фотокамеры с движущейся пленкой. При движении пленки в фотокамере отраженный световой зайчик вычерчивает волнообразную кривую, показывающую, что зеркальце медленно вращается в ту и другую сторону. Ниже приведены типичные кривые, получающиеся при этом. *б*) Запись колебаний зеркальца. Давление под колпаком равно атмосферному давлению. *в*) Запись при тех же условиях, что и для рисунка *б*), но давление под колпаком уменьшено до $1 \cdot 10^{-5}$ атм (что соответствует давлению $4 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст.). В этом случае влияние молекулярных столкновений видно значительно более отчетливо.

защищенное от всех вибраций, воздушных потоков и других возмущений. Совершенно случайные повороты зеркальца в ту или другую сторону могут служить наглядным примером броуновского движения. Благодаря тому, что малые изменения угла поворота зеркальца могут быть превращены в большие смещения положения отраженного луча света, мы можем обнаружить эти флуктуации (рис. 9.13, *б* и *в*).

Броуновское движение отчетливо указывает предел возможности использования маленьких приборов для измерения малых величин. Коромысло весов подвержено броуновскому движению, и это ограничивает точность, с которой могут сравниваться две массы. Каждый указатель любого прибора подвержен слабому, но неустранимому дрожанию. Это дрожание ставит основной предел точности измере-

ний. В электрических измерениях в любой цепи также возникают флуктуации в форме случайных сигналов. Эти сигналы, которые можно слышать как шумы, называются *шумами Джонсона*, по имени открывшего их исследователя. Они представляют собой особое проявление броуновского движения в материалах, которого нельзя избежать. Телевизионный приемник в тихом месте обнаруживает особый вид помех на экране, называемых «снегом». Большинство таких помех представляет собой просто-напросто результат беспорядочных электрических сигналов флуктуационного происхождения. Представляется вероятным, что острота человеческого слуха находится как раз на пределе возможности слышать броуновское движение в воздухе в виде постоянного шума в абсолютно тихой комнате, в которой существует лишь беспорядочное движение молекул. Известен только один путь уменьшения броуновского движения: холод. При низкой температуре броуновское движение и шумы Джонсона затухают. Был даже создан термометр, принцип действия которого основан на измерении шумов.

Броуновские флуктуации можно использовать для определения числа Авогадро N_0. Если бы это число было мало, т. е. молекулы были бы размером с песчинку, то флуктуации, наблюдаемые при движении зеркальца или частиц пыльцы, должны были бы быть бóльшими, чем наблюдал Броун. Если же N_0 было бы больше, чем оно есть на самом деле, то наблюдаемые флуктуации должны были бы выравниваться гораздо полнее чем это происходит в действительности. Из величины флуктуаций можно вычислить число молекул, вызывающих движение броуновской частицы. Исходя из детальной теории и наблюдений броуновского движения, Перрен и другие исследователи в первое десятилетие этого века произвели несколько измерений числа N_0. Таким образом, броуновское движение было непосредственно связано с молекулярным движением и мы теперь знаем, что оно отражает тепловое движение в субмикроскопическом мире.

Существование флуктуаций еще более убедительно подтверждает кинетическую модель газов и, строго говоря, кинетическую модель всех макроскопических тел. В этом мы видим также доказательство того, что в жидкостях и твердых телах молекулы находятся в состоянии движения. В этом отношении жидкости и твердые тела похожи на газы; однако поведение газов значительно проще. Таким образом, очевидно, что повсюду существует непрестанное молекулярное хаотическое движение.

9.7. Газы без стенок

Кажется парадоксальным говорить о газе без стенок. Такой газ, несомненно, должен был бы быстро улетучиваться и рассеиваться. В действительности, однако, мы сами погружены в такой газ. Атмосфера представляет собой газ, у которого есть лишь одна стенка — поверхность Земли. Второй стенки над Землей не существует. Молекулы атмосферы удерживаются на месте их тяжестью. В относительно плотном воздухе вблизи уровня моря молекулы про-

летают только один микрон (10^{-6} м) или даже меньше между двумя столкновениями с другими молекулами. У верхнего края атмосферы, на высоте сотен километров, плотность мала; между двумя последовательными столкновениями молекулы пролетают многие километры. В этой области молекулы ведут себя подобно множеству маленьких дробинок; они летают по искривленным траекториям,

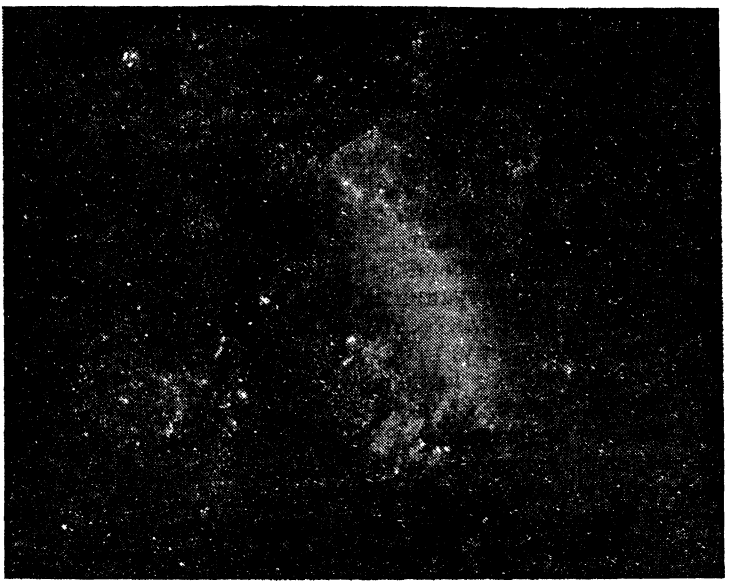


Рис. 9.14. Большое Облако Магеллана представляет собой галактический сателлит Млечного Пути, находящийся от Земли на расстоянии $1{,}75 \cdot 10^5$ световых лет. По своей природе он напоминает газ, не ограниченный стенками сосуда. В таком «газе» звезды представляют собой атомы, хотя среди звезд находятся также атомы обычного газа.

описывая дуги при ударах снизу и возвращаясь вниз под действием притяжения Земли. У нашей атмосферы не существует резкой границы — плотность воздуха уменьшается постепенно.

Скопление звезд, изображенное на рис. 9.14, представляет собой другой пример газа без стенок. «Молекулами» в таком скоплении являются громадные звезды; они находятся в непрерывном движении, но между ними всегда действует взаимное гравитационное притяжение. Именно так обстоит дело с галактиками. В нашей Галактике имеется «газ» из звезд, а также газ из атомов, заполняющий пространство между звездами. Законы движения и притяжения, управляющие такими системами, составляют содержание астрофизики. С идеей системы без стенок и без жестких связей мы еще раз встретимся; атом сам по себе, так же как и его ядро, принадлежит к таким же системам. Очень важно иметь в виду, что атмосфера может служить примером, доказывающим возможность существования таких систем.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. а) Изложите в общих чертах, как выглядит атомная модель твердого тела, кратко описанная в предыдущей главе.

б) В каком соотношении находятся объем твердого тела и объем отдельных атомов? Можно ли, например, считать, что объем твердого тела приблизительно равен сумме объемов отдельных атомов? Больше или меньше?

в) Какого можно ожидать различия в сжимаемости твердых и газообразных тел, если исходить из атомной модели?

2. Входит ли форма или размер молекул в нашу молекулярную модель газа?

3*. Предположим, что 1 м^3 какого-то газа, в котором молекулы отстоят в среднем друг от друга на расстоянии 10^{-9} м, расширяется до тех пор, пока среднее расстояние между молекулами не станет равным $3 \cdot 10^{-9}$ см. До какого объема расширится газ? (Раздел 9.2.)

4*. Сосуд разделен перегородкой на две части, в каждой из которых находятся разные газы. Если открыть кран, соединяющий обе части сосуда, то вскоре оба газа перемешаются. Каким свойством нашей молекулярной модели газа можно объяснить это перемешивание? (Раздел 9.2.)

5. Рассмотрим модель газа, состоящего из покоящихся молекул, расположенных друг от друга на большом расстоянии. Какое явление можно объяснить с помощью этой модели и что нельзя объяснить с ее помощью?

6. а) Что случится, если вы перевернете стакан вверх дном и погрузите его в воду?

б) Можете ли вы использовать этот опыт для того, чтобы высказать соображения в пользу того, что воздух представляет собой материальную субстанцию?

7. Подумайте о том, каким образом можно доказать подвижность, взаимопроницаемость и смешиваемость газов. Для начала ответьте на два вопроса. Каким образом доходит до вас большинство запахов? Что произойдет с воздухом, если вы повернетесь кругом?

8. Два студента определяют плотность воздуха. Сначала они взвесили пустой сосуд и нашли, что его масса равна 20 г. Затем они надули мягкий баллон из пластика до диаметра 21 см и выдавили его содержимое в сосуд. Масса сосуда с воздухом из баллона оказалась равной 26 г. Чему равна плотность воздуха?

9*. Сколько молекул содержится в 22,4 л газа при температуре плавления льда и при давлении 2 атм? (Раздел 9.3.)

10*. Что произойдет с давлением в сосуде, если спустя некоторое время 1/3 всех молекул прилипнет к внутренним стенкам? (Раздел 9.3.)

11. На уровне моря ртутный барометр показывает давление 76 см рт. ст., а на высоте 1 500 м — 63 см рт. ст. Какова плотность воздуха на этой высоте относительно плотности на уровне моря, если температура на обоих уровнях одна и та же?

12. Резервуар, объем которого равен 12 л, заполнен воздухом при высоком давлении и может охлаждаться до комнатной температуры. Давление в резервуаре оказалось равным 170 атм. Масса воздуха в резервуаре равна 2,5 кг.

а) Чему равна плотность воздуха в резервуаре?

б) Чему равна плотность воздуха в комнате?

13. К прибору, изображенному на рис. 9.5, мы присоединяем заполненный газом баллон из пластика объемом V_0. Затем мы выдавливаем этот газ в пространство, объем которого также равен V_0, через кран, расположенный справа. Когда высота ртутного столба в левой трубке оказывается равной 76 см, мы закрываем кран. После этого мы присоединяем другой баллон объемом V_0 с газом, находящимся при атмосферном давлении. Наконец, мы открываем кран и выжимаем газ из баллона в объем V_0.

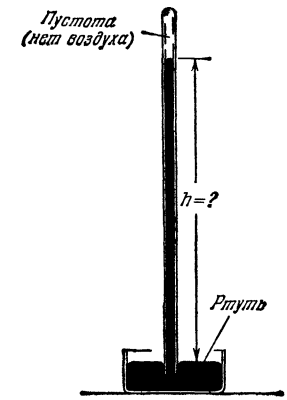


Рис. 9.15. К задаче 14.

а) Какова будет окончательная высота столба ртути?

б) Если присоединить пустой баллон из пластика, то насколько уменьшится высота столба ртути?

в) Почему высота столба оказывается меньше, чем 76 см?

14. На уровне моря в ртутном барометре (рис. 9.15) нормальное давление воздуха (1 атм), действующее на ртуть в чашке, уравновешивает столб ртути в закрытой с верхнего конца трубке.

а) Чему равна высота h столба ртути в барометре?

б) Если вы будете подниматься вверх до тех пор, пока плотность воздуха не уменьшится в 2 раза по сравнению с плотностью на уровне моря, то чему будет равна при этом h?

15*. В каком случае с помощью закона Бойля — Мариотта можно точнее предсказать давление реального газа: когда объем газа уменьшается или когда он увеличивается? (Раздел 9.3.)

16*. Сопоставьте деления 100-градусной температурной шкалы и шкалы Кельвина. (Раздел 9.4.)

17*. Чему соответствует нуль 100-градусной шкалы в шкале Кельвина? (Раздел 9.4.)

18. Сосуд содержит воздух при атмосферном давлении и при температуре 20 °С. До какой температуры нужно нагреть этот сосуд, чтобы из него вытеснилась одна пятая молекул, первоначально находившихся в сосуде?

19. Масса эвакуированного резервуара составляет 500,00 г. Если этот резервуар заполнить при температуре 300 °К водородом, его масса будет равна 500,20 г. Чему будет равна масса резервуара, если:

а) заполнить его при том же давлении азотом (молекулярная масса азота равна 28 а. е. м.);

б) заполнить его водородом при том же давлении, но при температуре 100 °К?

20. а) Газовый термометр, заполненный гелием, находится при температуре плавления аммиака. Отсчитывается объем гелия при нормальном атмосферном давлении. Затем термометр переносится в баню с кипящей водой. При этом гелий продолжает находиться при атмосферном давлении. Во сколько раз изменится объем гелия? (Используйте рис. 9.10 для того, чтобы найти температуру плавления аммиака.)

б) Если бы объем термометра был постоянен, то во сколько раз изменилось бы давление гелия?

в) Если в термометре вместо гелия использовать кислород, как изменятся ответы на пп. а) и б)?

21. Рассмотрим два резервуара равного объема. В одном находится водород (молекулярная масса 2 а. е. м.); в другом в том же количестве находится гелий (молекулярная масса 4 а. е. м.). Оба резервуара находятся при температуре 300 °К. Водород находится под давлением в 4 атм.

а) Чему равно относительное число молекул в каждом из двух резервуаров?

б) Чему равно давление гелия?

в) Если температура резервуара, содержащего водород, может быть изменена, а температура резервуара, содержащего гелий, поддерживается при 300 °К, то при какой температуре резервуара с водородом оба давления будут одинаковыми?

22*. Мы можем сравнить поршень велосипедного насоса с ракеткой от настольного тенниса (пинг-понг). Что произойдет со скоростью целлулоидного шарика, если при ударе ракетки о шарик ракетка будет двигаться по направлению к шарику? Если при ударе ракетки о шарик ракетка будет двигаться по направлению от шарика? (Раздел 9.5.)

23*. Чему равно общее число молекул в смеси двух газов в объеме 22,4 л при 0 °С и давлении в 1 атм? (Раздел 9.5.)

24. Давление в трубке объемом $1 \cdot 10^{-3}$ м^3, содержащей гелий, понижено до $1{,}00 \cdot 10^{-2}$ см рт. ст. при температуре 0 °С.

а) Чему равно число молекул в единице объема? Чему равно общее число молекул в трубке?

б) Трубка погружается в жидкий азот. Спустя некоторое время манометр, соединенный с трубкой, показывает давление $2{,}68 \cdot 10^{-3}$ см рт. ст. Какова температура по основной газовой шкале (θ)? По шкале Кельвина?

в) Как изменятся ответы на пп. а) и б), если гелий заменить воздухом?

25. Плотность какого воздуха больше при одних и тех же температуре и давлении: содержащего пары воды или сухого?

26. Когда в течение длительного времени автомобиль едет по шоссе, особенно в летнее время, камеры и заполняющий их воздух нагреваются в результате деформаций и трения, а также от соприкосновения с нагретой поверхностью шоссе. На сколько повысится давление в камере, если температура воздуха в ней повысилась с 27 до 30 °С?

27*. На рис. 9.12,*а* приведен пример броуновского движения. Движение какого числа различных частиц изображено на этом рисунке? (Раздел 9.6.)

28*. Как должно влиять понижение температуры газа под стеклянным колпаком на движение зеркальца, изображенного на рис. 9.13? (Раздел 9.6.)

29. Броуновское движение происходит потому, что за короткий промежуток времени частичка подвергается ударам молекул с одной стороны больше, чем с другой. Поэтому частички движутся беспорядочно то в одну, то в другую сторону.

а) Чтобы грубо моделировать броуновское движение, проделайте следующий опыт: подбросьте щелчком монету, и если она упадет вверх лицевой стороной — сделайте шаг вправо, если же она упадет вверх оборотной стороной — сделайте шаг влево. Подбросьте монету 10 раз и каждый раз делайте шаг в нужном направлении. После этого запишите, насколько вы удалились от исходной точки направо или налево. Повторите эту процедуру несколько раз. Будете ли вы находиться всегда в одном и том же месте после 10 подбрасываний?

б) Соберите вместе результаты, ваши и полученные вашими одноклассниками в таких же опытах, и постройте график зависимости общего числа случаев (по вертикальной оси), в которых каждый из вас оказывается в данном конечном положении, от величины перемещения, измеренного от начальной точки (по горизонтальной оси). Например, если в результате всех проделанных опытов вы или кто-нибудь из ваших одноклассников 18 раз переместитесь влево на 3 шага, то на графике вы построите точку, отложив по горизонтальной оси от центра 3 единицы, а по вертикальной оси — 18 единиц. Если же вы и ваши товарищи 27 раз вернетесь в начальное исходное положение, то вы должны построить точку на графике, отложив от центра по вертикальной оси 27 единиц, и т. д.

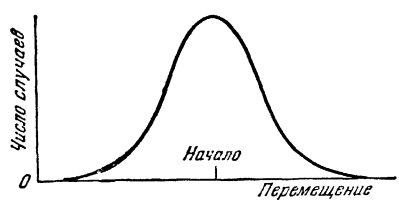


Рис. 9.16. К задаче 29.

в) Используйте этот график для определения вероятной величины вашего (или броуновской частицы) наибольшего удаления. Должна ли полученная кривая быть симметричной относительно начальной точки? Получилась ли у вас симметричная кривая?

г) Если бы вы измеряли расстояние, на которое вы переместитесь от начальной точки, без учета направления, то чему было бы равно среднее перемещение (в шагах) после 10 подбрасываний монеты? Должна ли эта средняя величина равняться нулю?

д) Сравните характер движения, которое вы только что изучали, с настоящим броуновским движением. Посмотрите на рис. 9.16 и на результаты ваших собственных наблюдений за броуновским движением. Щелчки, подбрасывающие монету, в результате которых мы получаем сигналы о том, в каком направлении нам нужно переместиться, напоминают собой случайные удары молекул, бомбардирующих броуновскую частицу.

ГЛАВА

10 ИЗМЕРЕНИЕ

Чувствительность микровесов с кварцевой нитью (см. рис. 7.3) служит иллюстрацией той высокой точности, которой могут достигать методы, используемые в физических измерениях. Однако утверждение, что физическое измерение всегда представляет собой нечто очень тщательное и точное, не совсем правильно. В действительности во многих случаях очень ценные результаты могут быть получены с помощью весьма приближенных измерений, как, например, при оценке на глаз длины проволоки или при измерении расстояний до звезд с точностью до нескольких десятичных порядков. Любое измерение следует рассматривать как средство, с помощью которого мы проверяем и уточняем наши представления об окружающем нас мире. Производя то или иное измерение, будь то грубая оценка или самое точное определение, мы всегда подвергаем наши представления количественному контролю. К выводу о том, что подобный контроль необходим, давным-давно пришли целые поколения физиков, пройдя школу трудных и точных экспериментов.

В этой краткой главе мы рассматриваем измерение само по себе, как один из разделов физики. Что такое измерение и как оно производится? Какие ограничения возникают при измерениях и почему? Эти вопросы не принадлежат к числу легких; они заново пересматриваются каждым следующим поколением физиков, потому что то, что они измеряют, и сами по себе методы измерений изменяются по мере развития наших знаний и уровня экспериментальной техники. Однако за последние несколько лет понятие об измерении стало значительно более ясным и устойчивым.

10.1. Выбор — элемент измерения

Важным элементом всякого измерения является выбор между двумя возможностями. На многих фотографиях, воспроизведенных в этом курсе, видны светлые и темные места, представляющиеся нам окрашенными в серый цвет, интенсивность которого изменяется от почти черного до почти белого. Однако при увеличении видно, что то, что напечатано на странице, в действительности представляет собой совокупность большого числа точек, нанесенных с помощью одной и той же черной краски на белом фоне бумаги (рис. 10.1). Изображение получено с помощью множества точек, число которых на 1 см^2 составляет около 2 700. Размер точек различен, но их окрас-

ка не имеет никаких нюансов. Если разделить фотографию (называемую полутоновой) с помощью прямоугольной сетки, настолько мелкой, что ее квадратик сможет охватить даже самую маленькую точку из числа образующих полутоновое изображение, то вы сможете детально описать всю фотографию, последовательно называя координаты квадратиков и указывая цвет каждого квадратика: черный или белый. Составленный вами длинный список черных или белых квадратиков будет выражать полутон. Условно вы можете обозначать черные квадратики как «да», а белые — как «нет», или писать 1 для того квадратика, на котором должна быть краска, и 0 — для того квадратика, который должен быть оставлен чистым. Репродукция, выполненная в соответствии со списком ваших чисел, должна в точности соответствовать оригиналу. Более сложные изображения также могут быть представлены определенной последовательностью «да» и «нет».

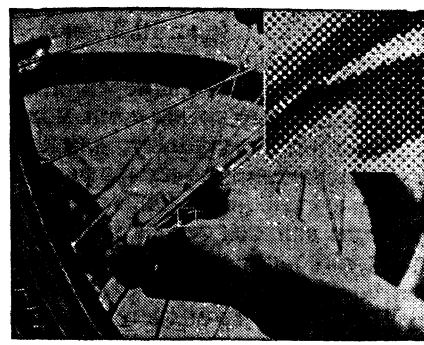


Рис. 10.1. Полутоновая иллюстрация. На увеличенном изображении (наверху справа) небольшого участка (в центре) черно-белой иллюстрации видно, что напечатанная фотография состоит из черных точек. Большие точки производят впечатление более темного тона, меньшие же точки, наоборот, создают впечатление более светлого тона на иллюстрации. Увеличение наверху — около 10 раз.

То же самое мы делаем и во время измерений. Скажем, самое элементарное измерение длины стола может быть сделано с

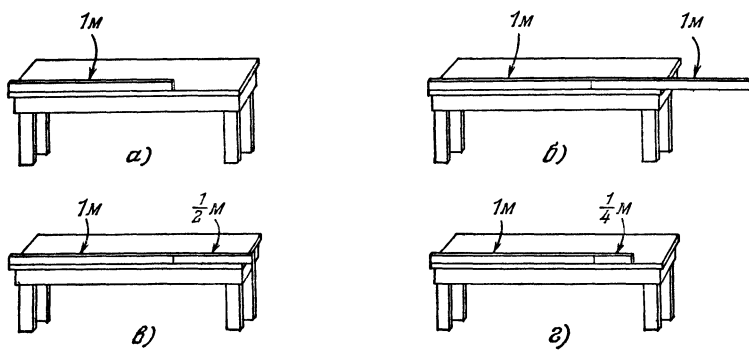


Рис. 10.2. Выбор единиц измерения. На рисунках показано, как осуществляется этот выбор в простейшем измерении. Чем большее число раз осуществляется выбор единиц измерения, тем точнее будет производимое вами измерение.

помощью метровой линейки и осуществления всего лишь одного выбора. Вы задаете вопрос: длиннее ли стол, чем метровая линейка, или нет? Ответ очень прост: «да» или «нет». Ответ говорит нам очень

мало; это только начало измерения. Допустим, что ответ гласит «да» (рис. 10.2, *а*). Тогда вы берете две метровые линейки (прикладываете их конец к концу) или дважды пользуетесь одной и той же линейкой, и задаете следующий вопрос: длиннее ли стол, чем две метровые линейки? Пусть ответ гласит: «нет» (рис. 10.2, *б*); тогда истинная длина должна заключаться между 1 м и 2 м. Теперь вы должны разделить метр и оценивать длину стола, примеряя половину линейки, четверть и т. д. (рис. 10.2, *в* и *г*). В результате множества таких проб вы можете выразить длину стола большим числом значащих цифр. Чем выше точность измерения, тем большее число раз должен быть произведен выбор: вы сами можете проверить, если вам нравятся арифметические игры, что для каждой значащей цифры выбор нужно произвести три или четыре раза. Если вместо измерения длины нужно измерить более сложную величину (например вектор перемещения), вы должны осуществить выбор большее число раз, потому что вам нужно определить больше чисел (например три компоненты вектора).

Даже в простом счете вы осуществляете выбор. Если вы располагаете одним-единственным объектом, то для счета вы должны просто сказать «да». Если же мы считаем число частиц, испускаемых радиоактивным источником, рассматривая проявленную фотографическую пластинку или проводя наблюдения с помощью специальной камеры, заполненной пересыщенным паром, то мы по следу, оставляемому частицами серебра или капельками воды, должны выбирать между двумя возможностями: прошла ли частица или нет. Или другой случай: электрический счетчик, регистрирующий световые вспышки, говорит «да», если при прохождении частиц возникает достаточно большое число вспышек света, или «нет», если число вспышек недостаточно.

Любой счет или любое измерение можно выразить на языке терминов «да» или «нет». Поэтому сначала мы можем свести все измерения к некоторой общей принципиальной основе, после чего начинать уже само измерение. Таким образом, мы можем сказать, что элементом каждого измерения является выбор, а число выборов, которые при этом должны быть осуществлены, позволяет судить о точности измерения.

10.2. Регистрация и усиление

О конечном результате каждого измерения каким-то образом мы должны узнать. Иногда измерение осуществляется непосредственно с помощью наших органов чувств, например при счете вспышек. В других случаях нас заменяет автоматическая установка с цифрами на шкале, и нам остается только сделать отсчет по этой шкале. А иногда отсчет производится с помощью какого-нибудь измерительного прибора, например, когда тщательно отсчитывается показание указательной стрелки с помощью увеличительного стекла. Во всех этих случаях так или иначе осуществляется некий выбор. К этому сводится наша роль в процессе измерения. Прибор, будь

то глаз, измерительный прибор или сложная установка с электронным устройством, должен что-то обнаружить для вас или другого наблюдателя, для того чтобы вы могли по меньшей мере один раз произвести выбор.

Как только мы получаем результат измерения, сейчас же возникает вопрос о том, насколько этот результат хорош. Иногда достаточно только наших ничем не вооруженных органов чувств, которые и дают нам отсчеты. Однако во многих случаях требуется помощь, и чаще всего усиление: малые или слабые физические эффекты должны быть превращены в большие, которые уже могут воздействовать непосредственно на органы чувств наблюдателя. Усилители, расширяя возможности наших природных инструментов, существенным образом не отличаются от них, за исключением того, что человек не родится с ними, а создает их. Все средства изучения физического мира должны использоваться разумно, и все они обладают известными ограничениями. Любое измерение начинается с какого-то первоначального физического события и заканчивается выбором, который осуществляется наблюдателем. Производится ли измерение просто-напросто глазом или с помощью сложной радарной системы — это может иметь значение лишь с точки зрения его полезности, но никак не влияет на его общие принципы.

10.3. Сигналы и помехи

Не всегда возможно осуществить выбор. Этим объясняются ограничения и ошибки при измерениях. Край стола может быть настолько неровно отпилен, что некоторые волокна дерева могут выходить за отметку, а другие — не доходить до нее. Каждая отметка на шкале (штрих) всегда имеет некоторую ширину, поэтому во многих случаях вы не можете сказать, прошла ли указательная стрелка эту отметку или нет. Если бы отметка была бесконечно узкой, то было бы очень легко решить, с какой стороны отметки нужно производить отсчет. Но так как отметка имеет конечную ширину, то существует предел точности отсчета, если только саму отметку не делить на более мелкие части. В конце концов вы дойдете до такой шкалы, в которой ограничение будет определяться нестройным молекулярным движением, т. е. броуновским движением. Радист иногда не может отличить точки от тире; даже в тихие ночи шумовой фон, т. е. броуновское движение внутри его собственной схемы, будет создавать помехи. Броуновское движение создает «шумы» при всех измерениях, и поэтому всегда существует угроза неверного выбора, особенно в тех случаях, когда мы имеем дело с очень точными и деликатными измерениями. Достоверной основой для выбора является отношение интенсивностей сигнала и шумов; эта величина показывает, насколько точно может быть осуществлено то или иное измерение. Если оказывается, что сигнал слабее, чем уровень шумов, то многие измерения становятся уже ненадежными.

Усилители усиливают величину сигнала до такого значения, которое может быть обнаружено наблюдателем; однако одновремен-

но усиливаются и помехи. Любой идеальный усилитель не может улучшить отношение сигнала к шумам. При этом любой реальный усилитель (а идеальный усилитель до сих пор еще не сконструирован) будет добавлять небольшие собственные помехи, благодаря чему измерение становится менее надежным.

При воспроизведении звука сигналом является музыка; помехи при этом возникают от дефектов поверхности граммофонной пластинки или магнитофонной ленты, от усилителя или от внешних источников. Органом, обнаруживающим сигналы и помехи, в этом случае является ухо слушателя. Когда мы слушаем музыку, мы каждую секунду десятки тысяч раз осуществляем выбор. То же самое происходит и при измерении, но обычно каждый раз мы находим что-то новое, а не только воспроизводим то, что уже было известно раньше.

10.4. Черные ящики и градуировка

Взгляните на автомобильный радиоприемник или, еще лучше, на стойку с радиоприемной аппаратурой в самолете. Вы увидите один или множество черных металлических ящиков. В эти ящики входит и из них выходит много разных проводов, соединяющихся друг с другом, идущих наружу к антенне или к земле, к электрическим линиям или к той точке, в которой расположено сигнальное устройство, вроде репродуктора или шкалы. Снимите крышку с ящика, и внутри вы увидите путаницу цветных проводов и множество мелких деталей и различных электронных устройств. Вы, вероятно, не поймете назначение каждого провода, однако вы с успехом можете использовать «черный ящик», или радиоприемник.

Это обстоятельство позволяет четко сформулировать следующее полезное положение: мы можем говорить о любой физической системе как о «черном ящике», если мы используем ее, не зная принципа действия, «не открывая крышку». Рано или поздно мы надеемся «открыть крышку» у всех «черных ящиков», но пока мы еще этого не сделали. Использование «черных ящиков» способствует достижению успеха. Если мы будем проявлять необходимую тщательность, мы сможем успешно применять приборы, принцип действия и устройство которых нам непонятны (рис. 10.3).

Превосходным примером может служить глаз. Он представляет собой настоящий черный ящик. Из нашего жизненного опыта мы хорошо знаем, как им пользоваться, как судить о светлом и темном, как оценивать большое и малое или быстрое и медленное. Мы знаем также, каковы его ограничения. Пока для нас и микроскоп представляет собой черный ящик. И все же при пользовании микроскопом мы не делаем ошибок. Чтобы с помощью микроскопа измерить, например, толщину волоса, мы должны просто рассмотреть его на фоне шкалы с мелкими делениями. Опыт убеждает нас в том, что мы можем измерить толщину волоса с достаточной точностью даже в том случае, когда мы рассматриваем не один, а два волоса. Мы используем микроскоп как черный ящик; однако, пользуясь им, мы получаем надежные данные.

Во всех случаях, когда мы не знаем, как пользоваться черным ящиком, мы применяем его к изучению известных объектов, таких, как небольшая линейка, которую мы знаем и можем представить себе из полученного ранее опыта. Мы, например, можем пользоваться видоискателем фотоаппарата, даже если мы не знаем, как он устроен. Из практики мы знаем, что когда в видоискателе два изображения какого-нибудь объекта совпадают в одно, то по шкале видоискателя можно определить расстояние до объекта. Если же в видоискателе нет шкалы, то мы можем сделать ее сами, используя видоискатель для ряда известных нам расстояний. После этого мы сможем использовать видоискатель для измерения неизвестных расстояний. Использование черного ящика в тех случаях, когда сущность задачи измерения нам известна, позволяет понять принцип его действия, даже если мы не знаем, как он работает. Когда нам известно, как действует черный ящик, мы можем использовать его для осуществления новых измерений. На практике мы можем выяснить, какое показание прибора (будь то черный ящик или иной прибор) соответствует значению величины, которую мы хотим измерить. Процесс, заключающийся в получении характеристики прибора путем измерения того, что нам уже известно, называется *градуировкой*. Обычно мы градуируем измерительные приборы так же, как это делалось с микровесами и видоискателем фотоаппарата.

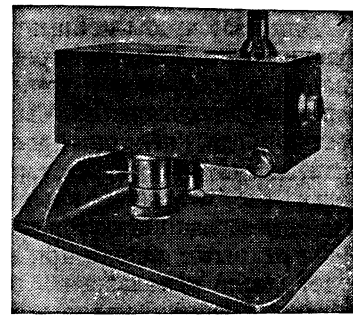


Рис. 10.3. Механико-оптический черный ящик. Эта фотография дает очень слабое представление о том, что это за прибор, и еще меньшее о том, как он действует. Внутренний вид этого прибора изображен на рис. 7.3. Это микровесы с кварцевой нитью, заключенные в кожух и установленные на плите. Прибор изображен в том виде, в каком он применяется.

Физика представляет собой громадную область человеческого знания. Нет таких людей, которые бы все знали или могли все сделать. Все мы используем какие-то черные ящики, и для каждого из нас многие приборы представляют собой до некоторой степени черные ящики. Принцип равноплечих весов совершенно ясен, но ведь целые поколения конструкторов и экспериментаторов трудились над формой коромысла, чтобы оно не изгибалось, чтобы чашки висели вертикально, и над тысячью других деталей. Для всех, кто пользуется весами, за исключением искусных и опытных конструкторов, их устройство представляет собой черный ящик. Вероятно, даже опытный конструктор смотрит на агатовые опоры, на которые опираются ножи подвесок, как на черный ящик. Он знает, что агат тверд и прочен, но не знает почему. Свойства агата зависят от его молекулярной структуры, что для конструктора является черным ящиком.

И хотя мы используем микроскоп как черный ящик, нельзя считать, что для каждого он является полностью черным ящиком. Большинство вещей, сделанных людьми, не может быть в полной мере черными ящиками, так как ведь кто-то сделал эти вещи. Они лишь в некоторой степени являются черными ящиками, так как мы отдаем себе полный отчет в том, что еще очень многое мы должны понять.

Для того чтобы понимать физику, нужно быть любознательным, нужно хотеть открыть черные ящики. Кроме того, нужно уметь правильно разобраться в том, когда и где черные ящики могут быть успешно использованы. Мы пользуемся черными ящиками с уверенностью тогда, когда они проградуированы, когда мы сумеем их применить, когда мы их всесторонне проверим, т. е. в конечном счете когда мы «откроем крышку» и научимся обращаться с ними. Что еще сегодня остается для нас черными ящиками — впоследствии будет открыто; однако при этом «открывании», по-видимому, нужно будет умело использовать все типы черных ящиков и в том числе те черные ящики, которые мы еще никогда не видели.

10.5. Взаимодействие

Никакое измерение не может быть осуществлено без того или иного взаимодействия с измеряемым объектом (рис. 10.4). Вы можете измерить стол с помощью метровой линейки и в темной комнате,

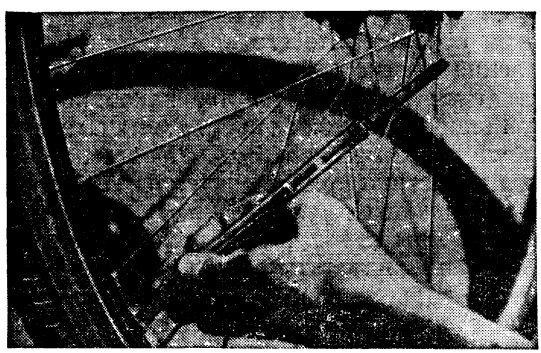


Рис. 10.4. Взаимодействие. Когда мы пытаемся произвести какое-нибудь измерение, это приводит к взаимодействию с измеряемым объектом. Чем меньше измеряемый объект, тем заметнее эффект взаимодействия. Когда с помощью манометра мы проверяем давление воздуха в камере велосипедной шины, взаимодействие оказывается не настолько уж малым. Каждый раз, когда мы прикладываем манометр к ниппелю вентиля, из камеры выходит немного воздуха. После того как мы несколько раз проверим давление воздуха в камере, ее объем хоть и немного, но уменьшается.

но при этом вы должны будете прикасаться к столу. Если в комнате светло, вы можете, смотря глазами, совместить конец линейки с краем стола. При этом свет должен падать на стол и возвращаться в ваш глаз. Даже планеты не могут быть измерены без взаимодействия с ними, хотя бы самого слабого. Ведь солнечный свет оказывает на них слабое давление, под действием которого они изменяют свою

траекторию. Но если нет солнечнего света, то нельзя сделать этих измерений. Правда, может быть использован также и радар, но его сигнал нужно послать и получить обратно. Все это кажется очень простым; рассмотрим, однако, отдельный атом. Никакой линейкой нельзя коснуться атома; для этого даже и свет не очень-то удобен.

Мы должны быть совершенно уверены в том, что наши измерения не изменяют существенным образом ту величину, которую мы хотим измерить. В макрофизике легко избежать слишком больших нарушений такого рода при использовании столь деликатного зонда, каким является свет. В физике же атома взаимодействие между средством измерения и измеряемым объектом представляет собой одну из интереснейших проблем, так как в нашем распоряжении нет таких зондов, которые бы не нарушали естественное состояние столь крошечной структуры. Поэтому мы должны постараться придумать что-нибудь такое, что вызывало бы ее наименьшие нарушения.

10.6. Свет

В большинстве случаев, когда мы делаем выбор или получаем какую-нибудь информацию об окружающем нас мире, мы пользуемся глазами. Поверхность той части коры головного мозга человека, которая ведает зрительными ощущениями и получает сигналы от глаз, больше, чем остальная часть поверхности, ведающая всеми остальными вместе взятыми чувствами. Глаз представляет собой черный ящик, который мы смело используем в самых разнообразных и тонких случаях. И в этой области мы все являемся хорошими знатоками. Однако в темной комнате глаз совершенно бесполезен, потому что он реагирует только на световые сигналы.

Что же представляет собой свет? Мы пользовались им во многих измерениях, описанных в этой части книги, и высказали некоторые предположения о его свойствах. Действие многих очень важных приборов основано на использовании света. Наш мир всюду заполнен светом, и мы сами настолько зависим от света, что не можем его не изучать.

Свет — это не вещество, но иногда он исходит из вещества. Это нечто такое, что не похоже на все то, что мы изучали до сих пор. Свет является центральной темой второй части этого курса.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Проанализируйте, сколько раз вы делаете выбор, когда отсчитываете время и находите, что в данный момент часы показывают 11 ч 37 мин 23 с. Как изменится направление выбора, если часы повернуть на 90° от их нормального положения? Как будет осуществляться выбор при отсчете показания часов в зеркале?

2. Какое измерение сложнее и почему: измерение размера стола длиной около метра с точностью до 1 мм или измерение толщины волоса под микроскопом с точностью до 0,01 мм? Обсудите вопрос о выборе, который осуществляется при этих измерениях.

3. Составьте таблицу, содержащую все возможные комбинации включений и выключений системы из пяти лампочек. Используйте эту таблицу для составления кода, изображающего алфавит.

I.1. Малые промежутки времени

Каждый знает, как измерить время, за которое спортсмен пробегает 100 метров. Если достаточна не слишком большая точность, то это можно сделать с помощью обычных наручных часов с секундной стрелкой. Однако сможете ли вы по часам измерить время, необходимое для того, чтобы молоточек электрического звонка совершил одно полное колебание? Присоедините на несколько секунд батарею к звонку и попытайтесь это сделать! (рис. I.1). Вы сразу поймете, что время одного колебания настолько мало, что с помощью только часов его невозможно измерить. Вы познакомитесь с одним из методов, с помощью которого можно измерять такие малые промежутки времени.

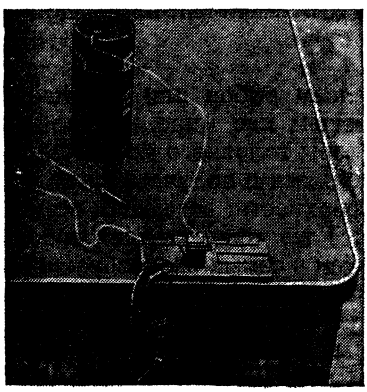


Рис. I.1.

Начнем с большого «молоточка», представляющего собой нагруженную на конце стальную полоску, которая может совершать не слишком быстрые колебания (рис. I.2; *С* — струбцинка длиной 5 см; стальная полоска прикреплена к столу двумя струбцинками длиной 10 см; резиновая полоска удерживает рукоятку от дребезжания). Потяните за струбцинку *С* в сторону и отпустите. Тогда по вашим наручным часам вы сможете измерить время, в течение которого совершается одно полное колебание.

В отличие от движения спортсмена, движение стальной полоски происходит периодически. Поэтому вы сможете воспользоваться этой повторяемостью движения и измерить время, необходимое, ну, скажем, для 10 полных колебаний. Увеличит ли это точность вашего измерения? Вы легко можете сосчитать колебания стальной полоски, но вам нужно придумать что-то новое для того, чтобы сосчитать быстрые колебания молоточка. Один из способов, который вы можете применить для этого, заключается в использовании стробоскопа (рис. I.3). Прежде всего закройте все щели стробоскопа, кроме одной, полосками бумаги. Затем, смотря на колеблю-

щуюся струбцинку, медленно вращайте стробоскоп, держа его перед глазами, как это изображено на рис. I.3. Изменяя число оборотов стробоскопа, «остановите» струбцинку (т. е. добейтесь того, чтобы она казалась неподвижной) в одном из ее крайних положений. Каким образом можно сопоставить время одного оборота со временем одного колебания струбцинки? Существует ли только одно-единственное условие, при котором струбцинка кажется остановившейся?

Ваш товарищ может измерить время, необходимое для того, чтобы диск стробоскопа совершил 10 оборотов. После этого вы можете вычислить, за какое время струбцинка совершает одно колебание.

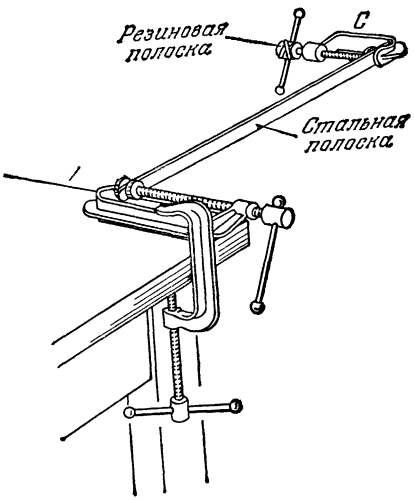


Рис. I.2.

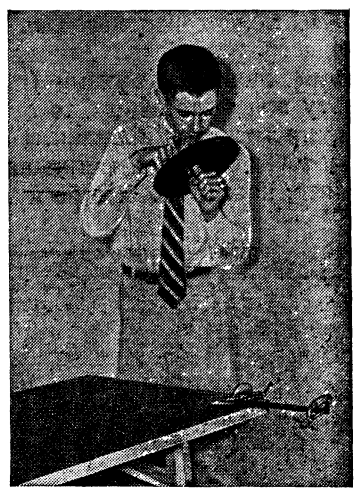


Рис. I.3.

Теперь передвиньте струбцинку *C* к середине полоски (ближе к столу) и попытайтесь снова «остановить» движение колеблющейся полоски (полоску оттягивайте не за конец, а за струбцинку). Затем удалите полоску бумаги, закрывающую щель стробоскопа со стороны, противоположной открытой щели, и еще раз попытайтесь «остановить» движение. Определите теперь соотношение между временем, необходимым для одного оборота диска, и временем, в течение которого совершается одно колебание струбцинки. За какое время совершается одно колебание? В течение какого времени совершается одно полное колебание, если струбцинку *C* передвинуть еще ближе к столу?

Перед тем как приступить к измерению времени одного колебания молоточка звонка, прицепите к нему бельевой зажим, как это изображено на рис. I.4. Это замедлит колебания молоточка и позволит вам попрактиковаться в использовании стробоскопа. Попытайтесь «остановить» движение молоточка с зажимом при четырех открытых

щелях на стробоскопе. Для того чтобы вычислить время одного колебания нагруженного молоточка, вам будет удобно определить время, в течение которого диск совершает 20 оборотов.

Повторите ваши измерения со всеми двенадцатью открытыми щелями. Почему вы можете быть уверены в том, что в обоих случаях вы получите правильное значение?

Наконец, вы можете приступить к определению времени колебания молоточка без зажима. На сколько порядков вы можете расширить ваши возможности измерения малых промежутков времени, используя стробоскоп? Определив время одного колебания молоточка, вы можете проградуировать звонок и использовать его для измерения коротких промежутков времени.

Вы можете использовать это приспособление в качестве записывающего устройства для измерения промежутков времени между двумя хлопками руками (рис. I.5). Если протягивать бумажную ленту под молоточком, то он будет делать на ней метки через равные промежутки времени. Попрактикуйтесь и убедитесь в том, что молоточек делает отметки на бумажной ленте, и после этого определите, насколько быстро нужно протягивать ленту для того, чтобы

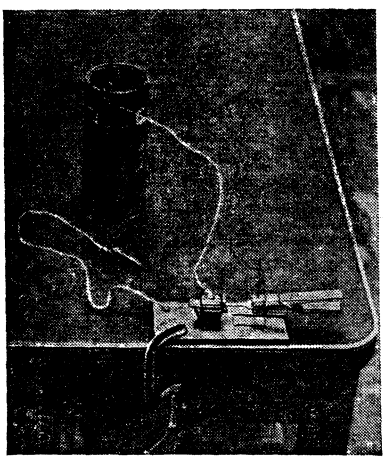


Рис. I.4.

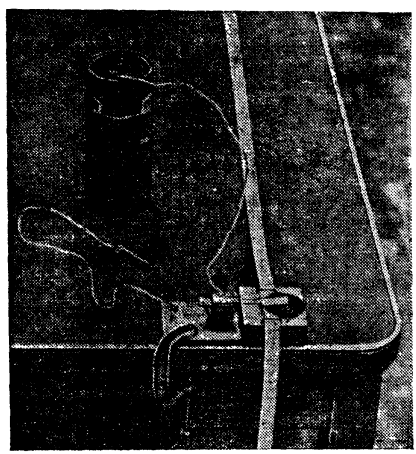


Рис. I.5.

метки получались на таком расстоянии друг от друга, чтобы их можно было сосчитать. Пусть теперь ваш партнер в то время, когда вы протягиваете ленту через отметчик времени, хлопнет руками два раза. Вы включите отметчик в то время, когда раздастся первый хлопок, и выключите его, когда партнер хлопнет второй раз. Сосчитайте число отметок на бумажной ленте и определите промежуток времени между двумя хлопками.

Смотря через стробоскоп, мы не можем «остановить» неповторяющееся движение. Однако если сосчитать, сколько раз мы увидим

движущийся объект за время, когда он перемещается от одного места к другому, то мы можем определить время, за которое этот объект проходит какое-то определенное расстояние. Чтобы было удобно считать, мы можем осуществить непрерывную запись движения, фотографируя его через стробоскоп (рис. I.6) или используя отметчики времени. Привяжите к ленте небольшое тело и определите время, в течение которого оно упадет со стола на пол.

Каким образом вы можете использовать ленту и часы для того, чтобы проградуировать отметчик времени, сделанный из звонка?

Сравните время одного колебания для случая, когда молоточек колеблется свободно, со временем одного колебания, когда молоточек ударяет по бумажной ленте.

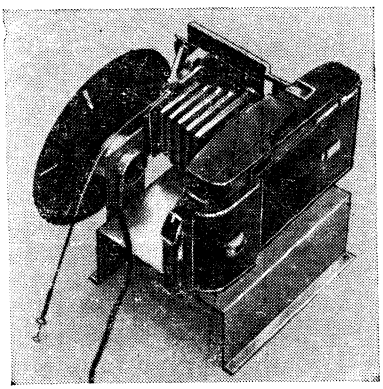


Рис. I.6.

I.2. Большие расстояния

Расстояния порядка метра легко измеряются с помощью линейки. Для измерения больших расстояний применение линейки становится уже непрактичным, а в некоторых случаях просто невозможным.

Чтобы измерять большие расстояния, можно использовать различные приборы. Вы можете опытным путем проградуировать эти приборы и с успехом применять их, не зная даже, как они устроены и как они действуют. Если прибор градуируется расчетным путем, то мы должны отчетливо представлять себе, как работает тот или иной прибор.

Чтобы измерить расстояние порядка километра, можно воспользоваться прибором, который легко может быть проградуирован

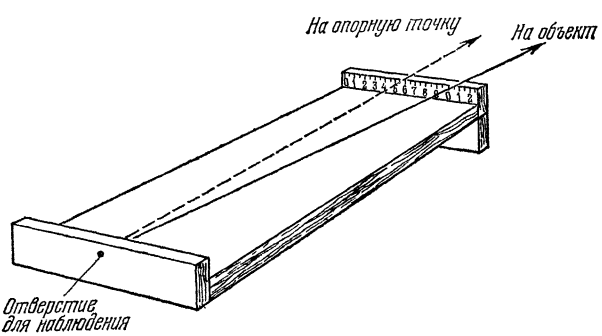


Рис. I.7.

расчетным путем. К такому типу приборов принадлежит прибор для измерения расстояний из наблюдения параллакса (рис. I.7).

Для того чтобы понять, что мы называем параллаксом, посмотрите на карандаш по очереди одним и другим глазом и пометьте на листе бумаги, помещенном за карандашом, кажущееся перемещение. Это перемещение называется параллаксом. Чтобы увидеть это в большом масштабе, посмотрите на два каких-нибудь объекта, расположенных вместе с вами на одной прямой линии и находящихся от вас на совершенно разных расстояниях. Передвиньтесь на

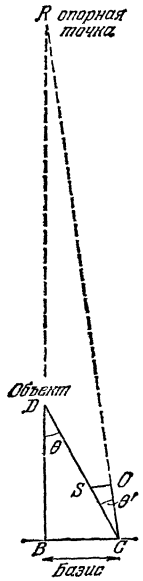


Рис. I.8.

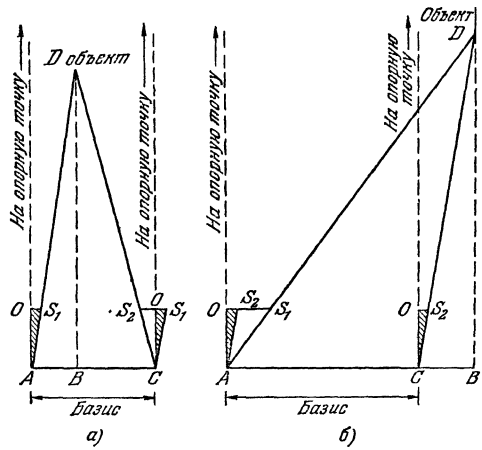


Рис. I.9.

несколько шагов под прямым углом к этой линии и вновь посмотрите на эти объекты. Обратите внимание на то, что теперь эти два объекта уже не находятся на одной прямой с вами. Мы используем наше перемещение для того, чтобы найти расстояние до ближайшего из двух объектов; дальний объект будет служить нам только в качестве удаленной опорной точки.

Чтобы определить величину перемещения, перейдите обратно на то место, на котором вы находились на одной линии с обоими объектами (точка *B* на рис. I.8). От этой точки измерьте базис *BC* перпендикулярно к этой линии. Из точки *C* через точечное отверстие в нашем приборе посмотрите на опорную точку. Затем отмерьте направление на ближайший объект, устанавливая указатель на поперечной линейке. Зная положение указателя на поперечной линейке и расстояние между крайними точками базиса, вы можете найти интересующее вас расстояние.

Из схемы этого измерения, изображенной на рис. I.8, видно, что углы θ и θ' близки друг к другу. И если расстояние до опорной точки выбрано большим по сравнению с измеряемым расстоянием,

то углы θ и θ' практически равны друг другу и треугольники BDC и OCS подобны. Каким образом можно выразить расстояние BD через длину базиса BC, расстояние CO между шкалой и отверстием в скрепке, а также величину параллакса OS, отсчитываемого по положению указателя на шкале?

На практике нет необходимости в том, чтобы удаленная опорная точка в исходном положении находилась на одной линии с объектом, расстояние до которого нужно измерить. Вначале вы можете задать направление на опорную точку и затем с помощью указателя отметить направление на объект (S_1 на рис. I. 9,*а*). Затем передвиньтесь под прямым углом к направлению на опорную точку и с помощью второго указателя вновь отметьте направление на объект (S_2 на рис. I.9, *а*). Из подобных треугольников ADC и S_1CS_2 вы можете вычислить расстояние AD. Обратите внимание на то, что базис и перпендикуляр к базису, проведенный из точки, занимаемой объектом, совсем не обязательно должны пересекаться (рис. I.9, *б*).

Измерьте несколько расстояний до объектов, находящихся от вас в пределах километра, используя при этом различные опорные точки. Какое из этих измерений вы считаете наиболее точным?

I.3. Малые расстояния

Вы можете измерить толщину куска картона с помощью линейки. Однако для меньших толщин линейка уже не годится, так как измерения будут неточными. Если с помощью линейки измерять толщину волоса, то можно сказать только, что волос очень тонкий,

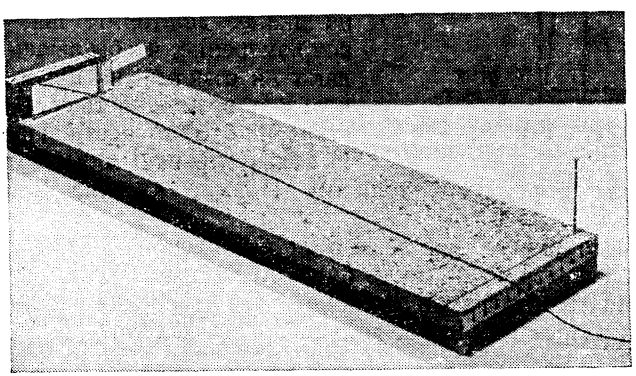


Рис. I.10.

о чем вы знали и до измерения. Очень малые расстояния мы можем измерять с помощью оптического микрометра (рис. I.10), расширяющего наши возможности измерять очень малые расстояния.

Для того чтобы убедиться в чувствительности этого прибора, установите микрометр таким образом, чтобы вы могли видеть изображение булавки в зеркале. Теперь добейтесь совпадения нити

и изображения булавки в зеркале и отсчитайте положение нити на шкале. Поместите небольшой кусочек бумаги между зеркалом и стеклянной пластинкой (рис. I.11) и вновь определите направление, по которому нить совпадает с изображением булавки. Каким образом сопоставить расстояние между двумя отметками по шкале с толщиной бумаги?

Оптический микрометр может быть проградуирован расчетным путем, однако это довольно сложно. Значительно проще проградуировать микрометр опытным путем. Для этого нужно использовать тонкие объекты известной толщины, такие, например, как проволока определенного диаметра, которую можно поместить между зеркалом и стеклянной пластинкой.

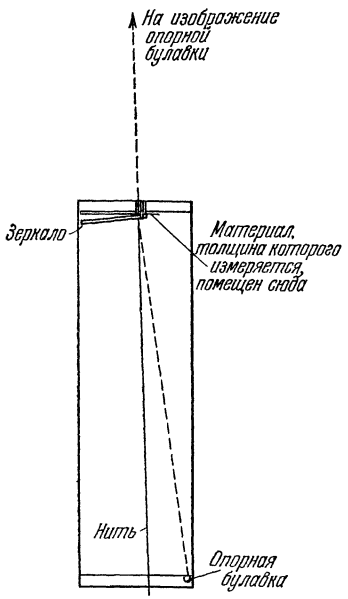


Рис. I.11.

Вы можете также проградуировать микрометр с помощью объектов, толщина которых может быть вычислена. Например, с помощью линейки можно измерить толщину блокнота, затем сосчитать число листов в этом блокноте и вычислить толщину одного отдельного листа. После этого для градуировки микрометра вставляйте один за другим листы блокнота и отмечайте положение линии зрения на шкале. Повторите шаг за шагом все измерение, чтобы выяснить, попадают ли отметки на прежние места, что даст возможность составить представление о точности градуировки. Используйте ваш микрометр для того, чтобы определить толщину волоса, кусочка алюминиевой фольги или целлофана.

Сожмите вместе два лезвия от безопасной бритвы и сделайте ими два разреза на кусочке бумаги. Каким образом вы могли бы использовать оптический микрометр для измерения расстояния между этими разрезами? Какое допущение вы сделали?

I.4. Анализ опыта

В табл. I.1 приведены экспериментальные результаты. Вы должны представить эти данные и проанализировать их в такой форме, которая позволила бы получить выводы о характере исследованного процесса и предсказать результат таких опытов. Способ изображения опытных данных и их анализ составляют существенную часть физики.

Пусть, например, опыт состоял в том, что определялось время, в течение которого вода вытекает из консервной банки через отвер-

стие в дне. Как и можно было ожидать, это время зависит от размера отверстия и от количества воды в банке.

Для того чтобы найти зависимость времени истечения от размера отверстия, наблюдалось истечение воды из четырех больших и одинаковых по размерам сосудов цилиндрической формы через отверстия различного диаметра. Зависимость времени истечения от количества воды находилась из опытов, в которых наблюдалось истечение воды из тех же самых сосудов через отверстие одного диаметра, но при разной высоте заполнения сосудов водой.

ТАБЛИЦА I.1

Время опорожнения (в секундах)

d, см	h, см			
	30	10	4	1
1,5	73,0	43,5	26,7	13,5
2	41,2	23,7	15,0	7,2
3	18,4	10,5	6,8	3,7
5	6,8	3,9	2,2	1,5

Каждое измерение повторялось несколько раз, и в таблицу вносилось среднее значение времени (в секундах), за которое сосуд полностью опорожнялся. Так как по часам трудно измерить с достаточной точностью короткое время, то значения малых промежутков времени приведены в табл. I.1 с меньшим числом достоверных цифр (две цифры), чем значения больших промежутков времени (три цифры).

Все данные, которыми мы будем пользоваться, приведены в табл. I.1, но для того чтобы установить математические соотношения, позволяющие заранее вычислять интересующее нас время опорожнения сосуда, очень удобно воспользоваться графическим изображением этих данных.

Прежде всего построим график зависимости времени опорожнения сосуда от диаметра отверстия при какой-то постоянной высоте заполнения сосуда, ну, скажем, при высоте 30 см. Обычно независимую переменную величину (в данном случае диаметр d отверстия) откладывают по горизонтальной оси, а зависимую переменную (здесь — время опорожнения сосуда) откладывают по вертикальной оси. Чтобы добиться максимальной точности при пользовании графиком, следует стремиться к тому, чтобы график занял весь лист бумаги. С этой целью масштабы по обеим осям следует выбрать, исходя из удобства пользования графиком.

Точки, нанесенные на график, соедините плавной кривой. Подумайте о том, одну или несколько кривых можно провести через точки, нанесенные на график? С какой точностью можно определить

по построенному графику время опорожнения сосуда, если диаметр отверстия равен 4 см? 8 см?

Несмотря на то, что вы можете использовать график для определения путем интерполяции времени опорожнения сосуда из отверстий, диаметр которых имеет промежуточное значение между опытными данными, и даже грубо экстраполировать за пределами этих данных,— вы еще не получили алгебраического выражения, связывающего t и d. Из полученного графика видно, что t довольно быстро убывает при увеличении d; это указывает на то, что t изменяется обратно пропорционально d в какой-то степени. Далее, легко понять, что время опорожнения должно быть как-то связано с площадью отверстия, так как чем больше площадь отверстия, тем больше воды будет вытекать за данное время из сосуда. Поэтому можно считать, что t должно быть пропорционально $1/d^2$, в чем можно убедиться, построив график зависимости t от $1/d^2$.

Чтобы построить этот график, добавьте в табл. I.1 еще один столбец для значения $1/d^2$. Выбрав удобный масштаб, нанесите значения t в зависимости от $1/d^2$ и соедините нанесенные точки плавной кривой. Что у вас получилось? Правильно ли было ваше предположение? Можете ли вы теперь написать алгебраическое выражение, связывающее t и d для данной высоты заполнения сосуда водой?

Для того чтобы убедиться в том, что полученное соотношение между t и d выполняется также и для разных высот заполнения сосуда, на том же листе бумаги постройте графики зависимости t от $1/d^2$ для других высот. Какой результат получился у вас при этом? Обратите внимание на то, что график для $h=1$ см получился очень пологим. Постройте для этого случая отдельный график в большом масштабе таким образом, чтобы использовать весь лист бумаги. Что у вас получилось? Что вы можете сказать на основании ваших данных о виде алгебраического соотношения между t и d для $h=1$ см?

Теперь исследуйте зависимость t от h при постоянном диаметре отверстия. Используйте для этого первую строчку табл. I.1 для случая, когда $d=1{,}5$ см. Постройте график зависимости t от h, откладывая по горизонтальной оси значения h. Проведите через нанесенные точки кривую. Если продолжить кривую до начала координат, то пройдет ли она через эту точку?

Каким образом вы можете использовать ваш график зависимости t от $1/d^2$ для того, чтобы найти значение t для $h=20$ см и $d=4$ см?

Из простых геометрических соображений мы не можем получить правильного математического соотношения между t и h. О виде этого соотношения можно догадаться по форме кривой. Полезно повернуть график на 90° и посмотреть, как зависит h от t, а затем вернуться к графику зависимости t от h. Если вам удастся установить характер этого соотношения, то проверьте ваши графики, чтобы убедиться, существует ли такое же соотношение между t и h для $d=5$ см.

Если вы знакомы с логарифмами, то можно убедиться в том, что полученное соотношение принадлежит к общему классу соотношений, выражающих степенной закон, $t \backsim h^n$. Для этого нужно построить график зависимости $\lg t$ от $\lg h$ (или просто график зависимости t от h на логарифмической бумаге). Что у вас получилось? Чему равен показатель степени n?

Можете ли вы найти общее выражение для зависимости времени истечения от h и d? Вычислите значение t для $h=20$ см и $d=4$ см и сравните полученный результат с результатом, найденным графическим путем. Какой из этих двух способов более надежный?

I.5. Движение. Скорость и ускорение

При изучении движения какого-нибудь тела мы должны узнать его положение в различные моменты времени, желательно через равные промежутки времени. Если у нас есть способ регистрации положения тела в зависимости от времени, то можно изучать любое движение, например движение руки при ходьбе.

Воспользуйтесь отметчиком времени, изображенным на рис. I.5, и взяв в руку конец бумажной ленты, сделайте несколько шагов, в то время как ваш партнер будет включать и выключать отметчик времени.

Можете ли вы по отметкам на ленте определить, когда вы двигались с наибольшей скоростью? Когда вы двигались с наименьшей скоростью? Можете ли вы определить, когда ускорение было наибольшее и наименьшее? Если за единицу времени вы выберете промежуток времени между двумя «тиканиями» отметчика времени, то что будет представлять собой расстояние между двумя соседними метками?

Найдите скорость в течение каждого промежутка времени, равного 5 «тиканиям». Постройте график зависимости скорости от времени, принимая 5 «тиканий» за единицу времени. Получится ли при этом скорость постоянной? Если нет, то на сколько процентов она отличается от средней скорости в течение всей вашей «прогулки»?

Воспользовавшись этим графиком, постройте график зависимости пройденного пути от времени, измеряя путь по площади, ограниченной кривой и осью времени. Сравните расстояния, найденные этим способом, с расстояниями, измеренными непосредственно на ленте.

По графику зависимости скорости от времени постройте график зависимости ускорения от времени. Насколько правильными оказались сделанные вами раньше выводы о том, когда ускорение было наибольшим и наименьшим?

Падающее тело движется, как известно, с ускорением. Прикрепите кусок дерева или гирьку к концу бумажной ленты отметчика времени и предоставьте им свободно падать. Найдите ускорение при таком падении в см/(5 «тиканий»)^2. Окажется ли при этом ускорение постоянным?

1.6. Молекулярные слои

Молекулы и атомы настолько малы, что мы не можем их увидеть и измерить их размеры. Однако, используя косвенные методы, мы можем получить указания о порядке величины размеров молекул.

Небольшое количество масла, нанесенное на поверхность воды, будет растекаться по ней и образовывать очень тонкую пленку. Толщина такой пленки должна быть не меньше, чем толщина молекулы масла. Если нам удастся определить толщину этого слоя масла, то мы сможем прийти к выводу, что толщина молекулы масла равна толщине масляной пленки или меньше нее.

Хорошим примером вещества, образующего тонкую пленку, может служить олеиновая кислота. Если одну каплю чистой олеиновой кислоты капнуть в небольшой бассейн, то она полностью покроет его поверхность. Конечно, если вся поверхность бассейна окажется покрытой олеиновой кислотой, у вас не будет уверенности в том, что ее слой мог бы быть еще тоньше. Для того чтобы получить тонкую пленку в небольшом сосуде, мы будем использовать каплю разбавленного раствора олеиновой кислоты в спирте.

Отмерьте 5 $см^3$ олеиновой кислоты и 95 $см^3$ спирта в мензурку и перелейте полученный раствор в чистую колбу. Хорошо взболтайте эту смесь. Затем отмерьте 5 $см^3$ этого раствора и смешайте с 45 $см^3$ спирта. Подсчитайте концентрацию этого раствора.

Наполните водой большой, чистый, неглубокий поднос на высоту около 1 см. Посыпьте слегка поверхность воды порошком мела или ликоподия, чтобы сделать пленку видимой. (Чтобы получить порошок мела, следует использовать наждачную бумагу.)

Чтобы убедиться в том, что пленка образуется олеиновой кислотой, а не спиртом, капните одну или две капли спирта на поднос с помощью глазной пипетки. Что вы при этом увидите?

Теперь используйте глазную пипетку для того, чтобы капнуть каплю раствора олеиновой кислоты. Измерьте средний диаметр пленки и вычислите ее площадь. Если капнуть две капли раствора, образуется ли при этом пленка с вдвое большей поверхностью? А что получится, если капнуть три капли? Какие выводы можно сделать из полученных результатов?

Определите, сколько капель такой же величины содержится в 1 $см^3$, и зная объем капли и площадь поверхности, занятой слоем, вычислите толщину слоя. Попробуйте определить точность этого расчета, оценивая ошибки, вносимые на каждой стадии.

Если увеличить толщину слоя до 1 см, то каков был бы ваш рост в этом масштабе?

Если бы слой был толщиной в одну молекулу и можно было бы допустить, что молекулы имеют форму куба, то сколько молекул поместилось бы в 1 $см^3$?

Плотность олеиновой кислоты 0,89 $г/см^3$. Чему равна масса одной молекулы?

Если вам известно, что молекулярный вес олеиновой кислоты равен 282, можете ли вы вычислить число Авогадро?

I.7. Естественная температурная шкала

Объем газа, например воздуха, изменяется, если газ нагревается или охлаждается. Чтобы вы сами могли в этом убедиться, вставьте в горлышко колбы пробку с отверстием, в которое всуньте отрезок стеклянной трубки длиной около 5 см. Подержите колбу в руках в течение нескольких секунд, чтобы согреть находящийся в ней воздух. С помощью пипетки введите в стеклянную трубку каплю воды и охладите колбу. Что произойдет при этом с каплей

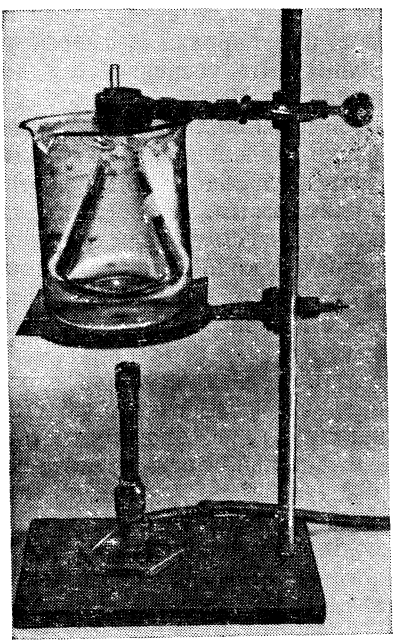


Рис. I.12.

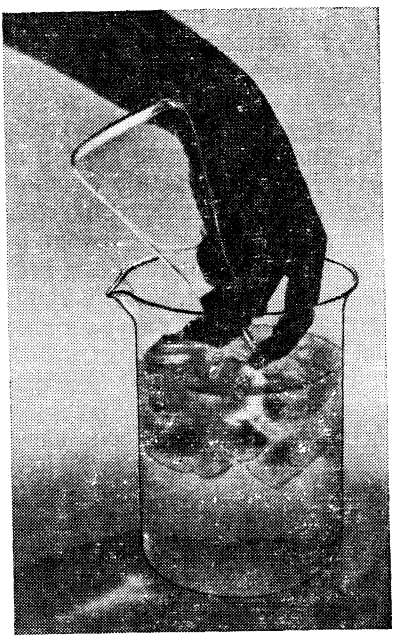


Рис. I.13.

воды? Попробуйте проследить за положением капли в трубке при нагревании и при охлаждении воздуха в колбе. (Следите за тем, чтобы капля не упала в колбу.) Вы можете использовать положение капли в стеклянной трубке в качестве термометра. Однако каким образом вы сможете выбрать шкалу для этого устройства?

Для того чтобы установить температурную шкалу, вам нужно иметь температуры, которые могут быть воспроизведены с большой точностью. Такими двумя температурами могут служить температуры кипения и замерзания воды. Найдите объемы V_1 и V_2 данного количества газа при этих двух температурах и при одном и том же давлении. Вы можете установить для этих двух температур T_1 и T_2 какие-то два численных значения. Тогда прямая линия, выражающая зависимость объема V от температуры T, определяет со-

бой температурную шкалу. Численные значения единицы для измерения температуры являются, таким образом, произвольными.

Погрузите колбу в кипящую воду, как это изображено на рис. I.12. Приблизительно через 5 минут воздух в колбе примет температуру кипящей воды. Плотно закройте пальцем конец стеклянной трубки, чтобы предотвратить попадание внешнего воздуха в колбу, и поместите перевернутую колбу в химический стакан со смесью воды со льдом (рис. I.13). Уберите ваш палец, когда горлышко колбы окажется полностью погруженным в воду со льдом, и затем погрузите всю колбу в эту смесь. Через несколько минут температура воздуха в колбе будет равна температуре смеси воды со льдом. Почему вы должны быть уверены в том, что колба сухая и пробка с трубкой пригнаны плотно?

Перед тем как вынуть колбу из смеси воды со льдом, убедитесь, что давление воздуха внутри колбы равно давлению воздуха в комнате. Для этого колбу нужно погрузить настолько, чтобы уровень воды снаружи и внутри колбы был одинаковым. После этого закройте пальцем конец трубки и выньте колбу из смеси воды со льдом. Тщательно измерьте объем воды, вошедшей в колбу, и объем самой колбы с учетом пробки и трубки. Отсюда можно определить объем воздуха при температуре кипения воды и при температуре замерзания воды.

Начертите на миллиметровой бумаге перпендикулярные оси и откладывайте температуру газа в зависимости от его объема. На горизонтальной оси нанесите шкалу для объема и отметьте два измеренных объема V_1 и V_2. По вертикальной оси отметьте совершенно произвольно две точки T_1 и T_2.

Нанесите на графике две точки, соответствующие объемам при температуре замерзания и кипения воды и температурам T_1 и T_2, и через эти две точки проведите прямую линию до пересечения с осью температур. Эта линия выражает соотношение между объемом и температурой.

Теперь вы можете выбрать единицы для измерения температуры. Например, для того чтобы получить стоградусную шкалу (обычно используемую в науке и называемую шкалой Цельсия), мы принимаем температуру замерзания воды за 0°, а температуру кипения воды за 100° и делим вертикальную ось на равные части. Чему соответствует температура по этой шкале, когда объем равен нулю?

В этом опыте вы соорудили воздушный термометр. Повторите этот опыт, используя другой газ, например кислород, и изобразите результаты в виде графика. Сравните линии на графиках для кислорода и для воздуха.

Используйте этот газовый термометр для измерения температуры воды из-под крана и сравните полученный результат с результатом, полученным с вашим воздушным термометром. Измерьте также температуру с помощью ртутного термометра и посмотрите, как согласуется его градуировка с естественной температурной шкалой.

Изменили ли вы температуру воды при ее измерении?

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО

Введение

Часть I знакомит учащихся с фундаментальными физическими понятиями времени, пространства и материи. На этой начальной стадии не преследуется цель глубокого анализа этих понятий, но мы должны позаботиться о том, чтобы учащиеся начали понимать процесс физического исследования. Они должны научиться понимать не только результаты измерений (это они будут делать, как только представится для этого случай), но и каким образом измерение, связанное с использованием приборов и математических средств, расширяет нашу способность познавать окружающий мир. Для достижения этой цели очень важное значение имеет выполнение простых лабораторных работ, относящихся к части I. Вся эта тема не требует частых повторений, но понимание учащимися сути дела и их удовлетворение тем, что они начали знакомиться с путями развития физики, гораздо важнее, чем простое «выучивание фактов».

Главы 1—4 знакомят учащихся с областями значений промежутков времени и расстояний, а также со способами измерения этих величин. Здесь же учащиеся знакомятся с соответствующими математическими приемами.

В главах 5, 6 излагается кинематика и более подробно рассказывается об измерении времени и пространства. Эти главы потребуют более медленной и глубокой проработки, чем предыдущие главы.

В данном курсе физики кинематика, изучающая движение без рассмотрения вызывающих его причин, отделена от динамики, изучающей движение с учетом вызывающих его сил. Динамика составляет основу части III. Такое отделение кинематики от динамики целесообразно потому, что кинематика, естественным образом оперируя с измерениями пространства и времени, готовит учащихся к более глубокому знакомству с кинематическими идеями, о которых снова идет речь в части III, и поэтому нарушение последовательности формального изложения оказывается более выгодным, чем изложение динамики непосредственно вслед за кинематикой. Проработка кинематики будет повторена при вступительной проработке динамики.

Главы 7—10 завершают предварительное ознакомление с той областью физики, в которой рассматриваются различные аспекты материи. Вводится понятие массы и обсуждается закон ее сохранения. Приводится доказательство существования атомов и излагаются методы определения их размеров. Рассмотрение расположения атомов в различных состояниях материи приводит к идее о физической модели молекулярной интерпретации газа. Эти вопросы изучаются не слишком глубоко, потому что многие методы количественного исследо-

вания еще недоступны на этой стадии изучения. Количественное рассмотрение этих вопросов излагается в частях III и IV.

Часть I содержит широкий обзор Вселенной и предназначена помочь учащимся убедиться в том, что физика представляет собой единое целое, а не собрание не связанных между собой областей знания. Постоянное подчеркивание роли эксперимента и в тексте Учебника, и в описаниях лабораторных работ должно помочь учащемуся увидеть, что наука — это нечто незаконченное, непрерывно развивающееся, что наука отнюдь не «только что создана» и что она является результатом творческой деятельности многих ученых.

Часть I содержит изобилие интереснейшего материала. Большинство классов окажется не в состоянии охватить десять глав во всех деталях на протяжении одного учебного года. Вам захочется разобраться более обстоятельно с идеями, изложенными в главах 5 и 6. Вы сможете согласовать глубину проработки других глав (в особенности глав 7—10), с одной стороны, с требованиями плана, а с другой стороны, с реальным положением в классе.

Минимальное время, необходимое для проработки различных глав части I, меняется от класса к классу и зависит главным образом от общего уровня предварительной подготовки учащихся и, вообще говоря, не может быть оценено по числу страниц Учебника, задаваемых по различным вопросам.

В табл. 1 приведены два возможных варианта плана проработки части I. Вариант, рассчитанный на 6 недель, представляет собой хороший план для

ТАБЛИЦА 1

Главы	6-недельный план изучения части I			10-недельный план изучения части I		
	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
1	0	0	—	1	0	—
2	2	1	I.1	3	1	I.1
3	2	1	I.2	2	2	I.2, I.3
4	4	1	I.4	6	1	I.4
5	8	1	I.5	8	1	I.5
6	7	0	—	8	0	—
7	1	0	—	2	0	—
8	2	1	I.6	7	1	I.6
9	2	0	—	3	1	I.7
10	0	0	—	2	0	—

одногодичного курса. Вариант, рассчитанный на 10 недель, предполагает более глубокую проработку последних глав части I. В начале каждой главы указаны разделы, которые могут быть проработаны в классе менее обстоятельно или даже вообще опущены без потери непрерывности курса.

ГЛАВА

1 ЧТО ТАКОЕ ФИЗИКА?

Глава 1 — это вводная глава, предназначенная главным образом для чтения с целью общего ознакомления с предметом. Она дает достаточно полное представление о месте и роли физики среди других наук и о методах физического исследования.

Важно подчеркнуть, что эта вводная глава предназначена лишь для качественного ознакомления. Материал этой главы не преследует цель широкого развития основных понятий у учащихся. Подробное обсуждение некоторых опытов и приборов, упоминаемых в ней, было бы либо безнадежно поверхностным, либо оказалось бы не под силу многим учащимся. Более подготовленные учащиеся или те из них, которые заинтересуются какими-нибудь подробностями, могут настаивать на немедленном обсуждении многих вопросов, упоминаемых в этой главе. Такое обсуждение нецелесообразно и легко может дезорганизовать начинающих учащихся.

Краткое содержание главы 1

Глава 1 вводит учащихся в сущность и сферу интересов физики. В ней кратко рассказывается о некоторых приборах и механизмах, применяемых для расширения возможностей наших органов чувств и создающих особые условия для изучения, а также напоминается учащимся о том, что развитие физики является результатом объединенных усилий многих людей.

Эта глава является введением к нескольким темам, которые служат примерами, иллюстрирующими построение курса. Физика — это не просто бесстрастное собрание фактов, относящихся к познанию окружающего нас мира, это человеческая деятельность, в которой идеи постоянно совершенствуются опытом и наблюдением. Глава дает представление о надежности измерений и роли приборов. Эти мысли не следует внедрять в сознание учащихся в начале обучения. По мере изложения курса вы получите много возможностей развить эти мысли.

План изучения главы 1

Для учебных целей вся глава может проходиться сразу. Глава должна быть изложена кратко. Сначала эта глава должна послужить заданием для внеклассного чтения. Если вы связаны планом, то не следует расходовать на нее время классных занятий. Если же вы располагаете достаточным временем, то один день можно посвятить обсуждению материала, изложенного в этой главе.

Некоторые термины, а также рисунки, встречающиеся в этой главе, могут быть обсуждены в классе в дальнейшем. Учащимся следует разъяснить, что они не должны рассчитывать на понимание всех терминов и рисунков, встречающихся в этой главе. Серьезное отношение учащихся к содержанию этой главы явится залогом успешного усвоения изложенного в ней материала.

1.1. Орудия физики

1.2. Кто создает физику

Цель. Ознакомление с общей задачей физики.

Методические указания. Изложение должно быть сжатым. Весь материал может проходиться как задание для чтения на дом. Если учащиеся выразят желание, то отдельные вопросы можно обсудить в классе. Возможны следующие темы для обсуждения в классе.

1. Попросите учащихся назвать приборы, расширяющие или обостряющие возможности наших органов чувств. Это совсем не трудное дело, и они сразу ответят: «микроскоп, телескоп, лабораторные весы и т. д.».

Вслед за этим спросите о приборах, реагирующих на явления, которые не могут быть обнаружены с помощью наших органов чувств. Некоторые учащиеся не смогут придумать примеров.

Другие ошибочно будут называть приборы или установки весьма большой чувствительности, которые лишь расширяют возможности наших органов чувств, например: «сейсмограф» (так как этот прибор реагирует на ничтожные механические колебания земной коры). Первый удачный ответ может оказаться понятным лишь для некоторых. Например, в одном классе первый ответ гласил: «радиотелескоп»; затем весь класс поднял руки и было сказано: «радио». Наиболее изящным был ответ: «компас». Вы должны быть подготовлены к таким неожиданностям.

2. Попросите учащихся наметить в общих чертах возможную цепь событий, связывающих два наблюдения. Начните, может быть, просто с двух наблюдений: 1) человек нажимает на педаль; 2) автомобиль останавливается. Если такие «цепи» будут построены, основательно усвоены и поняты, то сами собой возникнут и дальнейшие вопросы, требующие ответа.

Вы можете дополнить и усложнить вопросы, которые позволят развить творческую фантазию у учащихся. Можно подсказать учащимся несколько пар событий.

Цель подобных обсуждений двоякая: 1) дать учащимся известное представление о том, каким путем исследователь использует свои знания и интуицию при построении гипотез и разумной цепи событий, связывающих наблюдения (эти гипотезы в дальнейшем нуждаются в экспериментальной проверке); 2) показать, что гипотезы и открытия приводят к новым вопросам.

Некоторые учащиеся могут рассматривать курсив, применяемый для выделения таких слов, как *механика* и *ядерная физика*, как указание о необходимости запоминать их наизусть. От этого их следует предостерегать. Будьте внимательны при опросе учащихся и не придавайте особого значения подобным вещам. «Определения», которые даны в этой главе, абсолютно нестрогие и не предназначены для исчерпывающей характеристики тех или иных понятий.

Для многих людей существует очень небольшое различие между тем, что такое наука и что такое техника. Действительно, если говорить о различии этих двух понятий (а большинство ученых считает, что они относятся к совершенно различным сферам деятельности), то оно, по-видимому, должно быть основано скорее на различии целей (которые ставятся перед данным исследованием), чем на различии используемой аппаратуры, трудности задачи или подготовки и квалификации исследователя.

Цель науки состоит в стремлении понять взаимосвязи в окружающем нас мире, независимо от того, как такое понимание может воздействовать на этот мир. В противоположность этому, цель техники состоит в достижении полезного, выгодного и перспективного результата. В этом смысле человек, изучающий распространение электромагнитных волн в различных средах в качестве упражнения на решение краевых задач, является ученым, в то время как другой человек, который в состоянии выполнить почти такие же вычисления, но которого интересует главным образом радарная установка для обнаружения самолетов, является техником.

Различие между этими двумя видами человеческих устремлений зачастую неясно и, конечно, не слишком уж важно. Наука и техника зависят друг от друга и питают друг друга. Ученый в своих усилиях понять взаимосвязи в окружающем нас мире может развить идею или создать установку, имеющую большую техническую ценность. Транзистор — устройство, имеющее громадное практическое значение, был создан почти случайно учеными, изучавшими поверхностные свойства полупроводников. Точно так же и приборы, создаваемые техниками для специальных целей, часто служат необходимыми орудиями для важных научных открытий. Многое из того, что открывается в науке, может перейти в технику, и наоборот.

Рисунки в гл. 1 лишь качественно иллюстрируют некоторые места текста Учебника и не могут послужить источником при обсуждении сложных научных опытов. Например, рис. 1.1 и 1.2 иллюстрируют мысль о том, что научное открытие (в данном случае открытие радиоактивности) зачастую может быть сделано очень простыми средствами. В противоположность этому рис. 1.3—1.5 показывают, что некоторые установки, используемые в науке, могут быть весьма сложными. Учащиеся могут заинтересоваться тем, что громадная машина, изображенная на рис. 1.3, необходима для изучения свойств и поведения субмикроскопических частиц.

Точно так же рис. 1.4 и 1.5 служат иллюстрацией того, что сложнейшие установки иногда используются для получения информации об элементарных взаимодействиях, которые не могут быть наблюдаемы другим способом. На рис.1.4 пузырьковая камера (установка для обнаружения атомных частиц) расположена между полюсами магнита, изображенного в правой части рисунка.

Много вопросов может вызвать рис.1.5: «Почему спираль?», «Закручивается или раскручивается спираль?», «Откуда взялись маленькие спирали?», «Настоящие ли это фотографии или спирали нарисованы?» и т. п. Подробное обсуждение этого рисунка на данном этапе нецелесообразно. Если учащиеся будут спрашивать, то следует ответить, что это подлинная фотография, а не подделка. Частица движется по закручивающейся спирали, так как она теряет энергию. Ее путь искривляется под действием магнитного поля, перпендикулярного к направлению движения. Маленькие спирали образованы вторичными частицами, обладающими низкой энергией и выбиваемыми первичными частицами из других атомов, проходящих мимо них. Следы в пузырьковой камере оставляют только заряженные частицы. Следы вызваны крошечными пузырьками, конденсирующимися на ионизованных частицах, оставляемых на своем пути движущейся заряженной частицей.

ГЛАВА

2 ВРЕМЯ И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

Вступительные разделы этой главы служат введением не только к вопросу об измерении времени, но и к одной из фундаментальных проблем физики (также преподавания физики): к проблеме о том, как выйти за пределы наших обычных чувств и ощущений, для того чтобы расширить рамки познания окружающего нас мира — мира, в котором так много громадного и ничтожно малого, очень быстрого и необычайно медленного, сложного или трудно познаваемого непосредственно с помощью наших органов чувств.

Гл. 2 естественным образом разделяется на три части: 1) предварительное обсуждение идеи измерения и его взаимосвязи с нашими чувствами, истолкование времени как одной из физических переменных; 2) количественное обсуждение вопроса об измерении промежутков времени с помощью многократных вспышек и стробоскопических приемов; 3) напоминание того, что измерение времени сводится к подсчету каких-то произвольных единиц внутри измеряемого промежутка времени и что применение системы записи чисел в виде десятичной дроби, умноженной на десять в какой-то степени, и использование понятия о порядке величины позволяют с удобством рассмотреть ту область промежутков времени, с которой мы сталкиваемся в физике.

Качественный материал этой главы может быть проработан за короткий срок. Точно так же немного времени займет и ознакомление с количественными методами измерения промежутков времени. Многие вопросы, затрагиваемые в этой главе, как, например, область промежутков времени, вопрос о направлении времени, подсчет единиц и т. п. могут рассматриваться лишь в порядке предварительного ознакомления. Способ записи чисел с помощью числа десять в какой-то степени будет применяться на протяжении всего курса, и если он окажется незнакомым учащимся, следует на него обратить самое серьезное внимание. Определение порядка величин очень полезно, но иногда трудно для начинающих, и поэтому вначале не следует увлекаться этим. По мере того как на протяжении всего курса учащиеся будут решать задачи, они на практике оценят удобства этого метода оценки величин.

Часть I курса связана с нашими фундаментальными представлениями о времени и пространстве (и их комбинации в движении), а также о материи. При построении курса мы, конечно, могли начать с пространства вместо времени. Основная причина, побудившая нас начать с изучения времени, состоит прежде всего в большей простоте: описание пространства требует трех измерений, а время требует всего лишь одного измерения.

Краткое содержание главы 2

Разделы 2.1—2.3. Эти разделы являются вступительными; в них рассказывается о связи измерений промежутков времени с ощущениями наблюдателя,

Приборы применяются для непосредственного расширения возможностей восприятия наших органов чувств. Отмечается, что все измерения сводятся к обнаружению тех или иных различий.

Разделы 2.4, 2.5. Эти разделы посвящены количественным измерениям промежутков времени с помощью метода многократных вспышек, а также с помощью стробоскопического метода определения последовательных положений физических систем.

Разделы 2.6—2.8. Отмечается, что промежутки времени измеряются в произвольных единицах. Вводится удобная и краткая система записи очень больших и очень малых чисел с помощью числа десять в определенной степени. Кроме того, вводится также идея о порядке физических величин, определяемом ближайшей степенью числа десять той единицы, в которой измеряется данная физическая величина. Глава заканчивается указанием на то, что время имеет «естественное» направление вперед.

План изучения главы 2

Вся глава полностью может быть рекомендована для прочтения перед тем, как она будет обсуждаться в классе. Опыт I.1 должен быть проделан до того, как в классе будут обсуждаться разделы 2.4 и 2.5, потому что этот опыт поможет классному обсуждению. Некоторые задачи, относящиеся к разделам 2.4, 2.5 и 2.7, должны быть рассмотрены в классе и предложены для решения дома.

В табл. 2 приводятся возможные варианты плана прохождения этой главы, согласованные с общим планом, по которому должна проходиться вся часть I курса (см. табл. 1 на стр. 270). Разделы, заключенные в квадратные скобки, могут быть рассмотрены в классе с меньшей тщательностью или вовсе пропущены без того, чтобы была утеряна непрерывная последовательность изложения. Если эти разделы не могут быть проработаны в классе, они должны быть проработаны учащимися дома самостоятельно.

ТАБЛИЦА 2

Глава 2	6-недельный план изучения части I			10-недельный план изучения части I		
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
[2.1—2.3]	0	0	—	0	0	—
2.4, 2.5	1	1	I.1	2	1	I.1
[2.6], 2.7, [2.8]	1	0	—	1	0	—

Дополнительные материалы к главе 2

Лаборатория. В опыте I.1 (*Малые промежутки времени*) используется простой стробоскоп и бумажная лента для отметок времени. Помимо того, что эти приспособления используются в качестве приборов для измерения малых промежутков времени и знакомят учащихся с некоторыми принципами измерений, оба они будут широко использоваться в дальнейшей лабораторной работе. Поэтому

учащиеся должны полностью овладеть методикой работы с этими приспособлениями и с их характеристиками в качестве измерительных приборов. Ответы на вопросы, заданные учащимся в разделе ЛР Учебника, а также указания по выполнению опыта I.1 см. на стр. 411.

Домашние, классные и лабораторные задания. Ответы, решения и таблицу, в которой задачи приблизительно расклассифицированы по степени их трудности, см. на стр. 283.

2.1. Мы исходим из ощущений

2.2. Основные представления физики. Необходимость расширения возможностей наших органов чувств

2.3. Время и его протяженность

Цель. Выяснить, что означает измерение «времени» с помощью чувств наблюдателя и изменений в окружающем мире.

Методические указания. Этот материал является вводным и может быть использован для ознакомительного чтения. Его подробное обсуждение в классе нецелесообразно. Некоторые понятия, рассматриваемые в этих разделах, довольно сложны, и они будут обсуждаться в последующих главах курса. На первых порах нет необходимости в их глубоком анализе.

При сравнении лабораторных приборов с органами чувств человека следует подчеркнуть, что для одних измерений органы чувств более совершенны, а для других они оказываются более грубыми. Например, мы можем очень хорошо распознавать малейшие различия в цвете или в высоте звука. С другой стороны, нам очень трудно непосредственно оценить длительность промежутков времени, меньших одной десятой секунды, или измерить промежуток времени порядка одного дня. Приборы расширяют наши возможности в широких пределах оценивать промежутки времени, с которыми мы встречаемся в физике.

Наши органы чувств измеряют различия. У нас нет таких «встроенных» органов чувств, которые бы позволяли производить количественные измерения какой-то одной физической величины. Если два одинаковых сосуда с водой обладают близкими (но, разумеется, не слишком!) температурами, то довольно легко сказать, какой из сосудов теплее, но очень трудно определить саму температуру любого из этих двух сосудов.

В этих разделах учащиеся знакомятся с понятием времени и его значением в физике. Когда мы говорим о времени, то, в сущности, мы подразумеваем промежутки времени. Промежутки времени имеют смысл только тогда, когда мы можем наблюдать какие-то *изменения*, которые происходят в течение этих промежутков времени.

Фразы, подобные таким, как «очень короткое время» или «очень длинное время», имеют лишь относительный смысл. Значение таких фраз становится ясным только в результате сравнения относительных промежутков времени, относящихся к совокупности каких-то определенных физических событий. Очень короткое время в жизни человека, например одна миллионная доля секунды, может оказаться очень большим временем в жизни радиоактивных ядер. Если бы мы могли открыть глаза всего только на несколько миллионных долей секунды и при этом взглянуть на стенные часы, то нам было бы трудно решить — идут часы или они стоят,

потому что мы не увидели бы ход часов в течение короткого мгновения их цикла*). Если бы мы могли открыть глаза в течение того же промежутка времени и посмотреть на взрыв атомной бомбы (разумеется, сквозь очень темное стекло!), то нам удалось бы наблюдать полный «жизненный цикл» взрывного устройства. Для того чтобы наблюдать «жизненный цикл» Вселенной, мы должны были бы ждать несметное число миллиардов лет.

2.4. Малые промежутки времени. Метод многократных вспышек

2.5. Повторяющиеся движения. Стробоскоп

Цель. Показать, что физические изменения, происходящие за промежутки времени, бо́льшие или меньшие тех, которые допускают непосредственные измерения, могут быть измерены с помощью фотографического и стробоскопического методов. Применение периодического освещения, чередующихся экспозиций или наблюдений позволяет осуществлять разнообразные измерения и анализ движений, настолько быстрых и настолько медленных, что их непосредственное исследование с помощью органов чувств оказывается невозможным.

Методические указания. Следует подчеркнуть важность описания движения с помощью графиков, выражающих зависимость положения от времени, о котором более подробно пойдет речь в гл. 5. Этот способ описания представляется естественным и, по-видимому, не должен вызывать затруднений. При этом основной упор должен быть сделан на измерение промежутков времени, а не на анализ самого движения, а также не на детали устройств, с помощью которых осуществляются многократные вспышки или стробоскопическое освещение. Приступая к проработке этих разделов в лаборатории при выполнении опыта I.1, следует провести их обсуждение в классе.

Учащиеся должны понять, как устроен и как градуируется прибор, используемый в опыте I.1. Стробоскоп будет использован для наблюдения периодических волн в части II. Отметчик времени с бумажной лентой будет применен в лабораторной работе по кинематике и повторно в части III.

Как уже было указано, целесообразно, чтобы до того, как учащиеся пройдут эти разделы, они выполнили опыт I.1. Знакомясь с измерением малых промежутков времени, учащиеся извлекут гораздо больше пользы при выполнении опыта, чем при обсуждении этого вопроса в классе.

При обсуждении в классе вслед за выполнением лабораторной работы со стробоскопом существенную помощь учащимся может оказать рассмотрение следующих случаев.

Представьте себе, что вы располагаете указателем, который может вращаться с различной постоянной скоростью. Кроме того, пусть у вас имеется устройство, позволяющее осуществлять световые вспышки через определенные промежутки времени (рис. 1).

1. Указатель вращается со скоростью один оборот в секунду, и вспышки происходят также один раз в секунду. В этом случае при каждой вспышке мы будем видеть указатель в одном и том же положении.

2. Указатель вращается со скоростью два оборота в секунду, а вспышка происходит один раз в секунду. И в этом случае при каждой вспышке указатель будет

---

*) Т. е. оборота часовой, минутной или даже секундной стрелки. (*Прим. ред.*)

виден в одном и том же положении, несмотря на то, что за промежуток времени между двумя вспышками указатель успевает сделать два полных оборота. Обобщите эту модель на случай, когда указатель делает три, четыре, пять и т. д. оборотов в секунду. Учащиеся сразу должны понять, что при такой частоте вспышек указатель будет казаться «остановившимся», если он делает целое число оборотов в секунду.

3. Указатель вращается со скоростью 50 оборотов в секунду, и свет вспыхивает также 50 раз в секунду. Таким образом, этот случай аналогичен случаю 1, и указатель кажется неподвижным. Обобщите этот случай, аналогично тому как это сделано в случае 2, и покажите, что если указатель совершает 100, 150, 200 и т. д.

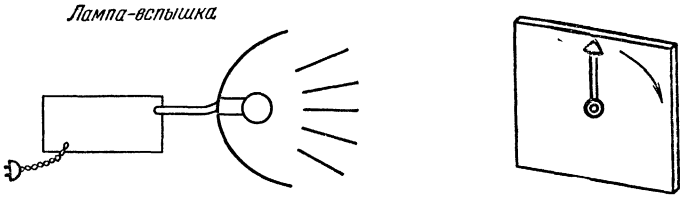


Рис. 1.

оборотов в секунду, то движение будет также казаться «остановившимся», и такой же эффект будет наблюдаться при любом числе оборотов, кратном числу вспышек или числу наблюдений. Следовательно, частота наблюдений является точным делителем частоты оборотов.

4. Указатель совершает 60 оборотов в секунду, а свет вспыхивает 30 раз в секунду. И в этом случае, как и в случае 3, указатель кажется неподвижным.

5. Попробуем теперь обратить случай 4: пусть указатель совершает 30 оборотов в секунду, а свет вспыхивает 60 раз в секунду. Если при первой вспышке указатель будет казаться неподвижным в положении «12 часов», то при второй вспышке это произойдет в положении «6 часов», при третьей снова в положении «12 часов» и т. д. Указатель будет казаться «неподвижным» как в положении «12 часов», так и в положении «6 часов». Таким образом, мы получаем как бы абсурдный результат, но такой, который мы легко можем объяснить, так как знаем, почему получается именно такой результат. Если частота вспышек больше, чем число оборотов, то мы никогда не увидим «неподвижной» картины. Это позволяет нам понять, как следует отрегулировать число вспышек, чтобы оно оказалось равным числу оборотов. Для этого нужно, увеличивая частоту вспышек, определить то максимальное число вспышек, при котором наблюдается ощутимо «неподвижная» картина.

При обсуждении стробоскопа следует специально подчеркнуть его применение для измерения малых промежутков времени. По-видимому, лучше всего избежать подробного обсуждения хорошо знакомого «стробоскопического эффекта», заключающегося в медленном опережении или отставании быстро вращающегося тела при наблюдении его через промежутки времени, немного отличающиеся от его собственного периода обращения. Движение будет казаться «остановившимся», когда период наблюдения представляет собой целый делитель периода обращения, который может быть определен из измерения максимальной частоты наблюдения, при которой движение кажется остановившимся.

Если учащиеся проявят интерес при обсуждении стробоскопического эффекта, то целесообразно предложить им в качестве домашнего задания проделать опыт со стробоскопом. Если частота наблюдений $f_н$ немного меньше, чем частота обращения $f_о$, то тело будет казаться вращающимся с частотой $f_о - f_н$; если же частота $f_н$ немного больше, чем $f_о$, то тело будет казаться вращающимся в обратном направлении с частотой $f_н - f_о$.

2.6. Сравнение времени. Единицы измерения

Содержание. Основой любого физического измерения является отсчет. Выбор стандартной единицы для измерения времени произволен.

Методические указания. Учащиеся должны хорошо усвоить этот раздел, но на его изучение не следует затрачивать много времени. Этот раздел может быть проработан просто как материал для чтения.

Учащиеся должны ясно представлять себе, что основная операция при выполнении большинства измерений состоит в отсчете. Когда кто-нибудь говорит, что длина комнаты равна 6 метрам, это означает, что эталонная линейка в один метр укладывается от одного конца комнаты до другого 6 раз.

Если же речь идет о времени, то мы не можем пользоваться эталонной секундой для того, чтобы отмерить промежуток времени. Нам нужны часы, которые бы сохраняли для нас эталонные секунды и мы могли бы их отсчитывать. Однако каким образом мы можем убедиться в том, что все секундные промежутки времени одинаковы? Эта задача приводит нас к процессу градуировки. Точное определение эталона времени представляет собой довольно трудное дело и на самом деле сводится к сравнению показаний нескольких часов и определения тех из них, которые являются «правильными». Например, промежуток времени между восходом и заходом Солнца, измеренный с помощью песочных часов, довольно сильно изменяется летом и зимой, а промежуток времени от полдня до полдня остается без изменений в течение всего года. Механические часы, управляемые маятником или балансиром, могут показывать изменения промежутка времени между полднями, так как Земля вращается, двигаясь по своей орбите.

Вы можете дать учащимся следующее упражнение. Предложите им сверить все часы, имеющиеся в классе, и затем отсчитать время по всем этим часам спустя некоторый промежуток времени (например на следующий день). Каждый знает, что все часы будут показывать разное время. Какие из часов мы могли бы принять за эталон? По-видимому, сразу же можно исключить те из них, показания которых будут отличаться от среднего значения больше, чем на час. В действительности, вероятно, какая-то небольшая группа часов будет показывать одно и то же время в пределах одной минуты, а показания остальных часов будут выходить за эти пределы.

Мы могли бы сказать, что часы, относящиеся к этой небольшой группе, являются наиболее правильными, в особенности если бы мы повторяли этот опыт несколько раз и всегда получали одну и ту же группу часов, показания которых расходились бы в пределах одной минуты, а другие часы показывали бы большие расхождения. Конечно, ситуация может быть и более сложной. Например, может оказаться, что одни часы ежедневно уходят вперед на 5 минут по сравнению с часами из группы, и про них мы также должны сказать, что они правильные, но идут впереди остальных часов. В результате мы должны использовать одни часы или весь комплект согласующихся между собой часов в качестве эталона и

отбросить все остальные часы, показания которых отклоняются от показаний отобранных нами часов.

Это в точности та же операция, которая осуществляется при определении эталона времени, но только для этого мы используем атомные и небесные часы. Однако еще далеко не ясно, сохраняют ли в течение длительного времени постоянство своего хода атомные и небесные часы?

Наша эталонная секунда измерена с помощью устройства, которое является очень надежным, так как его показания согласуются с показаниями устройства наиболее независимого, чем любой другой тип часов. Кристаллический кварцевый осциллятор представляет собой достаточно надежный эталон, однако менее совершенный, чем современные атомные часы. В настоящее время наш первичный эталон времени основан на измерении периода вращения Земли.

Учащиеся должны также ясно понимать, что большинство наших эталонных единиц выбрано произвольно. Эти единицы не встречаются в природе. В большинстве случаев эти единицы выбраны по соображениям удобства. Нет ничего удивительного в том, что мы измеряем время именно в секундах, а не в каких-то других единицах, которые можно было бы придумать.

Можно провести весьма интересную дискуссию о произвольности выбора единиц времени и предложить учащимся выбрать новую единицу времени. Эта дискуссия приведет к обсуждению проблемы выбора эталонов, которая рассматривается в следующей главе. Новую единицу времени вы могли бы назвать «мгновение» (или как-нибудь по-другому, используя школьный лексикон). Предположим, например, что одно мгновение соответствует 15,2 с. Заставьте каждого учащегося вычислить его возраст в этих единицах (точность в одну или две значащих цифры вполне достаточна; такой подсчет послужит хорошей подготовкой к следующему разделу). Теперь вы оказываетесь в состоянии сделать важный шаг. По-видимому, каждый учащийся в вашем классе должен будет согласиться с тем, что «мгновение» — это неудобная единица времени и с ней трудно обращаться.

Предположим, однако, что существует такая страна, в которой «мгновение» принято за эталонную единицу времени, и что дети хорошо знакомы с этой единицей. Допустим теперь, что в старшем классе на занятиях по физике преподаватель предложил ввести новую единицу времени, именно «секунду», равную 1/15,2 «мгновения». Тогда такой воображаемый класс должен был бы сразу же согласиться с тем, что и «секунда» — очень неудобная единица для ее практического использования. Одним словом, если вы привыкли к какой-нибудь единице, то именно она-то и будет казаться вам совсем простой. В частности, новая единица окажется трудной, если вы каждый раз должны будете переводить результаты ваших измерений обратно, в знакомые единицы. Такое обсуждение позволит учащимся усвоить основы некоторых задач, с которыми они часто будут встречаться, приступая к использованию метрической системы, вводимой в следующей главе.

Если вы проведете в классе такую дискуссию, вы сможете подготовить учащихся к обсуждению вопроса об эталонах и произвольности выбора единиц. При этом нужно подчеркнуть, что хотя выбор эталонных единиц произволен, необходимо, чтобы люди понимали друг друга, договориться об их определении. В этом состоит одна из причин, в силу которых в каждой стране имеется учреждение, ведающее эталонами.

2.7. Большие и малые числа. Порядки величин

Цель. Показать, насколько необъятна область промежутков времени, которые могут оцениваться с помощью приборов, и ознакомить с системой записи чисел в виде числа десять в какой-то степени.

Методические указания. Многие учащиеся могут быть уже знакомы с излагаемой здесь системой записи чисел. В этом случае достаточно беглого ознакомления с этим разделом. Если же учащиеся встречаются впервые с этой системой записи, то нет необходимости в том, чтобы они усиленно практиковались в этой системе, потому что на протяжении всего курса они будут иметь возможность часто пользоваться ею и постепенно приобретут необходимые навыки. Точно так же не следует специально заниматься оценкой порядка величин в отрыве от решения задач, приводимых в конце главы. Учащиеся значительно быстрей достигнут в этом успеха, работая в лаборатории и решая конкретные задачи, чем выполняя специально придуманные упражнения.

Для начала, при обсуждении в классе способа записи чисел десять в определенной степени и оценки порядка величин, вы можете предложить учащимся следующий вопрос и дать на его обдумывание пять минут.

Оцените ближайшую степень десяти (что означает оценку порядка величины), которой можно выразить число шариков от пинг-понга, заполняющих комнату. При этом не делайте никаких измерений и не сдвигайтесь с места до тех пор, пока не закончите оценку.

Учащиеся обычно сейчас же говорят: «Мы ведь не знаем ни размеров комнаты, ни размеров шариков от пинг-понга!» Многие учащиеся начнут производить тщательные вычисления. Чаще всего в тех классах, в которых предлагался этот вопрос, менее одной трети учащихся давало удовлетворительный ответ. Бóльшая же часть учащихся производила слишком много вычислений, желая, однако, дать нужную оценку числа шариков.

После того как этот вопрос будет задан, расскажите учащимся, каким образом может быть произведена самая грубая оценка числа шариков от пинг-понга, заполняющих комнату. Попробуйте спросить учащегося: «Какова длина комнаты?» Чаще всего он ответит: «Я не знаю». Отвечая на дальнейшие вопросы, учащийся может даже сказать, что у него нет никаких мыслей по этому поводу. Однако тут же ему легко доказать обратное. Спросите учащегося: «Длина комнаты больше одного метра или меньше?» Уже из этой шутки учащийся поймет, что он кое-что знает о длине комнаты. Затем вы спросите учащегося: «Можно ли считать, что длина комнаты равна одному километру?» (это опять шутка). Таким образом мы узнаем, что длина комнаты больше одного метра и меньше одного километра. Мы уже очень много знаем! Можем ли мы узнать что-нибудь поточнее? О большинстве классных комнат учащиеся могут сказать, что их длина более 1 м и менее 10 м. Типичный размер классных комнат: длина 9 м, ширина 6 м и высота 3,6 м. Для оценки порядка величины совершенно неважно, будет ли ширина комнаты равна 6 м или 8 м. Порядок величины объема большинства классных комнат будет между 10^2 и 10^3 кубических метров. Совершенно так же учащиеся могут не знать точного размера шарика от пинг-понга, но, вероятно, они без труда сообразят, что, для того чтобы получить один метр, нужно положить в один ряд скорее 10 шариков, чем 1 или 100. Поэтому один кубический метр должен содержать что-то вроде 10^3 шариков от пинг-понга. Поэтому вся комната должна содержать число шариков, заключающееся между 10^5 и 10^6. Пример, иллюстрирующий идею расчета, вы можете пов-

торить на следующий день, спросив учащихся о том, сколько понадобится футбольных мячей, чтобы заполнить ими школьное здание. Если ваши учащиеся не слишком преуспели в использовании системы записи чисел с помощью числа десять в какой-то степени, то полезно дать им несколько следующих простейших задач:

$10^7 \cdot 10^7 = ?$

$10^7 + 10^7 = ?$

$10^{12} \cdot 10^{-11} = ?$

$10^{12} : 10^{-11} = ?$

$1\,600\,000 = 1{,}6 \cdot 10^{?}$

$0{,}000013 = 1{,}3 \cdot 10^{?}$

$(4 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^7) = ?$

$4\,000 \cdot 10^4 + 3\,000 \cdot 10^7 = ?$

$4\,000 \cdot 10^4 - 3\,000 \cdot 10^7 = ?$

$1\,600\,000\,000 \cdot 0{,}0003 = ?$

$(2 \cdot 10^{15}) \cdot (3 \cdot 10^{-7}) \cdot (2 \cdot 10^{12}) = ?$

$(3 \cdot 10^3\ \text{м}) \cdot (3 \cdot 10^5\ \text{м}) = ?$

$(3 \cdot 10^3\ \text{м}) : (2 \cdot 10^{-3}\ \text{с}) = ?$

$(4 \cdot 10^7\ \text{м/с}) : (2 \cdot 10^3\ \text{с}) = ?$

Табл. 2.1 на стр. 36 предназначена не для запоминания. Цель ее состоит в том, чтобы учащиеся представили себе область тех промежутков времени, которые мы можем различать с помощью физических приборов.

При определении порядка величин часто возникает вопрос о том, где следует провести границу между двумя соседними степенями числа десять. Хотя это и не имеет существенного значения, обычно эта граница проводится на числе, равном квадратному корню из 10. Поэтому числа, меньшие, чем 3,16, но бóльшие, чем 0,316, следует считать порядка 1, числа, расположенные между 3,16 и 31,6, должны считаться порядка 10 и т. д. Если при ответе на подобный вопрос существенно различие между такими, например, числами, как 300 (порядок величины 10^2) и 400 (порядок величины 10^3), то это делается просто добавлением к порядку одной значащей цифры (т. е. $3 \cdot 10^2$). Оценивая порядок величин, мы просто стараемся «попасть мячом в ворота», и нас не беспокоит, что при этом мы можем ошибиться раз в десять.

2.8. О направлении времени

Ц е л ь. Исходя из ощущений, которые мы получаем с помощью наших органов чувств, нам кажется, что время имеет «естественное» направление вперед.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я. На изучении этого раздела не следует задерживаться, однако учащиеся должны его прочитать.

Нам всегда нравится говорить о «неумолимом беге времени» и забавно смотреть фильм, пущенный в обратном направлении или с большей, чем нужно, скоростью. Из опыта повседневной жизни мы привыкли думать, что время обладает «естественным» направлением вперед и протекает с какой-то определенной «естественной» скоростью. Представления о естественном направлении времени или о естественной скорости его протекания имеют значение лишь в особо сложных и специальных случаях.

Принципиальный вопрос о том, обладает ли время «естественным» направлением, предсгавляет значительный научный интерес, но выходит за рамки этого курса, и поэтому этот раздел может быть пройден лишь бегло.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

В табл. 3 задачи распределены по степени их трудности и по разделам, к которым они относятся. Отдельно выделены задачи, предназначенные для разбора их в классе. Особо рекомендуемые задачи отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 3

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
2.1—2.3		1, 2	3, 4		1, 2
2.4	5—9	11	10#, 12, 13	14	12
2.5	15, 16, 22		17—19	20, 21	
2.6			23#, 24		
2.7, 2.8	25, 26, 32	27	28, 29#, 30, 31		28

Краткие ответы

5*. Это событие может быть зарегистрировано на меньшем числе кадров; между отдельными кадрами пуля будет продвигаться дальше, а шарик будет еще больше сплющиваться.

6*. Время, необходимое для того, чтобы пуля прошла сквозь детский воздушный шарик и чтобы этот шарик сплющился.

7*. Нить должна утоньшиться, и мы сможем увидеть разрушение отдельных волокон, из которых она состоит.

8*. Около 1/4000 с (если считать, что время экспонирования каждого кадра пренебрежимо мало по сравнению с временем перехода от кадра к кадру).

9*. Половину расстояния, изображенного на рис. 2.5.

15*. С бóльшей скоростью, так как стробоскоп совершает полный оборот раньше, чем это сделает диск.

16*. 5/12 с.

22*. Стробоскоп будет казаться неподвижным при всех скоростях вращения.

25*. 10^2; 10^7; 10^{-3}; 10^{-7}; 10^{-4}; 10^0.

26*. 10^2; 10^5; 10^{-3}; 10^{-2}.

32*. В каком направлении двигался гаечный ключ — определить невозможно. Разрушение детского воздушного шарика представляет собой необратимое событие.

Ответы с указаниями и решениями

1. Большинству людей колонны будут казаться возрастающими слева направо, потому что фон из сходящихся линий указывает на то, что они удалены друг от друга. В перспективном изображении колонны слева направо по высоте должны уменьшаться, если в действительности они были одного размера.

Если вы обсуждаете эту задачу в классе, то хорошо было бы указать учащимся на то, что существует несколько разных путей для суждения о действительной высоте колонн. Часть учащихся будет думать только о линейке. При этом совершенно неважно, какова цена делений, нанесенных на линейке, так как она используется лишь для сравнения. Другие воспользуются кусочком бумаги и отметят на ней высоту одной колонны и сравнят ее с высотами других колонн. Наконец, найдутся и такие, которые воспользуются для быстрого измерения длиной сустава большого пальца от его кончика до какой-то подходящей морщинки на сгибе. Положите края двух листов бумаги так, чтобы они проходили через низ и верх колонн, и посмотрите, окажутся ли края бумаги параллельными друг другу. Для более точных сравнительных измерений удобно пользоваться двумя измерителями из готовальни.

2. Эту задачу учащимся следует выполнять вдвоем. Для того чтобы сравнивать ошибки для промежутков времени различной протяженности, удобно выражать эти ошибки в процентах.

3. Наиболее активные и сообразительные учащиеся сразу же поймут преимущество работы с большим числом колебаний по сравнению с одним колебанием. Даже с относительно грубой установкой учащиеся должны почувствовать, что ошибка всегда может быть уменьшена до весьма малой величины. Для этой цели в часах и применяются маятники!

4. В соответствии с этим проектом количество воды может быть измерено либо по весу, либо по объему. Можно, например, поступить следующим образом: собрать всю вытекшую за измеряемый промежуток времени воду в сосуд и затем вылить ее в градуированный цилиндр для измерения объема.

Главными источниками ошибок при использовании такой установки являются всевозможные затруднения, возникающие при ее пуске и остановке в нужные моменты времени, а также непостоянство скорости истечения вследствие изменения разности давлений, когда уровень воды в «часах» изменяется. Учащиеся должны подумать о том, каким образом можно уменьшить ошибки, связанные с этими двумя источниками. Одно из возможных усовершенствований состоит в применении перепуска (водослива), обеспечивающего непрерывный подвод воды и постоянство ее уровня.

10. Так как 1 000 м=100 000 см, скорость равна 100 000 см/с. Нам нужно, чтобы свет вспыхивал через каждые 10 см пути летящей пули. За 1 с пуля пролетит отрезок в 10 см (100 000 : 10) раз, т. е. столько понадобится вспышек в 1 с. Итак, 100 000 см/с : 10 см/всп=10 000 всп/с.

Таким образом, если свет будет вспыхивать 10 000 раз в секунду, то можно получить изображения пули, отстоящие друг от друга на 10 см.

11. Прав его приятель. Скорость съемки камерой должна быть больше, чем скорость проецирования кинопроектором. Если камера делает снимок одного кадра за 1/32 с, то за это время изменение положения игрока составит половину от того, которое произошло бы за 1/16 с. Поэтому когда эти кадры будут проецироваться со скоростью 16 кадров в секунду, то движение будет происходить с вдвое меньшей скоростью

Некоторым учащимся, возможно, более понятным окажется другой способ рассуждения. При съемке со скоростью 16 кадров в секунду три секунды игры на футбольном поле потребуют 3·16=48 кадров. При проецировании этих кадров также со скоростью 16 кадров в секунду игра на экране будет длиться те же 3 секунды. Если же съемка будет производиться со скоростью 32 кадра в секунду, то три секунды игры будут зафиксированы на 3·32=96 кадрах. Если теперь проецировать эти 96 кадров с нормальной скоростью 16 кадров в секунду, то игра в течение трех секунд будет демонстрироваться в течение 96 : 16=6 с.

12. Частное от деления времени, необходимого для полного роста растения, на число кадров за время демонстрации фильма, равное 10 мин, дает интересующий нас промежуток времени между съемкой последовательных кадров:

$$\frac{\text{время роста}}{\text{число кадров за 10 мин}}=\frac{50\text{ дней}\cdot 24\text{ ч/день}\cdot 60\text{ мин/ч}}{24\text{ кадра/с}\cdot 60\text{ с/мин}\cdot 10\text{ мин}}=5\text{ мин/кадр.}$$

Таким образом, покадровую съемку следует производить через каждые 5 мин.

13. За 1/25 с пуля пройдет путь, равный 850 м/с·1/25 с=34 м. 850 м/с= =85 000 см/с. Поэтому пуля пройдет путь 0,1 см за время, равное 0,1 см/(85 000 см/с)=$1{,}2\cdot 10^{-6}$ с.

14. а) На этот вопрос легко ответить, используя хорошо известные соотношения (результат оказывается меньшим, чем 0,2 с).

б) Поместим шарик в кольцевой зажим установки, изображенной на рис. 2.9. Шарик катится по верхнему вращающемуся диску и начинает падать, как только передний край щели пройдет мимо центра шарика. Угол поворота нижнего диска за время, в течение которого шарик будет падать, равен углу, который образуют радиус, проведенный через отметку, сделанную падающим шариком, и радиус, проведенный через точку пересечения вертикали, проходящей через передний край щели, с плоскостью нижнего диска. Время падения равно $(\theta/360)\cdot(60/78)$ с.

(Кольцевой зажим не дает шарику двигаться в горизонтальной плоскости, перед тем как он начнет падать через щель. В этот момент шарик не должен двигаться также и вертикально. Для того чтобы быть уверенным в этом, поместите лист бумаги между зажимом и диском, затем положите шарик на бумагу и вытащите ее, как только щель пройдет мимо зажима. Шарик будет катиться по вращающемуся диску и упадет через щель, как только он вновь пройдет под зажимом.)

17. Стробоскоп совершает 1/10 оборота (от одной щели до следующей) за 1/40 с, за которую вал мотора совершает 1 оборот. Поэтому скорость вращения стробоскопа составляет 1/10 : 1/40=4 оборота в секунду. Следовательно, в течение 20 с стробоскоп сделал 20·4=80 оборотов.

18. 1/4·1/30=1/120 с; 1/2·1/30=1/60 с.

19. Частота изображений, видимых с помощью стробоскопа, совершающего f оборотов в секунду, равна 10 f, так как стробоскоп имеет 10 щелей. Неподвижная картина будет получаться всякий раз, когда частота молоточка, равная 10 колебаниям в секунду, будет кратна частоте видимых изображений: $10=n\cdot 10\, f_{ст}$, где $n=1, 2, 3, \ldots$ Поэтому частота изображений для «остановившейся» картины должна быть равна

$$f_{ст}=10/10n=1{,}0;\ 0{,}5;\ 0{,}33;\ \ldots \text{ об/с.}$$

Однако если молоточек виден точно в среднем положении, то он будет виден при частоте, вдвое большей, чем максимальная частота, так как он проходит эту точку дважды за одинаковое время в течение своего полного цикла. В любой другой точке (но не в средней) промежутки времени, за которые молоточек проходит эту точку в течение каждого цикла, не одинаковы, и поэтому картина будет представляться в виде двух молоточков по одному с каждой стороны от центра при частоте $f=2{,}0$ об/с.

20. Эта задача немного сложнее, и ее следует решать лишь после того, как в классе будут разобраны более простые случаи (см. стр. 277). Частота наблюдения будет равна 4·80/10=32 в секунду. Для учащихся, которым эта задача покажется слишком трудной, вы можете видоизменить и упростить ее, предположив, что вентилятор имеет одну лопасть, а не четыре. Тогда, в сущности, получится задача, сформулированная в качестве второго вопроса, в котором идет речь о вентиляторе с лопастью другого цвета. Подобный прием может облегчить учащимся понять суть дела. Для такого вентилятора картина будет казаться неподвижной, если он будет совершать один полный оборот между наблюдениями, или два полных оборота, или три полных оборота и т. п. Таким образом, лопасти будут казаться неподвижными при частоте обращения, равной 32, 64, 96 и т. д. Если четыре лопасти вентилятора совершенно одинаковы и расположены симметрично на валу, то движение будет казаться остановившимся, если между наблюдениями число его оборотов будет кратно целому числу прямых углов. Поэтому наинизшая возможная скорость вращения вентилятора будет равна 32/4=8 оборотов в секунду. Другие возможные скорости равны 16, 24, 32, 40, 48 и т. д.

Некоторые наиболее успевающие учащиеся могут заинтересоваться более сложными случаями. Когда говорят, что вентилятор или другое вращающееся тело кажется «остановившимся», то имеется в виду, что мы видим стационарное, не изменяющееся со временем, изображение, т. е. мы видим вентилятор таким, каким он выглядел бы, если его остановить на самом деле (пренебрегая тем, что изображение будет немного размытым и мы не увидим деталей). Однако при определенной скорости вращения стробоскопа можно наблюдать, что четырехлопастный вентилятор будет казаться «остановившимся» восьмилопастным вентилятором. Такие случаи мы исключаем, когда говорим, что вентилятор представляется нам «остановившимся». Конечно, можно придумать много самых разнообразных задач подобного типа, но маловероятно, что учащиеся будут изучать что-нибудь сверх программы только для того, чтобы решать более сложные задачи.

21. а) Вычисленная частота прерывателя равна (12·33) : 15=26,4 колебаний в секунду.

б) Кажущееся число колебаний следует вычесть из вычисленного числа колебаний (если увеличение скорости вращения стробоскопа приводит к увеличению кажущейся частоты колебаний, то вы вращаете стробоскоп слишком быстро).

Истинная частота колебаний будет равна [(12·33)—8] : 15=25,8 колебаний в секунду. Поэтому неудача с полной «остановкой» прерывателя практически не оказывает влияния на вычисленную частоту в пределах той точности, с которой может быть измерено время.

в) Ошибка, вводимая при учете кажущихся колебаний, равна (12·33) — 8 колебаний, что составляет около 2%. Ошибка в 0,3 с по отношению к 15 с также составляет 2%.

23. а) Из табл. 2.1 видно, что продолжительность человеческой жизни составляет около 10^9 с, а со времени появления первобытного человека прошло 10^{13} с. Поэтому число поколений со времени появления первобытного человека будет равно $10^{13}: 10^9=10^4$.

б) Молекула воздуха совершает один оборот за 10^{-12} с. Земля совершает вокруг Солнца один оборот за 10^7 с. Поэтому число оборотов, совершаемых молекулой воздуха за год, будет равно $10^7: 10^{-12}=10^{19}$.

24. Точность часов, изменяющих свой ход на 1 минуту в месяц, равна

$$\frac{1\text{ мин}}{1\text{ месяц}}=\frac{1\text{ мин}}{30\text{ дней}\cdot 24\text{ ч/день}\cdot 60\text{ мин/ч}}=\frac{1\text{ мин}}{43\,200\text{ мин}}=1/432\%.$$

27. а) 190 000 000=$1{,}9\cdot 10^8$. Порядок величины этого числа составляет 10^8.

б) 92 000 000 000 долларов=$9{,}2\cdot 10^{10}$ долларов. Порядок этой суммы 10^{11}.

в) Если население составляет $1{,}9\cdot 10^8$ человек, а бюджет равен $9{,}2\cdot 10^{10}$ долларов, то в среднем на одного жителя США приходится $(9{,}2\cdot 10^{10}) : (1{,}9\cdot 10^8)=4{,}8\cdot 10^2$ доллара. Порядок этой суммы 10^2 долларов или 10^3 долларов в зависимости от выбора способа округления. Некоторые считают, что если число меньше 5, то его следует округлять в сторону уменьшения. В общем это правильно, но рассуждая строго логично, мы должны выразить наше число в виде степени числа десять. Тогда $4{,}8\cdot 10^2=10^{2{,}68}$, что при округлении будет ближе к 10^3, чем к 10^2.

28. а) $0{,}00418\cdot 39{,}7=(4{,}18\cdot 10^{-3})\cdot(3{,}97\cdot 10^1)=(4{,}18\cdot 3{,}97)\cdot 10^{-2}=16{,}6\cdot 10^{-2}=1{,}66\cdot 10^{-1}$;

б) $6\,000 : 0{,}012=(6\cdot 10^3) : (1{,}2\cdot 10^{-2})=5\cdot 10^5$;

в) $0{,}703\cdot 0{,}014 : 280\,000=(7{,}03\cdot 10^{-1})\cdot(1{,}4\cdot 10^{-2}) : (2{,}8\cdot 10^5)=(7{,}03\cdot 10^{-3}) : (2\cdot 10^5)=3{,}52\cdot 10^{-8}$.

29. Эту задачу можно расширить и сравнить результат приближенного расчета порядка величины с результатом точности расчета. Если произвести такой расчет, то получится:

а) число тиканий в день=5 тиканий/с·60 с/мин·60 мин/ч·24 ч/день=432 000=$4{,}32\cdot 10^5=10^6$;

б) число тиканий в год=5 тиканий/с·60 с/мин·60 мин/ч·24 ч/день·365 день/год=157 680 000=$1{,}5768\cdot 10^8=10^8$. Учащиеся не должны беспокоиться относительно такого совпадения результатов расчета. Когда мы определяем порядок величины, мы оцениваем лишь, попали ли мы «мячом в ворота» или нет.

30. Для того чтобы вычесть $7{,}5\cdot 10^6$ из $1{,}9\cdot 10^8$, запишем эту разность следующим образом: $1{,}9\cdot 10^8-0{,}1\cdot 10^8=1{,}8\cdot 10^8$.

31. а) $$\frac{\text{число ударов}}{\text{время жизни}}=10^2\,\frac{\text{ударов}}{\text{мин}}\cdot 10^2\,\frac{\text{мин}}{\text{ч}}\cdot 10^1\,\frac{\text{ч}}{\text{день}}\cdot 10^2\,\frac{\text{день}}{\text{год}}\times$$
$$\times 10^2\,\frac{\text{год}}{\text{время жизни}}=10^9\,\frac{\text{ударов}}{\text{время жизни}}.$$

б) $$\frac{\text{число «ударов»}}{\text{«время жизни»}}=10^{22}\,\frac{\text{«ударов»}}{\text{с}}\cdot 10^{-9}\,\frac{\text{с}}{\text{«время жизни»}}=$$
$$=10^{13}\,\frac{\text{«ударов»}}{\text{«время жизни»}}.$$

Таким образом, ядро атома, которое по нашим масштабам обладает очень коротким «временем жизни», в его собственном масштабе обладает большим «временем жизни».

ГЛАВА

3 ПРОСТРАНСТВО И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

Глава 3 посвящена главным образом понятию «расстояние» и содержит описание некоторых приемов измерения пространственных промежутков. Как и в гл. 2, основное внимание уделяется созданию таких устройств, которые бы позволили расширить возможности измерения с помощью наших органов чувств как очень больших, так и очень малых расстояний.

Глава естественным образом разделяется на две части: 1) задачи и методы измерений больших и малых расстояний и 2) ограничения измерений. Во вводной части главы излагается метрическая система единиц и применение достоверных цифр при описании результатов измерений.

Для любого, даже самого элементарного измерения должны быть придуманы такие методы, которые бы представляли некоторый прогресс по сравнению с измерением шагами или просто ощущением. Следует подчеркнуть необходимость использования триангуляционной техники в обычных измерениях без углубления в технические детали определения расстояний между планетами или между звездами. Принципы измерений расстояний с помощью триангуляции и использование достоверных цифр должны быть обсуждены в классе. По крайней мере одно классное занятие должно быть посвящено лабораторной работе.

Краткое содержание главы 3

Разделы 3.1—3.5. «Пространство» определяется как физическое понятие. Глава начинается с интуитивного восприятия понятия пространства и напоминает о том, что восприятие пространства, так же как и восприятие времени, мы связываем с промежутками того и другого. Далее речь идет о необходимости определения единиц для измерения расстояний. Вводятся метрические единицы как произвольные, но зато удобные. Рассматриваются различные методы измерения расстояний и, в частности, триангуляция для измерения больших расстояний, а также некоторые механические и оптические методы для измерения малых расстояний. Обсуждается порядок величин тех предельных расстояний, которые еще могут быть измерены с помощью тех или иных приборов. В предварительном порядке излагаются также некоторые наиболее важные вопросы учения о размерности. Кратко рассматривается также вопрос об измерении площадей и объемов.

Разделы 3.6, 3.7. Описываются ограничения при измерении расстояний, оценивается точность измерений и излагается способ записи результатов с помощью достоверных цифр.

План изучения главы 3

Разделы 3.1—3.5 могут быть рекомендованы в качестве материала для чтения перед обсуждением его в классе. Значительная часть материала, изложенного в разделах 3.6 и 3.7, может быть использована при обсуждении предыдущих

разделов, а также при выполнении лабораторной работы. Не следует думать, что учащиеся овладеют техникой оценки достоверных цифр только в результате обсуждения этого материала в классе. Об этом следует все время напоминать им в течение всего курса. Должны быть решены также некоторые задачи по теме разделов 3.2 и 3.7.

В табл. 4 указаны возможные варианты плана изучения этой главы, согласованные с общим планом изучения части I курса (см. табл. 1 на стр. 270). Разделы, заключенные в квадратные скобки, могут изучаться менее основательно или даже вообще могут быть опущены при обсуждении в классе и рекомендованы для домашнего чтения.

ТАБЛИЦА 4

Глава 3	6-недельный план изучения части I			10-недельный план изучения части I		
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
[3.1], 3.2, 3.3, [3.4]	0	0	—	0	0	—
[3.5]	1	1	I.2	1	2	I.2, I.3
3.6, 3.7	1	0	—	1	0	—

Дополнительные материалы к главе 3

Лаборатория. Выполняя опыт I.2 (*Большие расстояния*), учащиеся знакомятся с применением идеи триангуляционного метода в приспособлении для измерения расстояний из наблюдения параллакса. Теория измерений из наблюдений параллакса изложена на стр. 257 Учебника; она знакомит учащихся с приемом, позволяющим работать за пределами той области, в которой возможна градуировка. Этот прием, состоящий в сопоставлении проверок, может служить скромной иллюстрацией осуществления научного прогресса.

В опыте I.3 (*Малые расстояния*) учащиеся собирают и градуируют оптический микрометр, с помощью которого можно измерять расстояния порядка 10^{-4} см.

Указания к проведению опытов I.2 и I.3 см. на стр. 413.

Домашние, классные и лабораторные задания. На стр. 296 приведены ответы, решения задач, а также таблица, в которой задачи распределены по степени их трудности.

3.1. Единица расстояния

Цель. Показать, как строятся системы единиц, а также ввести метрическую систему единиц для измерения расстояния.

Методические указания. Этот раздел следует пройти без задержки и лучше всего, если учащиеся просто прочитают его. Большинство учащихся уже знакомо немного с метрической системой, и они будут быстро усваивать ее и привыкать к ней при работе над текстом Учебника, а также при решении задач. В этом разделе курса не следует акцентировать единицы метрической системы. Ниже приведены указания о том, как обсуждать этот вопрос в классе.

Приведите примеры измерения длин путем подсчета числа эталонных единиц длины, укладывающихся в данном отрезке. Например, измерьте длину стола с помощью линейки, прикладывая ее от конца до конца. Обратите внимание на другие методы измерения, такие, как использование рулетки (по существу представляющей собой разновидность линейки), измерение длины шагами и широко расставленными руками.

Подскажите учащимся мысль о том, что при измерении расстояния в качестве эталона может быть использована любая удобная единица длины. Любой отрезок длины, например длину пятнышка, вы можете предложить в качестве новой единицы длины.

Используя в качестве астрономической единицы длины световой год, вы можете предложить новую единицу — «звуковую секунду», т. е. то расстояние, которое звук проходит за одну секунду. Следует, не делая особого ударения на перевод звуковой секунды в другие единицы, рекомендовать учащимся попробовать поупражняться непосредственно с этой единицей. Например: «Часто мы слышим гром, когда молния ударяет на расстоянии 15 звуковых секунд от нас. Если молния ударит на расстоянии 1 звуковой секунды от нас, то удар грома будет гораздо сильнее!»

При обсуждении метрической системы подчеркните, что ее преимущество заключается главным образом в удобстве работы с десятичной системой счисления, а не в какой-то ее абсолютной «правильности». Вам следует также подчеркнуть, что люди, пользующиеся английской системой единиц, очень часто применяют десятичную систему, когда возникает необходимость, говоря о футах или о милях, указывать на десятичные доли этих единиц. «От нашего дома до библиотеки три и семь десятых мили». Никому не придет в голову переводить эти семь десятых мили в какие-то другие доли мили или в футы.

Следует всячески поощрять инициативу учащихся в их попытках представить себе мысленно, что такое метр, сантиметр или миллиметр, и оценить размеры знакомых им предметов в единицах метрической системы. После этого они должны будут проверить их оценки непосредственным измерением. Задавайте учащимся вопросы такого, например, типа: «Рост большинства людей больше или меньше двух метров?», «Сколько в городе кварталов на пути в 1 километр?» Важную роль в развитии реального ощущения метрической системы должна сыграть лабораторная работа.

Следует подчеркнуть логичную последовательность приставок в метрической системе (*кило*, *санти*, *милли*). Метр выбирается нами за эталонную единицу длины, а другие единицы длины представляют собой просто-напросто удобные или доли метра, или его кратные.

Кто-нибудь из учащихся может спросить о том, каким образом в 18 веке с помощью «межевых базисных линий» измерялось расстояние от экватора до полюса.

Техника этих измерений заключается в измерении длины части меридиана между двумя известными широтами, как это изложено в последнем абзаце на стр. 290.

Длина части меридиана, соответствующей дуге в один градус, равна 1/90 длины четверти окружности Земли (длина дуги в один градус, в зависимости от широты, будет разной вследствие несферичности Земли). Пользуясь таким методом, греки очень успешно измеряли размеры Земли.

3.2. Измерение больших расстояний. Триангуляция

Цель. Показать, что в использовании простых геометрических приемов содержатся громадные возможности при измерении расстояний.

Содержание. а) Точка пересечения двух линий видимости при рассматривании удаленного объекта с двух концов «базисной линии» определяет положение этого объекта.

б) Решая треугольник, образованный двумя линиями видимости и базисной линией, мы можем определить расстояние до объекта. Это может быть сделано либо графически путем построения подобного треугольника в уменьшенном масштабе, либо с помощью тригонометрии.

в) Триангуляционный метод был использован для измерения расстояний до планет и даже до некоторых звезд.

г) Кратко обсуждается порядок величины расстояний, которые могут быть измерены с помощью различных приемов, расширяющих возможности наших органов чувств.

Методические указания. Основная идея метода триангуляции столь же остроумна, сколь и проста. Несмотря на то, что эта тема очень важна и представляет большой интерес, она может быть проработана за сравнительно короткий срок. Выполнение лабораторной работы способствует усвоению идеи триангуляционного метода. Именно эту цель и преследует опыт 1.2.

Для ознакомления с идеей триангуляционного метода полезно проделать следующий предварительный опыт в классе. Попросите учащихся, находящихся в классе, измерить какое-нибудь расстояние порядка нескольких метров, используя для этой цели удобную базисную линию, вроде метровой палки или края стола. Обе линии видимости могут быть отмечены непосредственно с помощью листа бумаги стандартного размера, передвигаемого от одного края базисной линии до другого так, чтобы один из краев листа бумаги двигался параллельно базисной линии. В результате этого получается треугольник, подобный треугольнику, образованному базисной линией и двумя линиями видимости, но меньшего размера. Используя пропорциональность между сходственными сторонами подобных треугольников, легко вычислить искомое расстояние. Вычисленное расстояние следует проверить непосредственным измерением с помощью метровой линейки или рулетки. Для того чтобы повысить точность, с которой проводятся линии видимости на бумаге, целесообразно использовать булавки.

Существует множество различных применений основной идеи триангуляции; некоторые из них упоминаются в тексте Учебника, а другие встретятся в вашем классе. Следующие замечания не предназначаются для обсуждения их в классе, но могут быть полезными преподавателю при ответах на вопросы, возникающие у учащихся.

Метод определения размера Земли, упоминавшийся в предыдущем разделе, по существу, представляет собой триангуляционный метод. В этом случае измеренной базисной линией является дуга окружности вдоль меридиана, а измеряемым расстоянием — радиус Земли. Угол, вершина которого находится в центре Земли, опирается на дугу, измеряемую изменением широты. A и B представляют собой две точки на поверхности Земли, находящиеся на одном и том же меридиане, и при этом точка A расположена севернее точки B (рис. 2). Угол $90° - \theta$ измеряет широту точки A. Мы можем вычислить радиус Земли, изобразив чертеж в соответствующем масштабе или воспользовавшись пропорциональностью длины дуги

углу, на который опирается эта дуга:

$$AB/2\pi R = \theta/360°,$$

отсюда

$$R = (360°/\theta)\cdot(AB/2\pi).$$

Кто-нибудь из сильных учащихся может попытаться определить расстояние до звезды Барнарда, упоминаемой в подписи к рис. 3.5, из наблюдения кажущегося движения. Однако такое определение невозможно, потому что мы не знаем фокусного расстояния телескопа. Упоминаемый в подрисуночной подписи размер 24 дюйма относится к диаметру зеркала телескопа. Для того чтобы получить расстояние, указанное в подписи к рис. 3.5, нужно, чтобы фокусное расстояние телескопа равнялось 6 метрам. Используя подобие треугольников (см. рис. 3.4), получаем:

$l = 6$ м,

$s = 0{,}03$ мм $= 3\cdot10^{-5}$ м,

$b =$ удвоенное расстояние от Земли до Солнца $= 3\cdot10^{11}$ м,

$d = (l/s)\,b = [6\text{ м}/(3\cdot10^{-5}\text{ м})]\cdot(3\cdot10^{11}\text{ м}) = 6\cdot10^{16}$ м.

Кое-кто из учащихся может задуматься о том, что в действительности звезда не неподвижна относительно Солнца и что это может отразиться на результатах измерений. Однако это не имеет значения, так как легко разделить эффект, вызванный движением Земли относительно Солнца, и эффект, вызванный движением звезды относительно Солнца. Первый эффект выражается в обратно-поступательном движении с периодом в один год, в то время как эффект, связанный с движением звезды, выражается в равномерном прямолинейном движении. Предположительно оба эффекта изображены на рис. 3.5.

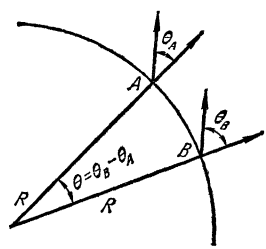


Рис. 2.

Смысл вопроса, поставленного в конце подписи к рис. 3.7, состоит в том, что учащийся должен почувствовать, в состоянии ли он сделать эту оценку. Не следует ожидать от него определенного ответа на этот вопрос. Астрономы используют много разных методов для оценки расстояний, значительно больших, чем те, которые могут быть определены с помощью триангуляции. Большая часть этих методов основана на измерении интенсивности света, идущего от звезды, а также на грубой оценке общей световой энергии, излучаемой звездой. Эта общая световая энергия может быть оценена с помощью эмпирического соотношения, связывающего ее значение и некоторые другие наблюдаемые величины, например цвет излучаемого света или период переменной звезды. Подобные соотношения были установлены из наблюдений за близкими звездами, расстояния до которых были определены с помощью более прямых методов.

Некоторые из учащихся могут задать вопросы о том, каким образом измерены астрономические расстояния, приведенные в табл. 3.1. Несмотря на то, что это очень интересная тема, вам придется уклониться от ее обсуждения в классе, так как такое обсуждение потребовало бы слишком много времени. Ответы на некоторые из наиболее очевидных вопросов приведены в Приложении 1 на стр. 423.

3.3. Малые расстояния

Содержание. Некоторые методы и приборы, применяемые для измерения больших расстояний, могут быть использованы и для измерения малых расстояний.

Методические указания. Основное ударение должно быть сделано на развитие у учащихся ощущения того предела, который может быть достигнут при измерении очень малых расстояний. В этом отношении учащийся в лаборатории с помощью оптического микрометра может измерять расстояние до 10^{-4} метра.

В опыте I.6 с монослоем, в связи с материалом гл. 8, он дойдет до расстояний порядка 10^{-9} м. Уже в самом конце курса учащийся ознакомится с техникой измерений субатомных расстояний.

Этот раздел может быть пройден сравнительно быстро, так как бóльшая часть изложенных в нем идей очень похожа на те, которые были рассмотрены в предыдущем разделе. Если вы будете располагать временем, то здесь очень удобно ознакомить учащихся с конструкцией и калибровкой оптического микрометра (опыт I.3). В том случае, когда учащиеся будут выполнять этот опыт, не следует знакомить их с применением микрометра, так как это понизит интерес учащихся к изготовлению и градуировке их собственной установки.

Нужно иметь в виду, что в этом месте курса еще слишком рано обсуждать вопрос о том, как были измерены расстояния, приведенные в табл. 3.3. Следует указать, что данные, приведенные в этой таблице, должны показать учащимся, какие расстояния (но не каким методом) могут быть измерены.

Во всех примерах, которые вы будете приводить, следует пытаться подчеркнуть мысль о том, что мы создаем установки или разрабатываем методы, назначение которых расширить возможности прямых измерений. Как это следует из текста Учебника, мы можем взять сто листов бумаги вместо одного только листа для того, чтобы осуществить необходимое измерение в той области, в которой мы можем произвести его непосредственно.

Учащиеся могут обратить внимание на то, что на рис. 3.11, *б* диаметр человеческого волоса около $8 \cdot 10^{-5}$ м, а в разделе 3.7 указано, что диаметр человеческого волоса составляет около $3 \cdot 10^{-5}$ м. Пусть учащиеся сами с помощью оптического микрометра установят, чему равен диаметр человеческого волоса (его толщина меняется в широких пределах).

3.4. Измерения пространства

Цель. Выяснить возможно более отчетливо интуитивные физические связи между длинами, площадями и объемами, т. е. между одним, двумя и тремя измерениями.

Методические указания. Этот раздел прорабатывается очень бегло и большей частью как задание для самостоятельного чтения.

Для большинства учащихся будет совершенно очевидно, что для определения положения точки в пространстве требуется три числа. И, конечно, будет очевидно, что вы можете это сделать, располагая тремя числами; некоторые из учащихся, может быть, даже и не пробовали определить положение точки в пространстве меньше, чем тремя числами. Каким бы способом вы ни пытались определить положение точки в пространстве, требуется три координаты.

Когда вы перемещаете линию, чтобы «описать» поверхность, вы должны двигать ее перпендикулярно к ней самой (или по крайней мере под некоторым углом; вы не можете скользить вдоль самой линии). Аналогичным образом вы перемещаете поверхность перпендикулярно к ней самой или по крайней мере под некоторым углом, чтобы получить объем. И это все, что в ваших силах. Как указано в тексте

Учебника, это объясняется тем, что если вы будете перемещать какое-нибудь твердое тело, то вы получите просто какой-то другой объем. Однако учащиеся с математическим формальным мышлением могут сказать, что трудность состоит только в том, что мы не можем перемещать твердое тело перпендикулярно к нему самому. Мы вновь возвращаемся к случаю, аналогичному скольжению линии вдоль нее самой или поверхности по этой же поверхности, что приводит к другой линии или соответственно к другой поверхности.

Постарайтесь подчеркнуть, что в физике мы имеем дело как с безразмерными величинами, вроде числа π, так и с величинами, обладающими одним или бо́льшим числом измерений. Безразмерная величина измеряется только своим числовым значением. Величина, обладающая одним измерением, например длина, измеряется числом и какой-то единицей.

Величина, обладающая двумя измерениями, например площадь, может быть измерена двумя величинами (например двумя расстояниями: длиной и шириной прямоугольника), каждая из которых обладает одним измерением. Наконец, величина, обладающая тремя измерениями, например объем, может быть, в свою очередь, измерена тремя величинами, обладающими одним измерением (три стороны куба) или одной одномерной и одной двухмерной величиной (площадь основания и высота цилиндра). Учащиеся сами могут заметить, что даже в окружающем нас мире требуется четыре одномерных величины: три расстояния и время для того, чтобы определить состояние какой-нибудь частицы в системе, изменяющейся со временем. (Это положение является фундаментальным в теории относительности, и в то время, когда Эйнштейн опубликовал свою теорию, вызывало среди широкой публики самые разнообразные толки о «четвертом измерении».)

3.5. Измерение площадей и объемов

Цель. Показать, что измерение площадей и объемов — это просто развитие процесса подсчета числа единиц.

Методические указания. Этот раздел проработайте бегло. Мы определяем, что́ подразумевается под площадью квадрата и объемом куба, если пользоваться обычными соотношениями $A=s^2$ и $V=s^3$. Для того чтобы найти поверхность или объем тела неправильной формы, мы должны сосчитать (или вычислить с помощью счетной машины) число эталонных квадратиков или кубиков, которые могут поместиться в данной фигуре. Несмотря на то, что этот материал содержит намек на довольно важный раздел высшей математики (интегральное исчисление), в этом разделе достаточно ограничиться изложенным.

Задачи 19—23, приведенные в конце главы, могут быть использованы либо в качестве домашнего задания, либо для классного обсуждения. Эти задачи дадут учащимся возможность немного попрактиковаться в измерении площадей и объемов. Заодно это будет удобным случаем убедиться в преимуществах метрической системы перед английской системой единиц. В метрической системе мы выбираем за единицу объема объем куба, ребро которого равно метру. Таким образом, единица объема строится наипростейшим из всех возможных способов, исходя из единицы длины. С английскими единицами дело обстоит по-другому. Это можно внедрить в сознание учащихся, задавая в классе такие вопросы: чему равно ребро куба, объем которого равен одному бушелю*). При этом важен не ответ, а понимание сути дела.

*) 1 бушель=36,3 литра. (*Прим. ред.*)

3.6. Об ограничениях при измерении

3.7. Достоверные цифры

Цель. Указать на некоторые ограничения при измерении и ознакомить с использованием достоверных цифр, выражающих результаты измерения.

Содержание. а) Физические измерения не точны.

б) Косвенные измерения зависят от предположений. Подтверждение и проверка этих предположений являются важной частью измерения.

в) Точность измерения может быть выражена числом достоверных цифр, использованных для записи результата.

г) При арифметических действиях с измеренными величинами следует учитывать неопределенность исходных данных.

Методические указания. Нескольких примеров, приведенных в тексте Учебника, должно быть достаточно для того, чтобы ознакомить учащихся с ограничениями при измерении.

Несмотря на то, что изучение достоверных цифр очень важно, его не следует превращать в фетиш, потому что для определения достоверных цифр мы должны пройти долгий путь с использованием теории ошибок прежде, чем удастся получить полностью удовлетворяющий нас ответ. Для того чтобы продвинуться дальше в этом отношении, следует дать представление об относительных ошибках. Это очень важно знать уже на первых порах.

Для многих учащихся понадобятся месяцы тренировки, чтобы приобрести необходимые навыки в обращении с достоверными цифрами. Наилучшую практику в этом отношении учащиеся могут получить при решении и разборе задач в классе и в особенности в лаборатории, где они обрабатывают результаты своих собственных измерений.

Основные соображения о достоверных цифрах изложены в Учебнике на примерах без каких бы то ни было жестких правил. Этого метода следует придерживаться.

Учащийся должен осознать следующее: 1) любое число, полученное в результате измерения, точно лишь до известной степени; 2) когда какая-нибудь величина вычисляется на основании таких чисел, то и эта величина также точна лишь до известной степени. При выполнении арифметических действий с результатами измерений мы оцениваем неточность ответа, задавая вопрос: если мы изменим измеренный результат на величину возможной ошибки, то насколько изменится результат вычисления? Если учащиеся привыкнут к таким вопросам, то им не составит труда дать правильный ответ.

Следует избегать каких бы то ни было жестких правил и всячески удерживать учащихся от того, чтобы они выходили за пределы простых и имеющих здравый смысл приближений при ответах на вопросы, которые могут возникнуть в связи с достоверными цифрами. В большинстве случаев, когда на один и тот же вопрос могут быть даны два ответа, «имеющие здравый смысл», различие между этими ответами будет несущественным.

Задачи 24—30 посвящены достоверным цифрам. При решении этих задач в классе достаточно двух из них (например 27 и 30) для того, чтобы обсудить все наиболее существенное.

Необходимо подчеркнуть, что ошибки при измерениях являются результатом естественных и приборных ограничений и совершенно не связаны с десятичной

системой. Поэтому когда мы приписываем к данному числу достоверных цифр еще какую-нибудь цифру, это не значит, что последняя цифра известна с точностью ± 1; например, если мы нашли, что какое-то расстояние равно 3,523 метра, это не означает, что измеренное расстояние равно $3{,}523 \pm 0{,}001$ метра. Число 3,523 означает просто, что наша наилучшая оценка последней цифры составляет 3 и что мы ничего не знаем относительно следующих цифр. Если неточность данного измерения известна, например, из многих независимых измерений одной и той же величины, то мы условно устанавливаем неточность вместе с результатом, например, $3{,}523 \pm 0{,}007$ метра. Разумеется, на этом уровне подготовки учащиеся еще не могут усвоить способ определения неточности результата, потому что они еще не знают, как оценивать ошибки.

С достоверными цифрами лучше всего знакомиться в лаборатории. Пользуясь отсчетными шкалами, учащиеся смогут прийти к реальному пониманию последней достоверной цифры, избранной только потому, что она соответствовала «неплохому значению». Они слишком долго оперировали с числами верными или неверными, чтобы легко понять, что каждое число может быть получено с определенной точностью, даже если эта точность также ограниченная. Решение задач и примеров в классе со специально подобранными цифрами, разумеется, может быть полезным для понимания поведения чисел с ограниченной точностью, но это не дает действительного представления об этих числах. В связи с этим может возникнуть соблазн ввести жесткие правила для обращения с достоверными цифрами, но такие правила очень мало способствуют пониманию сути дела; это понимание придет к концу выполнения практической работы в лаборатории.

Представим себе в качестве примера, что нам нужно найти площадь круга, диаметр которого был измерен и оказался равным 4,7 см. Какой радиус, 2,3 см или 2,4 см, должен взять учащийся для вычисления площади круга? (Он мог выйти из положения, воспользовавшись формулой для площади круга $\pi D^2/4$, но так как этот пример выбран специально, то мы можем предположить, что учащемуся известна только формула для площади круга πr^2.) Существуют правила, пользуясь которыми, можно решить вопрос о выборе значения для радиуса. Однако в действительности, используя эти правила, можно убедиться в том, что получается очень маленькая разница для того и другого значения радиуса. Если для измеренной величины диаметра принять значение 4,7, то в общем с таким же успехом можно было бы принять 4,6 или 4,8. Если же мы представляем себе, что измерение сделано неточно, то вместо числа 4,7 может оказаться другое число, где-то между 4,5 и 4,9. Тогда площадь круга будет равна чему-нибудь между 16 $см^2$ или 19 $см^2$, и поэтому едва ли будет иметь значение, напишем ли мы 17 $см^2$ (для радиуса 2,3 см) или 18 $см^3$ (для радиуса 2,4 см).

Этот пример убедительно показывает, насколько задачи, решаемые в классе, далеки от реальной действительности. Число, напечатанное на странице, это всегонавсего число, и мы должны определять, насколько оно точно. Число же, полученное в лаборатории, уже содержит в себе ту точность, с которой оно получено. Последнюю цифру можно считать достоверной, если она с уверенностью получена экспериментатором. Число, полученное экспериментатором, указывает, насколько велика или мала достоверность измерения и насколько надежны могут быть результаты вычисления каких-то других величин.

В физике мы встречаемся как с точными, так и с измеренными величинами. Точная величина либо определяется каким-то законом, либо получается в резуль-

тате каких-то математических вычислений. Например, по закону в одном дюйме содержится 2,54 см. Поэтому эту величину совершенно спокойно можно записать и в таком виде: 2,54 000 000. Аналогичным образом такое, например, число, как π, может быть записано с любым числом значащих цифр, так как это число имеет точное определение. Конечно, мы могли бы «измерить» π, измерив диаметр и длину окружности и определив π «экспериментально» из отношения длины окружности к диаметру. Тогда число достоверных цифр в нашем «экспериментальном» числе π мы могли бы получить, определив точность измерений длины окружности и диаметра. Однако если бы перед нами стояла задача определения длины окружности круга, то гораздо лучше было бы воспользоваться математическим определением числа π и измеренным значением диаметра. В этом случае, естественно, «измеренная» длина окружности может иметь не больше достоверных цифр, чем измеренная величина диаметра. Конечно, при вычислении обычным путем мы можем сэкономить время, использовав только соответствующее число значащих цифр. Заметим, что когда мы умножаем или делим какую-нибудь измеренную величину, вроде радиуса, на точную величину, например такую, как π, мы не изменяем числа достоверных цифр.

При обращении с физическими величинами следует быть весьма внимательным в арифметических расчетах. Покажите, что число достоверных цифр никогда не может увеличиться в результате таких математических операций, как сложение, умножение или деление, но может уменьшиться при вычитании. Следует также подчеркнуть, что число достоверных цифр, получаемых в результате измерения, не зависит от выбранных единиц. Например, если диаметр круга, измеренный с помощью метровой линейки, оказался равным 2,55 см, то все цифры являются достоверными, за исключением последней справа, потому что эта цифра получена в результате оценки десятых долей миллиметра между двумя миллиметровыми делениями на шкале. Число достоверных цифр не меняется при пересчете единиц и при разном способе написания, например 0,0255 м или 255 00 мкм. Нули слева в первом случае и справа во втором случае являются результатом использования десятичной системы и не являются достоверными цифрами. Истинное число достоверных цифр всегда может быть указано при записи чисел с помощью числа десяти в определенной степени, т. е., например, $2{,}55 \cdot 10^{-2}$ м или $2{,}55 \cdot 10^{4}$ мкм. Такой способ записи иногда называют «научным». Он является очень удобным и его всячески следует поощрять.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

В этих задачах, так же как и в задачах, помещенных в следующих главах, приходится делать много обычных арифметических вычислений. Преподаватели могут использовать это обстоятельство и приучить учащихся пользоваться логарифмической линейкой для упрощения вычислений. Несмотря на то, что знакомство с логарифмической линейкой и техникой работы с ней весьма полезно и оказывает существенную пользу при расчетах, успешное усвоение курса не будет замедлено, если учащиеся не будут владеть техникой работы с логарифмической линейкой.

В табл. 5 задачи расклассифицированы соответственно уровню их трудности и разделам, к которым они относятся. Те из задач, которые рекомендуются специально для обсуждения в классе, также указаны в этой таблице. Задачи, в особенности рекомендуемые для решения, отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 5

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
3.1	2—5	1			1
3.2	6, 8		7, 10, 11 14#	9, 12, 13	
3.3	15—17	18			18
3.4		19	20		
3.5	19	21	22#, 23		22#
3.6			26		26
3.7	24	29, 30	25, 27, 28	31	27, 30

Краткие ответы

2*. 50 листов.
3*. 10^3 микрофарад.
4*. Мегацента.
5*. $3{,}05 \cdot 10^2$ мм; $1{,}83 \cdot 10^3$ мм; $1{,}61 \cdot 10^6$ мм.
6*. 300 м.
8*. Фотография *а*) сделана фотоаппаратом, расположенным слева.
15*. 10^5.
16*. $9 \cdot 10^{-2}$ мм.
17*. Нижняя шкала будет соответствовать только 0,63 мм.
19*. 79 $см^2$.
24*. 3, 3, 4, 2, 3, 4.

Ответы с указаниями и решениями

1. Смысл этой задачи состоит в том, чтобы показать произвольность выбора единиц. Вот типичный пример:

ширина листа бумаги=5,5 суставов большого пальца;
длина=7 суставов большого пальца;
отношение длины к ширине=7/5,5=1,3 (безразмерная величина).

Теперь то же самое измерение с помощью линейки:

ширина=19 см;
длина=24,5;
отношение длины к ширине=24,5/19=1,3 (безразмерная величина).

Отношение длины к ширине получается одинаковым для любой системы единиц, если только для измерения обоих расстояний применяются одинаковые единицы.

Некоторые учащиеся будут возражать против того, чтобы пользоваться такими грубыми приемами измерений, как измерение с помощью сустава пальца, когда они знают, что могут это сделать гораздо лучше с помощью линейки. Если отношения, вычисленные по «методу большого пальца» и по «методу линейки», не совпадут, то они охотно откажутся от измерения пальцем и предпочтут измерение линейкой. Если предварительная подготовка ваших учащихся такова, что они не справляются с этим упражнением, вы можете использовать его по меньшей мере двумя различными способами и с его помощью разъяснить важную идею.

Вы можете попросить класс проделать мысленный эксперимент, задав следующий вопрос: что должно было бы случиться, если бы они вычислили это отношение, используя различные единицы измерения. В принципе отношение должно остаться тем же самым. Однако учащиеся могут указать, что на практике получаются небольшие изменения в значении отношения, вызванные ошибками в измерении.

Вы можете организовать в классе соревнование. Цель такого соревнования состоит в том, чтобы каждый учащийся принял участие в игре и сам смог увидеть собственными глазами, насколько точно он может произвести измерение с помощью большого пальца. Вы можете проделать в классе перед учащимися упражнение,

предварительно прочитав его перед ними или измерив страницу с помощью линейки. Пусть каждый учащийся измерит с помощью своего большого пальца два расстояния с той точностью, на какую он только способен. При этом он будет сталкиваться со многими задачами, возникающими и в тех случаях, когда производится точное измерение с помощью настоящих приборов. Заставьте учащихся оценить длину, соответствующую десятой доле длины сустава большого пальца, настолько точно, насколько он в состоянии это сделать. Запишите результаты, полученные каждым учащимся. Предложите учащимся с помощью линейки установить победителя соревнования.

Интересно также заставить учащихся записать результаты всех измерений и усреднить их, чтобы убедиться в том, что среднее значение очень близко соответствует результату, полученному с помощью линейки.

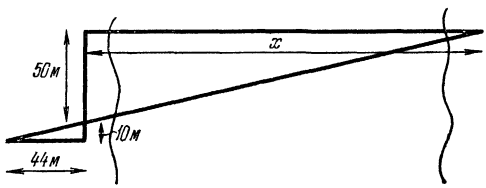


Рис. 3.

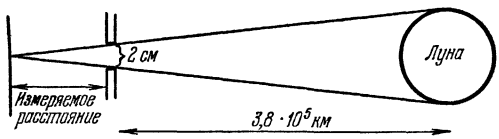


Рис. 4.

Выполняете ли вы это упражнение, как здесь описано, или вводите в него какие-нибудь изменения, важно, что учащиеся убеждаются при этом в том, что отношение результатов измерений двух линейных величин представляет собой безразмерное число. Далее, по окончании этой главы, учащиеся должны иметь ясное представление о том, что все измерения — приближенные.

7. Это простая задача на построение в триангуляции. Даже если учащиеся знакомы с тригонометрией, они многое извлекут для себя, решая эту задачу с помощью аккуратного чертежа, сделанного в масштабе. Из подобия треугольников (рис. 3) имеем

$$50 \text{ м}/10 \text{ м} = x/44 \text{ м},$$

откуда $x = 220$ м.

9. Из подобия треугольников (рис. 4) получаем

$$\frac{2 \text{ см}}{\text{расстояние от картона до окна}} = \frac{\text{диаметр Луны } D}{3{,}8 \cdot 10^5 \text{ км}}.$$

Расстояние от картона до окна порядка 10^2 см. Если же это расстояние измерить более тщательно, то оно будет равно около 2 м. Поэтому

$$D \text{ км}/(3{,}8 \cdot 10^5 \text{ км}) = 2 \text{ см}/(2 \cdot 10^2 \text{ см}),$$

откуда $D = 4 \cdot 10^3$ км. Расстояние от звезды до окна настолько велико по сравнению с ее диаметром, что лучи от всех участков звезды слишком близки к параллельным линиям, чтобы можно было пользоваться триангуляцией для определения диаметра.

10. Если ответ окажется между 275 и 475 м/с, то его можно считать удовлетворительным. Даже если учащийся проделал все это очень тщательно, он сможет извлечь только одну достоверную цифру. Понятно, что, зная скорость звука, можно этим методом измерить расстояние до здания.

При указанном расстоянии, даже если окружающие условия идеальны (нет ветра, отсутствует шум и т. п.), трудно услышать эхо от хлопка в ладони. Поэтому учащиеся могут воспользоваться ударами молотка о вертикальную доску.

11. Визир устанавливается таким образом, чтобы при рассматривании через малое отверстие каждая из двух меток располагалась на одной линии с концами сарая. При этом образуются подобные треугольники, как это изображено на рис. 5. Этот же метод может быть использован для определения высоты сарая.

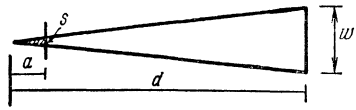


Рис. 5.

12. Вы будете находиться ближе всего к дому, когда вы увидите его под углом 90° к курсу катера (рис. 6). Определите промежуток времени между моментом, соответствующим этому наикратчайшему расстоянию (угол 90°), и моментом, соответствующим положению, когда вы увидите дом под углом 45° до или после достижения наикратчайшего расстояния. Как видно из рис. 6, наикратчайшее расстояние d от катера до дома будет равно расстоянию, которое катер пройдет за этот промежуток времени. Вы можете повысить точность определения этого расстояния, определив время, за которое катер пройдет расстояние, соответствующее двум линиям, проведенным под углом 45° к курсу катера.

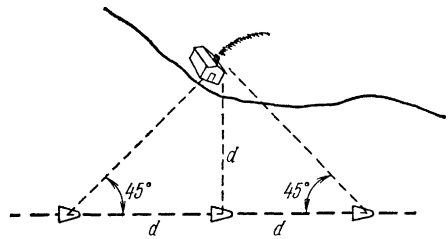


Рис. 6.

13. Звезды одинаковой окраски различаются по их яркости, зависящей от расстояния. Яркость *) изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния:

$$d_1^2/d_2^2 = E_2/E_1, \quad d_1 = d_2\sqrt{E_2/E_1},$$

$$d_1 \approx 10^{17}\sqrt{10^8} = 10^{21} \text{ м}.$$

Это составляет около 10^5 свет. лет.

14. Это хорошее упражнение по триангуляции с успехом может быть использовано для классных занятий.

а) Из подобия треугольников (рис. 7) находим

$$d/96 \text{ см} = (100 \text{ см} + d)/100 \text{ см},$$

$$100\,d = 9\,600 \text{ см} + 96\,d, \quad d = 9\,600 \text{ см}/4 = 2\,400 \text{ см} = 24 \text{ м}.$$

Расстояние FE равно 24 м + 1 м = 25 м.

б) Из такого же расчета мы найдем, что если CD = 96,2 см, то d = 9620 см/3,8 = = 25 м и расстояние FE будет равно 26 м. Таким образом, разница в расстояниях будет равна 1 м. Ошибка = [(26 — 25) м/25 м] · 100% = 4,0%.

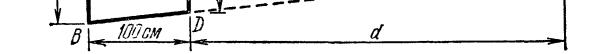


Рис. 7.

в) Если CD = 99 см, то d = 9900 см/1 = 9900 см или 99 м и расстояние FE = = 100 м.

Если же CD = 99,2 см, то d = 9920/0,8 = 12400 см = 124 м и расстояние FE = = 125 м. В этом случае разница всего лишь в 0.2 см в расстоянии между концами метровых стержней приводит к разнице в 25 м в измеряемом расстоянии. Оче-

*) Т. е. освещенность соответствующего места на сетчатке глаза. (*Прим. ред.*)

видно, что с увеличением расстояния FE ошибка, вызванная неточностью измерения CD, будет увеличиваться. Заметим, что при вычитании 99,2 из 100 (несмотря на то, что наш ответ (0,8) содержит только одну значащую цифру) возможная ошибка составляет всего лишь около 10%, и поэтому мы можем быть уверены в двух значащих цифрах при определении расстояния FE.

18. Смысл этой задачи состоит в том, чтобы показать, как с помощью довольно грубых приборов можно измерить малые расстояния. 100 листов книги обладают обычно толщиной 0,9 см, что дает для средней толщины одного листа 0.009 см. Если допустите, что ошибка в измерении толщины 100 листов (вызванная неточностью отсчета по линейке) составляет 0,05 см, то ошибка в измерении толщины каждого листа составит 0,05/100 см или 0,0005 см, т. е. около 6% действительной толщины.

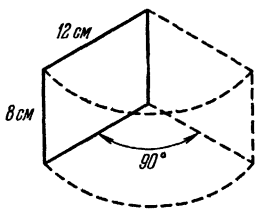


Рис. 8.

Если бы мы взяли только десять листов, то ошибка в измерении должна была бы быть 0,05/10 см или 0,005 см, т. е. была бы больше, чем половина измеряемого расстояния. Главное допущение, сделанное в этом измерении, состоит в том, что все листы в книге имеют одинаковую толщину. Во всех случаях полученный ответ представляет собой среднюю величину.

Разумеется, рассмотренный пример метода измерения толщины отдельного листа бумаги привлечет к себе внимание учащихся, если он будет задан на дом, проработан в классе (в этой главе мы уже ссылались на этот метод) или разобран при выполнении лабораторной работы.

20. Кусок картона опишет одну четверть объема цилиндра длиной (или высотой) 8,0 см и радиусом 12 см (рис. 8):

$$\text{объем} = \pi r^2 h/4 = 3{,}14 \cdot (12\ \text{см})^2 \cdot 8{,}0\ \text{см}/4 = 900\ \text{см}^3.$$

21. Для того чтобы определить порядок величины, нам нужно лишь найти ближайшую степень числа 10. Следует всячески поощрять учащихся на самом деле оценивать порядок величин, а не вычислять вначале и затем округлять результат.

У учащихся есть несколько возможностей и путей получения правильных ответов. Пусть вас не тревожат их ошибки в 10 или даже в 100 раз.

а) Многие учащиеся знают, что отрезок пути длиной 880 ярдов соответствует половине мили и что длины метра и ярда близки друг к другу. Поэтому половина мили $\approx 10^3$ метров и точно так же одна миля $\approx 10^3$ метров. Поперечный размер США $\approx 10^3$ миль или 10^6 метров. Некоторые учащиеся могут получить 10^4 миль или 10^7 метров.

б) $$\frac{10^2\ \text{лет}}{\text{век}} \cdot \frac{10^3\ \text{дней}}{\text{год}} \cdot \frac{10^1\ \text{ч}}{\text{день}} \cdot \frac{10^4\ \text{с}}{\text{ч}} \approx \frac{10^{10}\ \text{с}}{\text{век}}.$$

в) Объем ванны приблизительно равен $1\ \text{м} \cdot 1\ \text{м} \cdot 10^{-1}\ \text{м} \approx 10^{-1}\ \text{м}^3$. В $1\ \text{см}^3$ воды содержится около 10 капель. Поэтому

$$\frac{10\ \text{капель}}{\text{см}^3} \cdot \frac{10^6\ \text{см}^3}{\text{м}^3} \cdot \frac{10^{-1}\ \text{м}^3}{\text{объем ванны}} = \frac{10^6\ \text{капель}}{\text{объем ванны}}.$$

г) 10^2 листов (200 страниц) книги имеют толщину около 1 см или 10^{-2} м. Поэтому

$$10^{-2}\ \text{м}/10^2\ \text{листов} = 10^{-4}\ \text{м/лист}.$$

д) Первое приближение: радиус Земли $\approx 10^7$ м; поверхность Земли $\approx 10^{14}\ \text{м}^2$. Те, кто знает формулу $4\pi r^2$ для поверхности сферы радиуса r, могут найти, что поверхность земного шара равна $10 \cdot 10^{14}\ \text{м}^2 = 10^{15}\ \text{м}^2$. Объем $\approx (\text{радиус})^3 = 10^{21}\ \text{м}^3$. Ответ $10^{22}\ \text{м}^3$ также должен считаться хорошим.

22. Метод основан на взвешивании «куска бумаги», аккуратно вырезанного по форме данной фигуры. Затем вес этого куска бумаги сравнивается с весом вырезанного из такой же точно бумаги квадрата, площадь которого легко измеряется.

Предположение заключается в том, что вырезанный кусок бумаги и квадрат обладают всюду одинаковой толщиной и одним и тем же составом.

23. Общее число=25 мин·33,3 канавок/мин=833 канавки. Расстояние между канавками=10 см/833=$1{,}2\cdot10^{-3}$ см. Если учащимся ничего не известно о канавках на долгоиграющих пластинках, то им следует разъяснить, что речь идет о «чистых» канавках, на которых звук еще не записан. Именно это имеется в виду, когда речь идет о «среднем» расстоянии. Вы, однако, можете помочь учащимся и сказать им, что канавки гладкие. Следует также обратить внимание класса на то, что при этом расчете мы предполагаем возможность замены длинной спирали эквивалентным числом концентрических окружностей.

25. а) $A=\pi r^2=3{,}14\cdot(2{,}12)^2=14{,}1$ м^2.

б) $12{,}4+12{,}132=24{,}5$ см.

в) $12{,}4-12{,}132=0{,}3$ см.

26. Эта задача требует, чтобы учащийся тренировал свое ощущение взаимосвязи между «измерениями». Рассмотрим те выводы, которые мог бы сделать наблюдатель, если бы он *знал* что-нибудь о своих оценках.

Если бы он знал высоту, он был бы в состоянии оценить действительный размер на основании «кажущегося» размера. Зная высоту и угловое расстояние, проходимое за данное время, он мог бы также оценить скорость.

Если бы он знал действительный размер, он мог бы оценить высоту из «кажущегося» размера и опять-таки оценить скорость, используя высоту и угловое расстояние, проходимое за данное время.

Если бы он знал только одну скорость, то он не смог бы ничего сказать ни о высоте, ни о размере.

Так как наш наблюдатель, вероятно, не видел летающее блюдце «крупным планом» так, чтобы узнать его реальный размер или определить скорость его передвижения, его оценки размера и скорости зависели от той точности, с которой он мог оценить высоту. Конечно, если бы он видел реактивный истребитель (чьи размеры он мог знать), ведущий с блюдцем воздушный бой, ему могло бы показаться, что блюдце примерно в три раза длиннее, чем истребитель, и он мог бы прийти к выводу, что блюдце и истребитель были приблизительно на одной и той же высоте и что длина блюдца была около 60 м. Однако это уже намного выходит за рамки нашей задачи.

Как он определил высоту? Не зная размеров, он, по крайней мере, должен был бы видеть облако на известной высоте, которое мог бы использовать для отметки высоты. Для этой цели было бы предпочтительней располагать дальномером с большой базой или радарной установкой для определения высоты. Из рассказа, о котором идет речь в задаче, можно заключить, что точность приведенных наблюдений весьма сомнительна. Для проверки правдоподобности наблюдения можно было бы задать такой вопрос: сколь долго наблюдатель видел «летающее блюдце»? Летящий по прямой линии на высоте 2 000 м со скоростью 3 000 км/ч предмет был бы виден от одного горизонта до другого по крайней мере в течение 5—6 минут.

27. а) $V=6{,}3\cdot12{,}1\cdot0{,}84$ см^3; $6{,}3\cdot0{,}84=5{,}3$ см^2; $5{,}3\cdot12{,}1=64$ см^3.

б) $V'=6{,}3\cdot12{,}1\cdot0{,}83=63$ см^3; $V''=6{,}3\cdot12{,}1\cdot0{,}85=65$ см^3. Таким образом, при увеличении неточности в определении высоты возрастает неточность и в определении объема. Ответ должен был бы быть 64 см^3, но, принимая во внимание п. а), ответ следует записать в виде $64\pm0{,}5$ см^3. Новый ответ должен быть записан в виде 64 ± 1 см^3.

в) Неточность составляет 1/64 (или 1,6%) от общего объема.

28. $C=\pi D=3{,}14\cdot2{,}6\cdot2=8{,}164\cdot2\approx16$ см.

29. $V=1{,}76\cdot25=44{,}0$ см^3. Здесь число 25 представляет собой точное число. При подсчете шариков ошибки нет. Поэтому правильно, что ответ приведен с тремя значащими цифрами.

30. а) $1{,}63+4{,}7+0{,}755+2{,}00=9{,}085=9{,}1$ ч.

б) $4{,}7+0{,}755=5{,}455=5{,}5$ ч. $5{,}5/9{,}1=0{,}60$ времени, затрачиваемого на весь путь.

в) $1{,}63+4{,}7=6{,}33=6{,}3$ ч; $0{,}755+2{,}00=2{,}755=2{,}76$ ч; $6{,}3-2{,}8=3{,}5$ ч.

31. Земной шар ближе к идеальной сфере. Баскетбольный мяч имеет диаметр около 25 см и на его поверхности имеются швы и выпуклости, достигающие нескольких миллиметров в высоту. 24-сантиметровая модель Земли должна была бы иметь различие между осями меньшее, чем 0,8 мм.

ГЛАВА

4 ФУНКЦИИ И МАСШТАБ

На протяжении всего курса мы должны будем пользоваться многими математическими соотношениями. Поэтому для удобства в настоящей главе собраны и рассмотрены некоторые приемы расчета, которые будут полезны в дальнейшем. В эту главу включены также несколько важных приложений, используемых для получения соотношений, которые будут применяться в дальнейшем, а также несколько интересных примеров. Однако соблюдение математических правил требует известного времени для их усвоения, в особенности для учащихся, сталкивающихся с ними впервые. Во всей дальнейшей работе над курсом необходима практика, для того чтобы учащийся мог приобрести навыки в использовании этих идей.

Краткое содержание главы 4

Разделы 4.1—4.4. Одно из простейших соотношений между двумя величинами выражается прямой пропорциональностью. Прямая пропорциональность может быть представлена либо уравнением первой степени, либо графически в виде прямой линии. Изменение веса данного вещества в зависимости от его объема может служить примером прямой пропорциональности. Законы второй и третьей степени и различные способы их выражения рассматриваются, в частности, при вычислении площадей и объемов.

В качестве дальнейшего примера применения этих идей рассматривается закон обратных квадратов для освещенности поверхности и его использование для измерения расстояний до звезд.

Обсуждаются также те недоразумения, которые могут возникнуть либо в случаях, когда невозможны измерения, либо при интерполяции или экстраполяции.

Раздел 4.5. При рассмотрении влияния эффекта изменения масштаба на различные характеристики физических и биологических объектов комбинация степенных законов приводит к получению новой интересной информации об ограничении размеров этих объектов.

План изучения главы 4

Основное содержание этой главы составляют соотношения между физическими величинами и различные способы их выражения и формулировок. Много материала может быть знакомо учащимся из уроков по математике, на которых главный упор должен быть сделан на связь между физическими наблюдениями и измерениями. В этой главе обсуждаются и иллюстрируются только самые простые соотношения и не ставится цель изучения сложных графиков и их интерпретации или углубления вопросов об измерении звездных расстояний или прочности материалов. Все

примеры надо рассматривать как *введение* к изучению физических закономерностей. Весь остальной курс посвящен, в сущности, только расширению этой темы.

Даже те учащиеся, которые уже сталкивались на уроках математики с техникой построения графиков, часто не имеют достаточных навыков в использовании графиков для характеристики величин или явлений, происходящих в окружающем нас мире. В главах 5 и 6, а также в дальнейшем, мы должны будем делать упор на графические построения. Именно в этом месте курса удобнее всего начать показывать эффективность графических приемов.

Разделы 4.1—4.4 должны быть предложены для домашнего чтения, прежде чем проводить в классе обсуждение содержащегося в них материала. Если ваш класс обладает хорошей математической подготовкой, материал этих разделов может быть пройден значительно быстрее. В этом случае более углубленное изучение раздела 4.5 может оказаться для учащихся новым и вызвать интерес. Однако если учащиеся нуждаются в развитии своих математических знаний, то понадобится потратить больше времени в классе на изучение первых четырех разделов. Раздел 4.5, если это необходимо, может использоваться, в основном, для внеклассного чтения. Выполнение в классе опыта I.4 позволит оказать помощь отдельным учащимся, если в этом будет необходимость. В табл. 6 указаны возможные варианты плана изучения этой главы, согласованные общим планом изучения части I курса (см. табл. 1 на стр. 270).

ТАБЛИЦА 6

Глава 4	6-недельный план изучения части I			10-недельный план изучения части I		
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
4.1—4.4	3	1	I.4	4	1	I.4
4.5	1	0	—	2	0	—

Дополнительные материалы к главе 4

Лаборатория. Опыт I.4 (*Анализ опыта*) дает учащимся материал для построения графика и его анализа. Выполняя лабораторную работу, учащийся имеет возможность под вашим руководством анализировать встречающиеся ему математические соотношения. Для учащихся с повышенной математической подготовкой могут быть использованы несколько необязательных дополнительных заданий. Наиболее удобное время для проведения этого опыта — конец классных занятий по материалу гл. 4. Указания к проведению опыта I.4 см. на стр. 414.

Домашние, классные и лабораторные задания. На стр. 311 приводятся ответы, решения и таблица, в которой задачи классифицируются по степени их трудности.

4.1. Прямая пропорциональность

Цель. Ввести и проиллюстрировать различные способы выражения функциональной зависимости с помощью таблиц, графиков и математических соотношений между физическими величинами, связанными прямой пропорциональностью.

Содержание. Прямая пропорциональность представляет собой наиболее простое соотношение между измеряемыми физическими величинами. Она может быть представлена либо таблицей, содержащей значения W для некоторых выбранных или измеренных значений V, либо графически, в виде прямой линии, либо, наконец, при помощи соотношения $W \propto V$ (что означает: W пропорционально V).

Последнее соотношение может быть записано в виде уравнения $W=kV$, позволяющего вычислить численные значения W.

Методические указания. Этот материал и вытекающие из него более сложные следствия будут использоваться при получении многих количественных результатов на протяжении всего курса. Очень важно, чтобы учащиеся в совершенстве усвоили разнообразные способы, с помощью которых могут быть выражены различные соотношения — пропорциональность, уравнения, таблицы и графики — и по достоинству оценили эти способы описания информации. Может оказаться, что для некоторых учащихся значительная часть этого материала будет знакомой по урокам алгебры и геометрии, они могут хорошо знать, что соотношение между двумя неизвестными x и y, $y=f(x)$, может быть также выражено уравнением, таблицей или графиком. При этом весьма важно развить у учащихся умение устанавливать связь между алгебраическими неизвестными или масштабными отрезками на графиках с физически измеряемыми величинами. С этими идеями лучше всего ознакомиться, рассматривая простые физические задачи. Для этого могут быть использованы задачи 3 и 4 или задача, в которой устанавливается соотношение между высотой жидкости в сосуде и ее объемом. Объем жидкости в сосуде может быть оценен с помощью обычных мер, применяемых для измерения объема жидкостей, а высота жидкости в сосуде измеряется линейкой. Нужно заготовить таблицу, в которую записывается объем жидкости в стандартных единицах объема, высота жидкости и отношение высоты к объему. Строится график в координатах «высота (по оси ординат) — объем (по оси абсцисс)». Такое построение выполняется с сосудами различной формы.

Учащиеся убеждаются в том, что график получается в виде прямой линии во всех случаях, когда в третьей колонке таблицы отношение высоты к объему сохраняет почти постоянное значение, и что это имеет место для любого сосуда с одинаковым поперечным сечением. Они увидят также, что тангенс угла наклона прямой линии (т. е. отношение ординаты какой-нибудь точки на прямой к ее абсциссе) определяется данными, приведенными в третьей колонке таблицы, значения которых обратно пропорциональны площади поперечного сечения сосуда (при условии, что «нуль» высоты соответствует «нулю» объема).

Для каждого случая надо написать уравнение, выражающее зависимую переменную величину (высоту) как функцию независимой переменной (объема). Покажите, что линейность сохраняется и в том случае, когда нуль высоты перемещается вверх или вниз (т. е. уравнение $y=kx+b$ выражает линейную зависимость между x и y, которая в частном случае при $b=0$ переходит в прямую пропорциональность между x и y).

Можно рассмотреть также и опыты с сосудами, имеющими переменную по высоте площадь поперечного сечения. При этом учащиеся смогут убедиться в том, что результаты в этом случае графически не могут быть представлены в виде прямой линии и, следовательно, в этом случае между исследуемыми величинами нет прямой пропорциональности.

4.2. Степенны́е законы и подобные фигуры

Ц е л ь. Проиллюстрировать более сложные формы функциональной зависимости, чем приведенные в разделе 4.1.

С о д е р ж а н и е. Площади и объемы используются в качестве примеров, иллюстрирующих соответственно законы второй и третьей степеней. Обсуждаются таблицы, графики и уравнения как формы выражения этих законов.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я. Главное внимание следует обратить на способы измерения площадей и объемов, на вид уравнений второй и третьей степеней и на характер соответствующих графиков.

Учащиеся должны понять, что график уравнения второй степени часто может быть выражен прямой линией, если по одной из осей координат откладывать значения *квадрата* одной переменной, а по другой оси — значения другой переменной в первой степени.

С измерением площадей и объемов правильных фигур учащиеся, вероятно, уже познакомились раньше на занятиях по математике. Потребуется совсем немного времени для того, чтобы учащиеся поняли, что измерение площадей и объемов тел любой формы производится точно так же при условии, что все линейные размеры измеряются одним и тем же способом. По-видимому, очень убедительным является способ, использованный в тексте Учебника и иллюстрированный рис. 4.2. Он сводится к разбиению площади неправильной фигуры на множество правильных фигур (плюс маленькие граничные участки), каждая из которых измеряется известным способом.

Для объемов можно применить такой же метод, сооружая какие-то определенные тела из детских строительных кубиков и удваивая затем все линейные размеры, что, однако, даже и не обязательно.

Для того чтобы попрактиковаться в использовании графиков, можно выполнить указания, приведенные в подписи к рис. 4.4. То же самое можно осуществить с графиком на рис. 4.5, изображающим кубическую зависимость между двумя величинами.

Использование вертикального масштаба этих графиков соответственно для поверхности и объема сферы может служить хорошим упражнением в выборе масштаба.

Задача 9 в качестве домашнего упражнения предполагает измерение всех размеров тела. Задача 16 может служить хорошей иллюстрацией всего материала.

В математике принято, что если $y=f(x)$ (y является функцией от x), то любому значению x соответствует строго определенное значение y. Наиболее простыми функциями являются соотношения типа $y=x^n$. Любое *измерение* двух физически связанных между собой величин, в результате которого при измерении одной из них мы получаем единственное значение для другой величины, *определяет* функциональную зависимость между этими величинами. Построение и исследование графиков, построенных по данным опыта,— это наиболее простой путь выяснения вопроса о том, является ли функция, выражаемая этим графиком, простой степенно́й функцией или какой-то другой, более сложной функцией. Это очень мило со стороны природы, что законы физики выражаются простыми степенны́ми соотношениями, что, однако, бывает далеко не во всех случаях. Задача 15 представляет собой хороший пример простого опыта, результаты которого описываются более сложными функциональными зависимостями.

4.3. Закон обратных квадратов

Цель. Иллюстрация методов и идей, изложенных в разделах 4.1 и 4.2, на примере распространения света от точечного источника, описываемого законом обратных квадратов.

Содержание. а) Исходя из того, что свет распространяется прямолинейно, а также из геометрических соображений следует, что $E \sim 1/d^2$ (E — освещенность, d — расстояние от точечного источника).

б) Измеряя относительную освещенность и используя это соотношение, можно определить относительные расстояния до двух одинаковых ламп.

в) Этот метод используется при измерении расстояний до звезд.

г) Закон обратных квадратов справедлив только в случае прямолинейного распространения света и отсутствия на пути его распространения поглощающих материалов.

Методические указания. Закон обратных квадратов представляет собой интересное физическое соотношение, которое должно быть известно каждому, но которое в части I не получает достаточного развития. (Этот закон изучается более полно в части II и широко используется в частях III и IV.)

Ввиду того интереса, который представляет этот закон сам по себе, а также его астрономические приложения, целесообразно потратить на него немного времени в этом месте курса, если только вопрос, связанный с физикой процесса распространения света, не окажется камнем преткновения. Достаточно лишь краткого рассмотрения этого вопроса. Как и в соотношениях, относящихся к площадям и объемам, о которых шла речь в разделах 4.1 и 4.2, «доказательство» закона обратных квадратов также основано на геометрических соображениях. Любая физически измеряемая величина, про которую известно, что она исходит от точечного источника и *распространяется прямолинейно*, будет подчиняться закону обратных квадратов. При этом существенным *физическим* предположением является предположение о прямолинейном распространении. Это сформулировано в тексте Учебника и, по-видимому, у учащихся это не вызывает вопросов. Не следует акцентировать внимание учащихся на этом вопросе; доказательство прямолинейного распространения света приводится в части II, так как в этом месте курса оно было бы неуместным. Мы упоминаем здесь об этом лишь для того, чтобы обратить внимание на случай, в котором используются *физические предположения*.

Как указано в Учебнике на стр. 75, не следует входить в обсуждение вопросов о природе света или о технике измерения яркости источника света. Однако учащиеся должны понять, что когда они будут смотреть на выстроившиеся в ряд уличные фонари, они не смогут «увидеть» пример выполнения закона обратных квадратов. К счастью для нас, наши глаза не «видят» яркость, пропорциональную действительной интенсивности источника света. Если кто-нибудь смотрит на источник света через фильтр, пропускающий лишь половину падающего на него светового потока, то наблюдаемая яркость источника будет казаться уменьшенной лишь незначительно. Тот факт, что мы воспринимаем большое увеличение яркости источника лишь как незначительное изменение (с учетом способности глаза менять входящий в него световой поток при сужении или при расширении зрачка), позволяет нам видеть довольно хорошо как в лунную ночь, так и в яркий полдень.

У некоторых учащихся может возникнуть вопрос в связи с тем, что различные участки поверхности на рис. 4.6 находятся на разных расстояниях от точечного

источника и, таким образом, строго говоря, неизвестно, какое расстояние d имеется в виду при выводе закона обратных квадратов.

Это недоумение понятно, но вы можете разъяснить, что для чисел, указанных на рисунке, расстояние от точечного источника до угла квадрата в самом худшем случае только на 1,5% больше, чем расстояние до центра квадрата. Строгий вывод основан на сравнении площадей концентрических сферических сегментов с центром, совпадающим с точечным источником. Формулы определения таких площадей можно найти в справочниках по математике, а также в учебниках по сферической тригонометрии, что, однако, выходит за уровень математических знаний, соответствующий курсу.

4.4. Интерполяция и экстраполяция

Ц е л ь. Указать на возможные трудности при интерполяции или экстраполяции результатов эксперимента.

С о д е р ж а н и е. а) Интерполяция имеет смысл только в том случае, когда на основании физических соображений можно утверждать, что зависимость, описываемая экспериментальными данными, носит плавный характер.

б) Экстраполяция предполагает, что зависимость, описываемая экспериментальными данными, сохраняется за пределами области, в которой получены эти экспериментальные данные. В некоторых случаях это предположение нельзя считать правильным, а следовательно, и полезным. Все зависит от конкретных условий эксперимента.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я. Этот материал представляет собой отбор наиболее важного, но легко усваиваемого материала из предыдущих разделов. На его изучение не потребуется много времени.

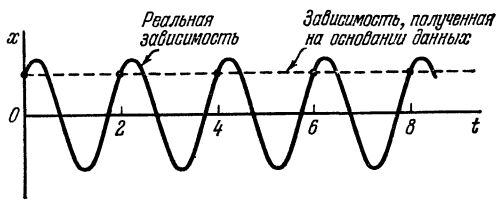


Рис. 9.

Примеры, выбранные для иллюстрации материала, изложенного в разделах 4.1 и 4.2, включают в себя главным образом геометрические соотношения. Ясно, что полученная здесь зависимость носит плавный характер и соседние точки для измеряемых величин укладываются на плавную кривую для всех промежуточных значений. В то же время учащихся надо предостеречь от возможной переоценки метода интерполяции. Лучший путь для этого — разобрать пример, где интерполяция «не работает». В качестве одного из таких примеров можно рассмотреть маятник дедушкиных часов, совершающий одно полное колебание за каждые две секунды. Предположим, что вы наблюдаете его положение x по истечении двухсекундного промежутка времени (рис. 9). В этом примере значение x будет все время одним и тем же для всех измерений. На основании полученных данных, *не зная сущности эксперимента*, трудно удержаться от соблазна провести через точки прямую линию и утверждать, что x представляет собой постоянную величину для всех промежуточных значений t. Очевидно, что в данном случае подобное заключение

окажется неверным. Истинная функциональная зависимость между x и t изображена на рисунке кривой, которую мы получили бы, если бы определяли величину x для промежуточных значений t. Учащиеся должны получить эти экспериментальные точки без детального обсуждения формы кривой и не затрачивать на это много времени. Резюмируя, следует прийти к выводу, что вопрос о правомочности метода интерполяции решается применительно к каждому конкретному эксперименту. Если физика явления слишком сложна и плавный характер изучаемой зависимости

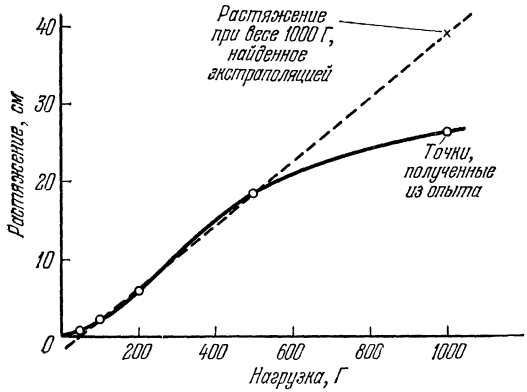


Рис. 10.

заранее не очевиден, то единственный путь ее получения состоит в накоплении возможно большего числа экспериментальных данных для промежуточных значений.

В Учебнике приведены примеры, показывающие, когда экстраполяция экспериментальных данных возможна и когда она не может быть сделана. Учащиеся, вероятно, имеют достаточное представление о преодолении самолетом звукового барьера, однако подробное обсуждение этого, а также других примеров, очевидно, не требуется. В качестве простого примера можно на опыте исследовать растяжение резиновой ленты. Можно исследовать ее растяжение в зависимости от веса грузика, подвешенного на ее конце, используя при этом достаточно малые грузы, для того чтобы не выходить за пределы упругой деформации. В итоге получится прямая линия, и вы можете предсказать величину растяжения, которое должно получиться, например, при двухкратном увеличении веса груза. Это можно сделать, экстраполируя установленную ранее приближенную линейную зависимость. После этого проделайте реальный опыт с грузом удвоенного веса. Если вы выбрали подходящие значения, вы найдете, что растяжение оказалось значительно меньше предсказанного (рис. 10). Оказывается, что в этом случае экстраполяция была незаконной. Чтобы убедиться в этом, повторите опыт с новой, нерастянутой резиновой лентой. Вы не получите точно прямолинейной зависимости, за исключением области малых растяжений. Задача 14 содержит различные примеры рискованной экстраполяции, но уже другого типа, чем в случае с резиновой лентой.

4.5. Масштаб. Физика Лилипутии

Ц е л ь. Показать применение соотношений первой, второй и третьей степени при введении понятия «масштаб» и роль масштаба в научных исследованиях.

Содержание. Организмы, размеры которых пропорциональны между собой, но различны по величине, обладают совершенно различными физическими свойствами:

а) Прочность отдельных структурных элементов (костей и сухожилий, форм мостов и т. д.) зависит от площади поперечного сечения, т. е. от L^2, где L — линейный размер. Вес, соответствующий тому или иному элементу, зависит от его объема, т.е. от L^3. Вместе оба эти соотношения (прочность $\backsim L^2$ и вес $\backsim L^3$) определяют верхний предел размеров живых существ. Животные разных размеров (разный масштаб) должны обладать непропорциональным сложением, чтобы сохранить необходимое соотношение между прочностью отдельных частей их тела и весом.

б) Площадь поверхности пропорциональна L^2. Поэтому биологические и физические особенности, зависящие от соотношения между площадью поверхности (L^2) и объемом (L^3), при изменении масштаба будут соответственно изменяться. Например, вес водяной пленки, покрывающей поверхность тела, пренебрежимо мал по сравнению с весом тела у человека, но не у мухи. Пища, поглощаемая на единицу объема, у маленьких животных гораздо больше, чем у больших животных.

в) Когда масштаб какой-нибудь системы возрастает, то нагрузка превышает прочность этой системы. Поэтому сооружения не могут беспредельно увеличиваться в своих размерах. Горы практически представляют собой сплошные твердые массивы. Планеты стремятся принять сферическую форму.

г) В физических исследованиях часто бывает полезным выяснить, как меняется состояние системы, когда ее размеры увеличиваются или уменьшаются. Изучение систем в необычных масштабах часто позволяет открывать неожиданные физические закономерности.

Методические указания. Несмотря на то, что многие проявляют большой интерес к масштабным соображениям и правильный выбор масштаба является важной частью многих физических исследований, обсуждение этого вопроса в классе должно быть разумно ограничено уровнем его изложения в Учебнике. В этом месте курса в сознании учащихся мы лишь развиваем саму идею масштаба. Так как существует много других интересных примеров, на которых можно иллюстрировать значение масштаба в биологии и физике, эти примеры могут увести вас слишком далеко. На протяжении всего курса у вас будет много возможностей вернуться к рассмотрению масштабных соображений как при выполнении лабораторных работ, так и при обсуждении опытов, описанных в тексте Учебника. Обсуждение изложенного в этом разделе материала целесообразно провести по следующим пунктам.

1. Поведение и внешний вид сооружения или организма в значительной степени определяется соотношением многих физических характеристик, таких, как вес, прочность, потребление энергии, теплопотери и т. п.

2. При увеличении или уменьшении линейных размеров сооружения или организма эти физические характеристики изменяются в зависимости от размеров по различным степенным законам. Изменившиеся соотношения между этими характеристиками оказывают влияние на поведение сооружения или организма.

Влияние масштаба сказывается на предельных (максимальных и минимальных) размерах сооружения или организма.

Вы можете составить таблицу вторых и третьих степеней линейных размеров куба и обратить внимание учащихся на эффект изменения масштаба (табл. 7).

ТАБЛИЦА 7

Ребро куба L, м	Величина поверхности $6 \cdot L^2$, м²	Объем куба L^3, м³	Ребро куба L, м	Величина поверхности $6 \cdot L^2$, м²	Объем куба L^3, м³
1	6	1	5	150	125
2	24	8	6	216	216
3	54	27	10	600	1 000
4	96	64	50	15 000	125 000

Обратите внимание учащихся на то, что при увеличении ребра куба его объем растет быстрее, чем его поверхность, а поверхность, в свою очередь, растет быстрее, чем линейные размеры.

Некоторые из этих вопросов будут изучаться в дальнейшем. Старайтесь избегать обсуждения отдельных деталей — важно, чтобы учащиеся получили лишь общее представление.

Интересующимся учащимся вы можете порекомендовать критически (с точки зрения физики) относиться к тем ужасающим фильмам, в которых изображаются ископаемые чудовища, нарушающие законы природы, о которых идет речь в этом разделе. Первым шагом в этом направлении может служить задача 22. Почему масштабу придается такое большое значение? На этот вопрос хороший ответ дается на стр. 79—81 Учебника. Следует обратить особое внимание учащихся в дальнейшем на те вопросы в курсе, при изложении которых влияние масштаба будет иметь важное значение.

1. Броуновское движение (раздел 9.6). Сравните поведение большого зеркала, подвешенного в большом сосуде, и маленького зеркальца, подвешенного в маленьком сосуде. В обоих случаях воздух внутри сосуда находится при одинаковых температуре и давлении. Поведение обоих зеркал существенно различное. Большое зеркало стоит неподвижно, маленькое же совершает беспорядочные колебания. Причина этого различия состоит в том, что масса молекул газа и их средняя скорость не изменяются соответственно размерам зеркал и сосудов.

2. Дифракция световых волн (часть II). Изображение, которое вы получаете при прохождении света через узкую щель, не является геометрическим воспроизведением изображения, получаемого от широкой щели. Причина состоит в том, что длина световой волны не изменяется в соответствии с шириной щели.

3. Дифракция волн материи (часть IV). Пучок электронов проходит сквозь решетку проволочного экрана прямолинейно. Если же этот пучок проходит через тонкую кристаллическую пластинку, то он испытывает дифракцию. В этом случае налицо изменение расстояния между узлами кристаллической решетки, но отсутствует изменение импульса электронов.

Во всех этих трех случаях приближенные законы, основанные на правильно поставленном эксперименте, проведенном в одном масштабе, становятся несостоятельными при далекой экстраполяции, проводимой в условиях другого масштаба. Для такой несостоятельности всегда существуют свои причины: в каждом из перечисленных случаев имеется некоторая физическая величина, выражаемая размер-

ным числом, которая незаметна в условиях одного масштаба и поэтому не проявляется в данном законе, но в то же время приобретает решающее значение в другом масштабе и ответственна за нарушение закона.

В случае 1 постоянная Больцмана ($\approx 10^{-23}$ Дж/°К) маскирует тепловое движение *макроскопических* тел при комнатной температуре. Оно становится заметным для очень легких тел. В случае 2 законы геометрической оптики оказываются справедливыми до тех пор, пока линейные размеры тел, участвующих в опыте, велики по сравнению с длиной световой волны. В случае 3 импульс электрона связан с длиной волны соотношением де-Бройля $\lambda = h/p$, где $h \approx 10^{-33}$ Дж·с. Легко видеть, что при таком значении h длина волны де-Бройля для макроскопических тел $\lambda \approx 0$, и поэтому мы не замечаем их волновых свойств. Но когда мы переходим к явлениям микромира с его малым масштабом, законы ньютоновской механики теряют свою силу. В подходящее время следует обратить на это внимание учащихся. Если вы ведете обучение по программе повышенного типа, вы можете указать, что скорость света $c \approx 10^8$ м/с настолько велика, что для обычных скоростей v отношение $v/c \approx 0$. Но когда мы хотим применить механику Ньютона к движению тел с большими скоростями, то конечное значение скорости света существенным образом меняет всю картину.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

В табл. 8 задачи распределены по степени их трудности и по разделам, к которым они относятся. Во многих рассмотренных ранее задачах предварительно было дано упрощенное представление о масштабном множителе, которое можно считать введением к материалу о масштабе, изложенному в разделе 4.4. В таблице отмечены также задачи, предназначенные для разбора в классе. Задачи, в особенности рекомендуемые, отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 8

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
4.1	1, 2	3, 4#			4#
4.2	5—7		9	8#	8#, 9
4.3	10, 12	11#			
4.4	13	14	15#, 16#, 17	18#	15#, 16#, 18#
4.5	19, 26		20, 21#, 24, 25#	22, 23#	20, 21#, 23#, 25#

Краткие ответы

1*. W также утроится.

2*. О значении k ничего нельзя сказать. График будет представлять собой прямую линию, проходящую через начало координат.

5*. Общая площадь станет в четыре раза больше.

6*. 10^{12} карт.

7*. а) 1/100; б) 1/1000.

10*. 11 м^2.

12*. 1/3.

13*. К моменту, соответствующему середине промежутка времени между 2 и 3 кадром, пуля пройдет путь, в 1,5 раза больший пути, пройденного между 1 и 2 кадрами. Между 1 и 9 кадрами пуля пройдет путь, в 8 раз больший, чем между 1 и 2 кадрами.

19*. а) 27; б) 27; в) 9; г) 3.

26*. $3 \cdot 10^6$.

Ответы с указаниями и решениями

3. Эта задача представляет собой хорошее и простое упражнение на построение и использование графика. Однако вполне возможно, что учащиеся захотят проверить правильность полученных ими ответов расчетом в уме.

Большинство учащихся интуитивно почувствует, что толщина t будет пропорциональна числу листов n ($t \backsim n$). График в координатах t, n представляет собой прямую линию (рис. 11), проходящую через начало координат (нулевое число листов обладает нулевой толщиной). Возьмем теперь другую точку: $n=500$ соответствует $t=40$ мм. Прямая линия пройдет через обе эти точки. Толщины, соответствующие 200, 300 и 600 листам, могут быть определены из графика: 16, 24 и 48 мм.

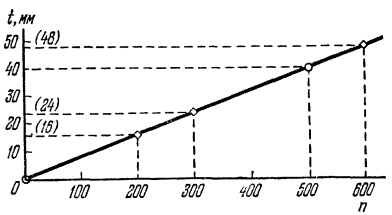


Рис. 11.

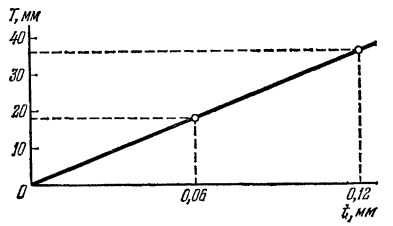


Рис. 12.

4. а) $T=300\,t$.

б) Мы знаем, что толщина 300 одинаковых листов бумаги будет пропорциональна толщине одного листа, так что график зависимости общей толщины T от толщины одного листа t будет представлять собой прямую линию. Поэтому мы можем написать, что $T=300\,t$. График может быть построен по двум точкам: ($t=0{,}06$ мм, $T=18$ мм) и ($t=0{,}12$ мм, $T=36$ мм) (рис. 12). Толщина T для промежуточных значений t может быть определена из графика.

Для учащихся, которые не имеют достаточного опыта в построении графиков, сам по себе выбор масштаба уже может представлять известную трудность. Величины T и t измеряются в мм, и поэтому некоторые учащиеся могут подумать, что как вертикальный, так и горизонтальный масштабы должны быть одинаковыми. Необходимо указать им, что T и t представляют собой различные величины (одна из них — общая толщина книги, а другая — толщина отдельного листа). И хотя они случайно измеряются в одних и тех же единицах, масштаб для каждой из них может быть выбран произвольно и независимо один от другого.

в) Из соотношения $T=300\,t$ следует, что t может принимать любые значения, которым соответствует определенная величина T; последняя может быть найдена либо из уравнения, либо по графику. В этой же задаче величина t может принимать только строго ограниченные значения, а именно 0,060 мм, 0,065 мм, 0,070 мм и т. д. Промежуточные значения t на линии графика, проходящей через указанные точки, соответствуют толщинам, которые физически не существуют. В этом случае неправильно соединять точки на графике плавной линией.

8. Объем цилиндра равен произведению площади A основания на высоту h: $V=Ah$.

а) Цилиндры 1 и 2 (цилиндр 1 больше цилиндра 2) подобны, т. е. все соответствующие линейные размеры их пропорциональны. Таким образом, если r_1 и r_2 — их радиусы, а h_1 и h_2 — их высоты, то $h_1=ah_2$ и $r_1=ar_2$ (a — коэффициент линейной пропорциональности). Так как $A=\pi r^2$, то $A_1=\pi r_1^2=\pi a^2 r_2^2=a^2 A_2$, так что $V_1=A_1h_1=a^2A_2 \cdot ah_2=a^3V_2$. Так как по условию $V_1=8V_2$, то $a^3=8$ и $a=2$. Длина

окружности основания C равна $2\pi r$, следовательно, $C_1=2\pi r_1=2\pi a r_2=aC_2$. Отсюда $C_1=2C_2$. В дальнейших, более точных расчетах нет необходимости; так как длина окружности представляет собой линейную величину, она будет пропорционально изменяться с коэффициентом $a=2$. Таким образом, длина окружности большего цилиндра будет равна $0{,}5\cdot 2=1{,}0$ м.

б) Теперь рассмотрим случай с одинаковыми высотами. Предположим, что радиусы различаются между собой в b раз. Тогда

$$h_1=h_2, \qquad A_1=b^2A_2, \qquad V_1=A_1h_1=b^2A_2\cdot h_2=b^2V_2.$$

Так как по условию $V_1=8V_2$, то $b^2=8$, $b=2\sqrt{2}\approx 2{,}83$. Длина окружности большего цилиндра равна $0{,}5\cdot 2{,}83=1{,}41$ м.

9. Нам дано, что внешний диаметр, толщина и все другие линейные размеры шара увеличиваются в одно и то же число раз. Пусть это число будет равно a. Тогда новый диаметр d', будет в a раз больше, чем прежний d. Новый объем V' выразится через первоначальный объем V следующим образом:

$$V'={}^4/_3\pi\,(d'/2)^3=a^3\,{}^4/_3\pi\,(d/2)^3=a^3V.$$

Так как нам дано, что $V'=3V$, то $a^3=3$ и $a=3^{1/3}=1{,}44$. Новая толщина стенок будет в 1,44 больше, чем первоначальная толщина.

Некоторые учащиеся могут подумать, что при увеличении толщины стенок внутренний диаметр шара увеличиваться не будет. Сделав на доске чертеж поперечного сечения полого шара, вы сможете убедить их в том, что все линейные размеры изменятся в одно и то же число раз.

11. Лампы одинаковые, следовательно, $E=k/d^2$ для каждой лампы, причем коэффициент пропорциональности k один и тот же. Нам дано, что $E_1=4E_2$, т. е. $k/d_1^2=4k/d_2^2$. Таким образом, $d_1^2=d_2^2/4$, $d_1=d_2/2$. Так как общее расстояние d_1+d_2 должно быть равно 60 см (рис. 13), находим, что $d_1=20$ см, $d_2=40$ см.

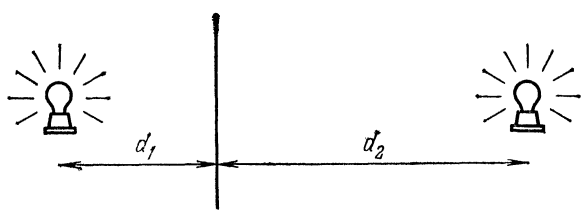


Рис. 13.

14. Деревянная метровая линейка прикрепляется струбцинкой к крышке стола, как это изображено на рис. 14, *а*, с таким расчетом, чтобы ее свободный конец составлял 95 см. К концу линейки на проволоке подвешивается груз, после чего каждый раз измеряется расстояние между полом и концом линейки. Полученные результаты этих измерений собираются в таблице и графике (табл. 9, рис. 14, *б*). (Наша метровая линейка сломается при нагрузке в 1200 Г без каких бы то ни было признаков, указывающих на то, что приложенная нагрузка достигла предельного значения.)

а) График «изгиб — нагрузка» представляет собой почти прямую линию, что указывает на существование прямой пропорциональности между деформацией и приложенной нагрузкой.

б) Так как в своей начальной части график представляет собой прямую линию, то как будто можно считать, что при очень малых нагрузках и соответственно в области малых деформаций интерполяция вполне возможна. Однако при нагрузках в 1,2 и даже 5 Г деформации столь малы, что для их измерения требуется метод значительно более точный, чем тот, который был использован здесь. При нагрузках от 600 до 1000 Г деформация растет медленней, чем при малых нагрузках. При нагрузках от 1000 до 1150 Г наблюдается незначительное уменьшение деформации и, наконец, при нагрузке в 1200 Г линейка ломается.

ТАБЛИЦА 9

Нагрузка, Г	Положение по вертикали, см	Изгиб, см	Нагрузка, Г	Положение по вертикали, см	Изгиб, см	Нагрузка, Г	Положение по вертикали, см	Изгиб, см
0	76,6	0	400	68,1	8,5	800	60,0	16,6
50	75,5	1,1	450	67,1	9,5	850	59,0	17,6
100	74,5	2,1	500	66,0	10,6	900	58,0	18,6
150	73,4	3,2	550	65,0	11,6	950	57,0	19,6
200	72,4	4,2	600	64,0	12,6	1000	56,1	20,5
250	71,3	5,3	650	62,9	13,7	1050	55,2	21,4
300	70,3	6,3	700	61,0	14,6	1100	54,3	22,3
350	69,2	7,4	750	60,9	15,7	1150	53,4	23,2

Если производить точный отсчет положения конца линейки, то можно убедиться в том, что прямая пропорциональность сохраняется при малых нагрузках и не сохраняется при больших.

15. В этой задаче учащиеся знакомятся с графическим способом описания нового, ранее неизвестного им закона.

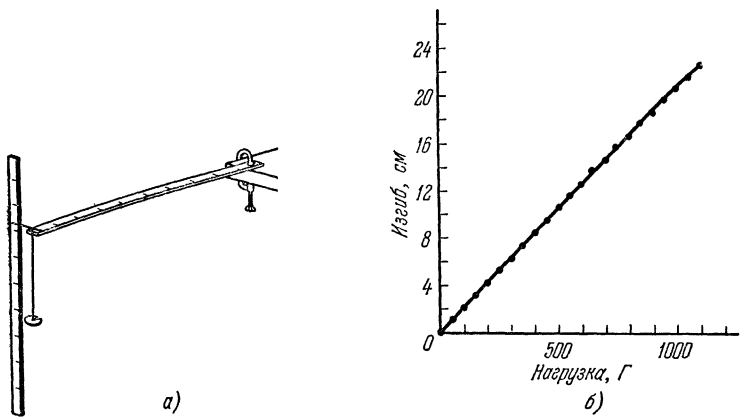


Рис. 14.

а) На графике, выражающем зависимость атмосферного давления от температуры, точки при низких температурах соответствуют столь малым давлениям, что на графике их можно принять равными нулю (рис. 15). Поэтому целесообразно построить другой график, соответствующий области низких температур (рис. 16).

б) Характерной особенностью обоих графиков является их большое сходство: форма кривой одна и та же, хотя на втором графике нанесены точки, соответствующие только нижней половине шкалы температур.

в) Для того чтобы получить ответ, достаточно взглянуть на таблицу, не прибегая к графику. Вода кипит при 90 °С (т. е. ее нельзя нагреть в открытой кастрюле до температуры выше 90 °С), если атмосферное давление равно 0,692 атмосферы.

Если вместе с этой задачей предлагается задача 16, то, объединив решения этих двух задач, можно сделать заключение о температуре кипения воды на разных высотах над уровнем моря, что даст важную информацию для альпинистов.

Следует иметь в виду, что в тех случаях, когда какая-то зависимая величина изменяется плавно, но очень быстро, часто бывает полезно откладывать значения логарифма быстро меняющейся величины (удобно также пользоваться полулогарифмической бумагой). Построенный по данным этой задачи график, выражающий

зависимость $\lg p$ (p — давление) от температуры, представляет собой очень плавную, но не прямую линию. Теперь интерполяция с удобством может быть осуществлена во всей области температур.

16. Эта задача поможет учащимся понять, что графическое изображение физической информации делает более наглядной сущность физического явления.

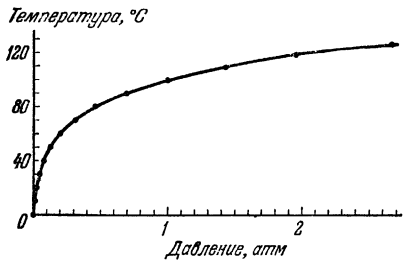


Рис 15.

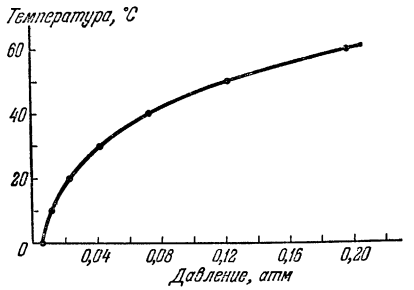


Рис. 16.

Задача 16 может решаться вместе с задачей 15, что позволит получить новую интересную информацию.

а) См. рис. 17.

б) Для графика, выражающего зависимость $1/p$ от высоты h, мы использовали тот же масштаб по горизонтальной оси. Обе кривые очень похожи и дополняют одна другую, так как в области малых высот, где кривая зависимости p от h читается легко, кривая зависимости $1/p$ от h сжата и читается с трудом. В области больших высот дело обстоит наоборот. Таким образом, имеется преимущество в построении графика зависимости $1/p$ от h, позволяющее в области больших высот получить более наглядное представление о характере зависимости p от h.

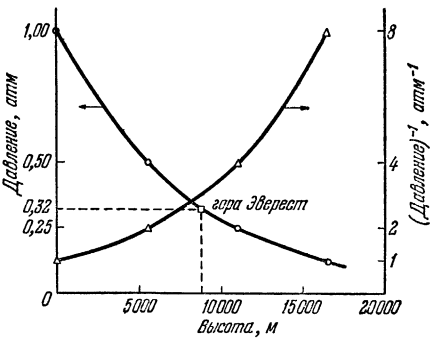


Рис. 17.

в) По графику зависимости p от h мы находим, что давление на вершине горы Эверест равно 0,32 атм (тот же результат может быть получен и по кривой зависимости $1/p$ от h).

г) Мы не можем продолжить горизонтальный масштаб до высот, равных 100 км=100 000 м. Если бы установленная закономерность изменения давления с высотой оставалась бы справедливой до таких высот, то давление на этой высоте было бы равно $(1/2)^{\frac{100\,000}{5\,500}} \approx 3 \cdot 10^{-6}$ атм. На графике, как мы его начертили, этого прочитать нельзя. На самом деле указанная зависимость справедлива только до высоты 16 км, и мы бы вышли за этот предел. Поэтому полученному результату доверять нельзя.

В задаче 15 мы находили температуру кипения воды в зависимости от атмосферного давления. Здесь же мы рассматривали атмосферное давление как функцию высоты. Сочетая оба графика, мы можем получить температуру кипения воды как функцию высоты. Действительно, график зависимости T от h может быть построен. Из этого графика следует, что T изменяется в зависимости от h медленней, чем T от p или p от h. Это объясняется тем, что давление p представляет собой быстро изменяющуюся величину в обоих случаях, а в графике зависимости T от h эта величина исключается.

Заметьте, что (так же как и в задаче 15) график зависимости $\lg p$ от h будет более плавным, чем оба графика, изображенные на рис. 17. В действительности в данном случае график будет представлять собой прямую линию.

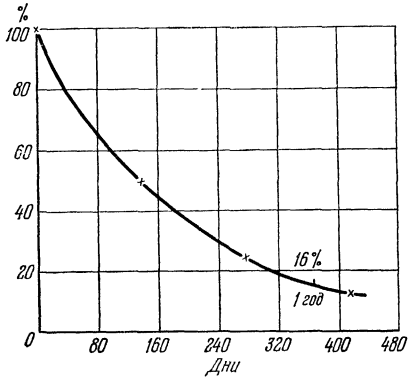


Рис. 18.

17. В момент времени $t=0$ имеем 100%; по истечении промежутка времени $t=138$ дней — 50%; через $t=276$ дней — 25%; через $t=414$ дней — 12,5%. Построив по этим данным график (рис. 18), получим, что по истечении 1 года останется приблизительно 16% первоначального количества полония. После того как учащиеся построят указанный выше график, можно предложить им построить график в полулогарифмическом масштабе или по меньшей мере обсудить преимущества такого масштаба для графиков подобного типа. Сетка для полулогарифмических графиков может быть изготовлена с помощью подвижной шкалы логарифмической линейки. Один из приемов применения логарифмической линейки показан на рис. 19. Подвижная шкала логарифмической линейки помещается на обычную миллиметровую бумагу так, чтобы деления 1 (100) и 5 (50) на этой шкале совпадали с нулем и линией, соответствующей 138 дням на равномерной горизонтальной шкале. Вы увидите тогда, что деление 2,5 (25) на подвижной шкале логарифмической линейки совпадает с точкой, отвечающей 276 дням. По истечении одного года останется около 16% первоначального количества полония.

Более общий график может быть построен, если выражать зависимость между количеством нераспавшегося вещества в процентах и временем распада, выраженным в единицах периода полураспада. Эта универсальная кривая применима к любому элементу, независимо от его периода полураспада.

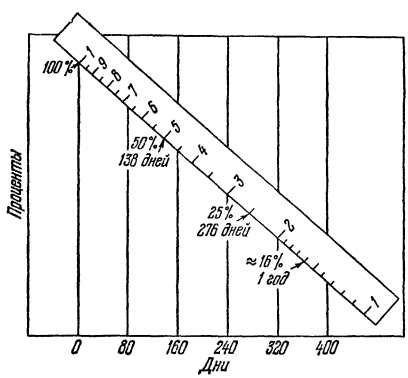


Рис. 19.

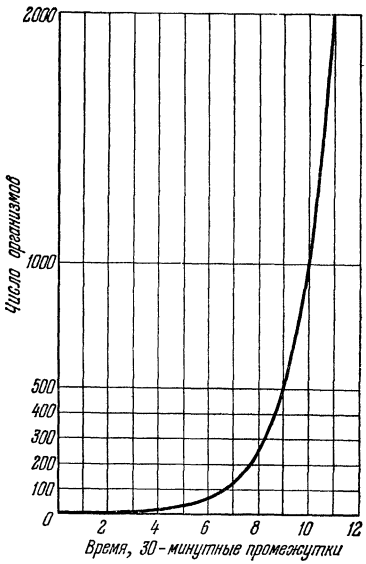


Рис. 20.

18. а) График представляется в виде плавной кривой, проходящей через точки, соответствующие значениям на оси ординат 1, 2, 4, 8, 16 и т. д. и на оси абсцисс 0, 1, 2, 3, 4 и т. д. (рис. 20). Однако 30-минутный промежуток — это среднее время,

необходимое для образования каждого нового «поколения». Первая часть кривой на графике должна была бы представлять собой ступенчатую кривую. Например, первая клетка может разделиться на две через 28 минут. Далее, одна из них может разделиться хотя бы через 22 минуты, а другая, скажем, через 37 минут. Из полученных четырех клеток третьего «поколения» одна может разделиться через 3 минуты, другая спустя 9 минут и т. д. Если это продолжается по случайному закону, но так, что в среднем каждое «поколение» возникает через 30 минут, то график имеет вид ступенчатой функции. Однако когда на один промежуток времени приходится несколько сот «ступенек», график приобретает вид плавной кривой.

б) $P=2^n$.

в) Когда $n=0$, $P=2^0=1$. При $n<0$, например при $n=-1$ или $n=-5$, число организмов равно $P=1/2$ или $1/32$, но не равно нулю. В этом случае экстраполяция имеет мало смысла. В течение нескольких начальных 30-минутных интервалов интерполяция также не оправдывает себя, потому что размножение клеток происходит скачкообразно. Например, при $n=3$ $P=8$; при $n=4$ $P=16$. Общее число клеток не может принимать любые промежуточные значения. Однако так как промежуток времени в 30 минут представляет собой среднее значение интервала размножения, то по истечении каждого такого промежутка число клеток все увеличивается, и при больших значениях n, например при $n=10$, прирост происходит почти непрерывно. С этого момента интерполяция начинает приобретать смысл.

г) 50 часов — это 100 периодов. Общее число клеток $P=2^{100}\approx 10^{30}$. Каждая клетка имеет диаметр около 10^{-5} м или объем около 10^{-15} м^3. Это дает общий объем, занимаемый клетками, равный $10^{30}\cdot 10^{-15}$ м^3, что эквивалентно кубу с ребром, равным 10^5 м. Таким образом, мы видим, что экстраполяция на отрезок времени в 50 часов лишена смысла, так как животные в таком количестве не смогут найти для себя ни пищи, ни необходимого жизненного пространства.

20. Ответ на эту задачу будет зависеть от того, как учащиеся представляют себе понятие «подобные фигуры». Если это выражение понимается ими так, что два животных точно геометрически подобны друг другу (т. е. *все* линейные размеры находятся в одном и том же соотношении), то тогда правильным будет ответ 1. Если же выражение «подобный» понимается, как это чаще всего бывает, как «очень похожий», то более логичным будет ответ 2.

Ответ 1. В этом ответе мы предполагаем, что в «подобных фигурах» все линейные размеры различаются в одно и то же число раз. Так как два животных будут геометрически подобны, то для меньшего животного отношение прочности к весу будет иметь большее значение.

а) Так как прочность костей животных отличается в 2 раза, то во столько же раз будет отличаться и площадь их поперечного сечения. Тогда все линейные размеры будут отличаться в $\sqrt{2}=1{,}41$ раза. Таким образом, рост одного животного будет отличаться от роста другого в 1,41 раза.

б) Веса животных отличаются в $(\sqrt{2})^3=2{,}83$ раза.

Ответ 2. Так как мы знаем, что прочности костей животных различаются в 2 раза, мы можем предположить, что во столько же раз будут различаться и их веса (или объемы). В этом случае животные не будут геометрически подобны, но будут иметь одно и то же отношение их прочности к весу.

а) Если их объемы различаются в 2 раза, то рост (и все линейные размеры, исключая только те, которые определяют площадь поперечного сечения костей, так как они различаются в $\sqrt{2}$ раз) одного из них отличается от роста другого в $\sqrt[3]{2}=1{,}26$ раза.

б) Вес одного животного отличается от веса другого в 2 раза.

21. Поглощаемая пища должна давать возможность телу совершать работу, необходимую для собственного движения, и в случае теплокровных животных сообщать определенное количество теплоты для поддержания их температуры на определенном уровне. Количество пищи, необходимой для восполнения энергии, расходуемой при движении, грубо говоря, пропорционально весу животного, а количество пищи, необходимое для поддержания теплового режима, пропорционально площади поверхности тела животного. Если нам известно, что животное поглощает много пищи по сравнению со своим весом, то мы можем заключить, что

отношение площади поверхности тела к объему животного есть большая величина, т. е. само животное имеет очень малые размеры. Действительно, колибри представляет собой очень маленькую птичку.

22. Если учащиеся не знают сами, то нужно им подсказать, что плотность тела слона и плотность тела морской свинки примерно одна и та же. Так как понятие плотности учащимися еще не изучалось, то можно сказать, что вес единицы объема тела слона и тела морской свинки одинаков (т. е. кубический сантиметр тела слона весит столько же, сколько кубический сантиметр тела морской свинки). В силу этого их объемы относятся так же, как их веса: $4 \cdot 10^3$ кг : 0,7кг$\approx 5{,}7 \cdot 10^3$. Отношение их линейных размеров будет равно $\sqrt[3]{5{,}7 \cdot 10^3} \approx 18$. Отношение площадей поверхности их тел равно $18^2 \approx 3 \cdot 10^2$. Это хорошо согласуется с приведенным отношением количеств поглощаемой пищи: $3{,}4 \cdot 10^2$.

23. Очевидно, для того чтобы съесть человека, паук должен быть достаточно большим. Представим себе обычного паука длиной 2 см и человека ростом 180 см. Тогда, чтобы съесть человека, это страшное существо должно увеличиться в размерах в отношении примерно 100 : 1. Это приведет к увеличению объема паука, а следовательно, и его веса в $100^3 = 10^6$ раз. Площадь поперечного сечения, а следовательно, и прочность скелета возрастет при этом только в $100^2 = 10^4$ раз. Таким образом, скелет окажется способным нести только 1/100 часть веса. Какое-либо изменение площади поперечного сечения несущих конечностей (для увеличения их прочности) приведет к совершенно иным пропорциям воображаемого паука.

Возможно, что кто-то подумает, что нужные размеры могут быть достигнуты за счет использования воздушного пространства и тонких трубчатых подпорок. Однако такое существо было бы слишком хрупким, чтобы пожирать людей.

Учащиеся могут выразить сомнение в связи с тем, что в действительности мы имеем дело не со сплошными костями, а с трубчатыми конечностями, как у насекомых. Но если все размеры животного увеличиваются в 100 раз, то и *толщина* оболочки и *длина ее окружности* также должна увеличиться в 100 раз. Так как поперечное сечение материала, образующего трубку, равно толщине, умноженной на длину окружности, то увеличение каждого из этих размеров в 100 раз приводит к увеличению площади поперечного сечения (и прочности) в 100^2 раз. Для 2-сантиметрового паука, например, мы можем предположить, что диаметр его ног равен 0,5 мм и толщина «стенок» (хитин) 0,05 мм.

Для трубчатых структур площадь их поперечного сечения приближенно равна длине окружности, умноженной на толщину стенки. Таким образом, площадь поперечного сечения ног паука в данном случае будет равна $A = \pi dT = \pi \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}05 = 0{,}025\pi$ мм^2. Если наш паук увеличится в 100 раз, его объем и вес увеличатся в $100^3 = 10^6$ раз. Таким образом, если мы хотим, чтобы отношение прочности к весу увеличившегося паука осталось таким же, как у «нормального» паука, площадь поперечного сечения его ног в сравнимых точках должна быть равна $10^6 \cdot 0{,}025$ мм^2 $= 2{,}5 \cdot 10^4$ мм^2. Но, выдерживая масштабные соотношения, мы должны считать, что диаметр ноги будет равен только $100 \cdot 0{,}5$ мм$=50$ мм. Поэтому, если нога для обеспечения максимума прочности будет даже твердой (без мускулов и других тканей), то и в этом случае ее площадь поперечного сечения будет равна $A = \pi r^2 = \pi\,(25\text{ мм})^2 \approx 2 \cdot 10^3$ мм^2. Это результат далеко не обеспечивает необходимой прочности для увеличившегося паука. Мы должны заключить, что паук, увеличившийся в своих размерах в 100 раз, будет скорее походить на слоненка, чем на паука.

24. а) Если объем увеличивается в пять раз, то и вес шара также увеличится в пять раз. Прочность проволоки пропорциональна ее площади поперечного сечения, т. е. квадрату ее диаметра. Таким образом, диаметр проволоки должен увеличиться в $5^{1/2} = 2{,}24$ раза и быть равным 0,224 см.

б) Если диаметр шара увеличится в 5 раз, то его вес увеличится в 5^3 раз. Диаметр проволоки должен увеличиться в $(5^3)^{1/2} = 11{,}2$ раза и станет равным 1,12 см.

25. Если линейные размеры резервуара увеличиваются в 10 раз, то его вес увеличится в 10^3 раз. Площадь поперечного сечения столбов должна при этом увеличиться в 10^3 раз. Их диаметр должен увеличиться в $10^{3/2} = 31{,}6$ раза и будет равен 630 см. Резервуар сможет теперь вместить в 10^3 раз больше воды. Заметьте, что *высота* столбов не имеет значения. Их прочность зависит только от площади поперечного сечения.

ГЛАВА

5 ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

При описании движения в главах 5 и 6 используются идеи измерения времени и пространства, развитые в главах 2 и 3. В гл. 5 изучение кинематики ограничено лишь прямолинейным движением, и относящиеся сюда понятия, такие, как положение, перемещение, скорость, ускорение и т. п., определены для случая простого одномерного движения. В гл. 6 эти идеи распространяются также и на движение на плоскости и в пространстве.

По замыслу программы курса кинематика помещена именно в этом месте потому, что казалось целесообразным, с одной стороны, обеспечить предварительное ознакомление с механическими понятиями перед изучением динамики в части III, а с другой стороны, нарушить довольно давно укоренившуюся традицию в последовательности расположения материала, при которой, по чисто формальным соображениям, динамика излагалась непосредственно вслед за кинематикой. Некоторые понятия, вводимые в этой главе, используются в части II, а значительная часть материала вновь рассматривается в начале части III.

При изучении основных понятий кинематики в главах 5 и 6 от учащегося не требуется глубоких знаний по тригонометрии и вычислительных навыков; вместо этого при изложении упор делается на построение графиков. Дополняя аналитический метод при решении задач на различные виды движения, графический метод имеет перед ним большое преимущество, позволяя воссоздать «картину», которая в действительности наблюдается в кинематических задачах. На этой стадии обучения учащиеся должны уметь решать графически такие задачи, которые оказываются трудными для начинающих при решении их аналитическим методом.

Графический метод решения должен давать также и *количественное* приближение. Учащихся нужно приучить аккуратно вычерчивать графики и точно измерять наклон линий на графиках, а также площади, ограничиваемые той или иной кривой. Способность учащихся сопоставлять графический и аналитический методы должна возрастать по мере изучения этой главы, но в то же время не следует ожидать, что все учащиеся уже с самого начала могут свободно пользоваться чисто алгебраическими методами.

Краткое содержание главы 5

Основным содержанием этой главы является изложение понятий перемещения, скорости и ускорения применительно к прямолинейному движению. Мы начинаем со способа описания положения и изменения этого положения, т. е. с перемещения. Скорость, измеряющая быстроту изменения перемещения, вводится как естественная величина, характеризующая движение, и при этом подчеркивается ее графическая интерпретация. Перемещение, или изменение положения, определяется площадью на графике зависимости скорости от времени; скорость измеряется наклоном касательной к графику зависимости пройденного пути от времени.

Ускорение выражается через изменение скорости и графически определяется наклоном касательной к графику зависимости скорости от времени. Из методических соображений материал девяти разделов этой главы может быть сгруппирован в следующем порядке.

Раздел 5.1. В этом разделе рассматриваются различные способы описания положения объекта относительно некоторой начальной точки отсчета на прямой линии или относительно осей координат. Дается определение понятия изменения положения, или перемещения, выясняется смысл положительного и отрицательного перемещения для развития навыков в правильном описании движения вдоль траектории.

Разделы 5.2, 5.3. Здесь рассматриваются основные положения и определения, относящиеся к понятию скорости, и вновь вводится представление о знаке скорости. Перемещение как площадь на графике, выражающем зависимость скорости от времени, рассматривается для ряда частных случаев движения как с постоянной, так и с переменной скоростью.

Разделы 5.4—5.6. Более подробно излагается представление о графике зависимости положения объекта от времени и вводится понятие мгновенной скорости, определяемой по наклону касательной к этому графику. Рассматривается движение с постоянной скоростью, как с положительным, так и с отрицательным наклоном графика, а также движение с переменной скоростью.

Разделы 5.7, 5.8. Вводится понятие ускорения как изменения скорости в единицу времени и приводится его определение по наклону касательной к графику зависимости скорости от времени. Построение различных графиков служит основой для вывода многих полезных алгебраических соотношений, описывающих движение с постоянным ускорением.

Раздел 5.9. В этом разделе кратко излагается содержание всей главы и приводятся все наиболее важные определения.

План изучения главы 5

В главах 5 и 6 содержится большое количество нового и важного материала, для полного количественного понимания которого требуется много классного времени. Значительное время должно быть затрачено на решение задач как на классных, так и на внеклассных занятиях. С этой целью Руководство содержит некоторое количество дополнительных задач, которые могут быть использованы либо в качестве домашних контрольных задач, либо для обсуждения в классе. Обсуждению в классе, как правило, должно предшествовать чтение учащимися дома соответствующих разделов.

Разделы 5.1—5.3 содержат материал, который вполне может быть рекомендован учащимся для самостоятельного чтения. Разделы 5.4—5.6 содержат материал для повторного чтения, после того как некоторые идеи, изложенные в этих разделах, будут обсуждены в классе в процессе изучения ранее пройденных разделов. Изучение раздела 5.7 должно предшествовать классному обсуждению понятия ускорения. Можно, однако, провести также и классное обсуждение формул, приведенных в разделе 5.8, перед тем как давать их для самостоятельной проработки. В конце главы целесообразно потратить около двух часов на обзор и решение задач, что поможет учащимся легче справляться с задачами по кинематике как с помощью графиков, так и алгебраическим методом.

В табл. 10 приведен возможный план изучения этой главы, согласованный с общим планом изучения части I, приведенным в табл. 1 на стр. 270.

ТАБЛИЦА 10

Глава 5	6-недельный или 10-недельный план изучения части I		
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
5.1—5.3	2	0	—
5.4—5.6	2	1	I.5
5.7, 5.8	2	0	—
5.9	2	0	—

Дополнительные материалы к главе 5

Лаборатория. В опыте I.5 (*Движение. Скорость и ускорение*) используется отметчик времени с бумажной лентой, позволяющий получить данные для построения графиков зависимости пройденного пути, скорости и ускорения от времени. Этот опыт будет способствовать усвоению идей, развиваемых в гл. 5. Он может быть выполнен после того, как будет закончено изучение раздела 5.6. Указания к проведению опыта I.5 см. на стр. 417.

Домашние, классные и лабораторные задания. Следует пользоваться замечаниями к ответам, решениями, а также таблицей с указанием относительной трудности задач, приведенных на стр. 333.

5.1. Положение и перемещение вдоль линии

Цель. Ознакомить с методами определения положения и перемещения вдоль прямолинейной траектории.

Содержание. а) Положение точки на прямой по отношению к выбранному началу отсчета определяется значением координаты с указанием ее численной величины и знака (положительного или отрицательного) для характеристики направления вдоль прямой по отношению к началу отсчета.

б) Для описания движения вдоль заданной координатной оси удобно строить график зависимости положения от времени.

в) Перемещение, т. е. изменение положения, равно $x_2 - x_1$ и может быть как положительным, так и отрицательным.

Методические указания. Идея определения положения по отношению к началу отсчета при помощи положительных и отрицательных чисел (с соответствующими единицами измерения) является фундаментальной во всем разделе кинематики. Она должна быть естественно и легко воспринята большинством учащихся. Особое внимание должно быть уделено построению графика зависимости положения объекта от времени для описания его движения вдоль заданной координатной оси.

Перемещение, как изменение положения, должно иллюстрироваться как на координатной оси, так и на графике. Учащиеся должны усвоить, что перемещение может быть одним и тем же, независимо от того, в какой части координатной оси оно происходит.

Некоторые учащиеся могут испытывать затруднения в связи с тем, что им придется откладывать положение объекта по вертикальной оси графика, в то время как обычно прямолинейная траектория движения чертится горизонтально. Рассейте их

сомнения, построив координатные оси в различных направлениях, но всегда откладывая положение по вертикальной оси графика.

Надо быть уверенным в том, что учащиеся поняли, что перемещение может быть положительным или отрицательным, независимо от координат, определяющих положение объекта, которые могут быть положительными, отрицательными или иметь и тот и другой знак.

5.2. Скорость

5.3. Переменная скорость

Цель. Показать, что площадь, ограниченная графиком зависимости скорости от времени, определяет путь, пройденный при движении.

Содержание. а) $d=vt$, где $d=x_2-x_1$ и $t=t_2-t_1$.

б) Графики «скорость — время».

в) Полное перемещение может быть найдено по площади, ограниченной графиком зависимости скорости от времени. Различие между «перемещением» и «пройденным расстоянием».

г) Единицы измерения «площади» на графике «скорость — время».

д) Переход с использованием понятия предела от движения с постоянной скоростью к движению с непрерывно изменяющейся скоростью.

Методические указания. Изложенный здесь материал чрезвычайно важен и полностью должен быть изучен путем обсуждения, решения задач в классе, а также самостоятельного решения задач. Для первоначального обсуждения материала потребуется около двух часов. В конце главы необходимо вновь вернуться к его рассмотрению.

Эти два раздела должны рассматриваться как одно целое, так как, если графический метод будет применяться к задачам, в которых фигурирует лишь постоянная скорость, он может показаться ненужным обременением. Учащиеся должны ясно представлять себе, что графические приемы лежат в основе метода решения более сложных задач, которые не могут быть решены с помощью простых формул. В этих разделах предполагается, что понятие скорости уже знакомо учащимся. Они должны быть в состоянии подсчитать путь, пройденный автомобилем за полчаса, если он движется со скоростью 30 км/ч. Уравнение $d=vt$ вводится как краткий способ записи этого уже знакомого соотношения.

Построение графиков может производиться чисто механически, и поэтому учащиеся иногда не смогут ясно представить себе, что выражает собой тот или иной график, особенно когда график строится для таких, например, величин, как скорость и время. Для того чтобы быть уверенным в том, что учащиеся ясно представляют себе, что горизонтальная линия на рис. 5.4, *а* или *б*, означает движение автомобиля с постоянной скоростью, понадобится известное усилие. Всесторонне должен быть разобран более сложный случай движения, к которому относятся табл. 5.1 и рис. 5.5. Особо следует обратить внимание учащихся на то, что строится график зависимости скорости от времени, а не график зависимости, например, положения от времени.

Некоторые учащиеся могут спросить, как в движении, изображенном на рис. 5.5, автомобиль может мгновенно менять свою скорость от одного постоянного значения до другого. Реальный автомобиль при максимальном ускорении может увеличить свою скорость от 30 км/ч до 50 км/ч на самом деле не мгновенно, а за

несколько секунд, и так как этот процесс протекает, конечно, непрерывно, то реальный график движения может быть похож на график, изображенный на рис. 5.5. Учащиеся должны ясно представлять себе, что «площадь» под круто поднимающимся участком графика, хотя и не равна нулю, пренебрежимо мала по сравнению с остальной площадью, ограниченной графиком, так что приводимая здесь идеализация является вполне разумным упрощением. Если скорость

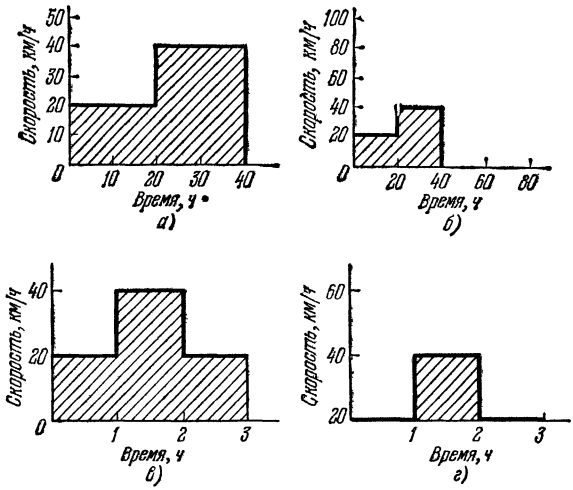


Рис. 21.

изменяется непрерывно, это ограничение снимается и можно рассматривать любое значение скорости.

Идея о том, что перемещение d может быть выражено через «площадь», ограниченную графиком зависимости скорости от времени, для большинства учащихся будет, по-видимому, новой. Для случая, когда скорость постоянна, эта идея совершенно тривиальна, но тем не менее заслуживает большого внимания, так как измерение «площади» при помощи единиц длины может вызвать некоторое недоумение. Учащимся нужно также помочь убедиться в том, что «площади», изображенные на рис. 21, *а* и *б*, на самом деле одинаковы. Различие в масштабах, использованных при построении, не должно сказываться на величине перемещения. Однако сомнение может вызвать другое обстоятельство. «Площадь», выражающая путь, пройденный при движении, представляет собой площадь между графиком скорости и осью абсцисс, соответствующей *нулевому* значению скорости (рис. 21, *в* и *г*). Как на рис. 21, *в*, так и на рис. 21, *г* изображены совершенно правильно построенные графики зависимости скорости автомобиля от времени. При взгляде на любой из этих графиков каждый без труда может найти значение скорости в любой момент времени. Однако для определения величины пройденного пути по измерению «площади» может быть использован только график на рис. 21, *в*. Это видно из того, что заштрихованные площади на обоих рисунках совершенно различны.

Следует привести несколько примеров, в которых скорость имеет или все время отрицательное значение, или как положительное, так и отрицательное (при

обратном перемещении) значения, для того чтобы учащиеся освоили графический метод определения отрицательного перемещения. Это будет новым и заинтересует многих учащихся, потребовав от них известной тренировки. На таких примерах удобно показать различие между общим перемещением во время движения (равным сумме площадей с учетом их знака) и общим расстоянием, пройденным во время движения (равным сумме площадей, рассматриваемых только как положительные, без учета знака).

Введение понятия скорости, которая равномерно изменяется со временем, является скорее естественным развитием предыдущего материала, чем чем-то существенно новым. Демонстрация того, что площадь на графике «скорость — время» выражает собой пройденный путь и при этом окончательный результат оказывается как бы «заключенным» между некоторыми двумя предельными значениями, является фундаментальной математической операцией, на которой уместно сделать здесь упор. Если в это время идея о пределах будет отчетливо усвоена, то дальнейший материал будет восприниматься значительно легче.

Развитие идеи о том, что пройденный при движении путь изображается «площадью» на графике «скорость — время», излагается в Учебнике в два приема. Сначала дается качественное представление о том, что некоторая кривая может быть аппроксимирована «ступенчатым» графиком по методу, описанному в разделе 5.1. Затем процесс «предельного перехода», который находит широкое применение в разделе 5.3, раскрывается более формально и более строго.

Многочисленные чертежи и рисунки на доске помогут учащимся лучше усвоить материал этих разделов. При обсуждении каждого нового примера, прежде чем переходить к более детальному анализу, учащиеся должны суметь объяснить, что происходит с движущимся телом. Не следует допускать, чтобы учащиеся забывали о том, что эти графики действительно позволяют судить о скорости движения автомобиля в каждый данный момент времени.

Рис. 5.7 показывает движение автомобиля со скоростью, равномерно возрастающей за первую часть промежутка времени. Случай, когда движение происходит с постоянным ускорением, особенно важен, так как именно он описывает падение тел вблизи земной поверхности и приближенно описывает многие другие движения. В этом примере для определения величины пройденного пути нужно вычислить площадь трапеций, что может быть сделано непосредственно.

Следует рассматривать также более сложные случаи, в которых «площадь» может быть определена путем подсчета числа клеточек. Если график тщательно вычерчен на миллиметровой бумаге и притом так, что «площадь» между линией графика и координатной осью включает в себя несколько сотен клеточек, то такой метод обладает достаточной точностью. Вероятно, у учащихся можно пробудить большой интерес, если потребовать от них ответ с точностью примерно в 0,3%.

При вычислении «площади», выражающей величину перемещения, по клеточкам или при ее измерении всегда следует обращать особое внимание на единицы. Если «площадь» выражает собой пройденное расстояние в км, то на графике скорость должна измеряться в км/ч, а время — в часах, и т. д. Эту идею можно внедрить в сознание учащихся, рассматривая, например, график, на котором скорость откладывается в км/мин, а время в часах. Вы увидите, как много учащихся будет испытывать затруднение при пересчете единиц времени, прежде чем они смогут определить «площадь». Прием, с помощью которого перемещение определяется по

величине площади под кривой, представляет собой простой способ получения результата, который иначе может быть получен только с помощью расчетов. Метод измерения «площади» имеет значительно более широкое применение, чем только определение перемещения по графику зависимости скорости от времени. В качестве простого примера вы можете решить в классе следующую задачу.

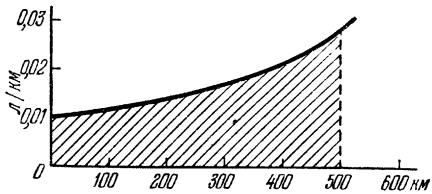


Рис. 22.

Автомобиль при движении потребляет 0,01 литра горючего на один километр. Если его запальные свечи загрязнены, то расход горючего на один километр возрастает (рис. 22). Сколько литров горючего будет израсходовано, если автомобиль пройдет 500 км?

Ответ. Заштрихованная площадь дает ответ (в км·л/км=л).

Если вы захотите рассмотреть в классе дополнительные задачи или предложить контрольные вопросы, то полезно дать следующие задачи.

А. Велосипедист едет по прямой дороге в течение 2 мин со скоростью +300 м/мин, затем в течение 3 мин со скоростью +500 м/мин. Как велик путь, пройденный велосипедистом?

Ответ. 2100 м.

Б. Велосипедист, начав движение, в течение 20 с равномерно увеличивал свою скорость до 10 м/с. Далее, в течение 20 с его скорость оставалась постоянной, а затем равномерно уменьшалась и через 30 с велосипедист остановился. Постройте для этого случая график зависимости скорости от времени и определите общее перемещение велосипедиста за все время движения.

В. Можно построить график, выражающий почти любой вид зависимости скорости от времени, и предложить учащимся определить путь, пройденный при таком движении. При этом определение перемещения за данный промежуток времени может оказаться более интересным, чем за все время движения, начиная с момента старта.

5.4. Анализ графика зависимости положения от времени

5.5. Наклон

5.6. Мгновенная скорость. Наклон касательной

Цель. Развить графический метод определения скорости по графику «положение — время» и показать, что мгновенная скорость определяется по наклону касательной к кривой в любой ее точке.

Содержание. а) Построение и интерпретация графиков «положение — время».

б) Отождествление наклона касательной к линии графика со скоростью.

в) Введение символа Δ («дельта»).

г) Мгновенная скорость определяется как предел средней скорости за малый отрезок времени, когда он становится сколь угодно малым.

Методические указания. Это очень важный материал и на его обсуждение в классе необходимо затратить по крайней мере два классных занятия. Отождествление скорости с наклоном касательной к кривой имеет значительно более глубокий смысл, чем просто указание на способ вычисления скорости. Труд, затраченный на освоение этого материала, поможет учащимся из-

бежать ошибок в их дальнейшей работе и не смешивать понятия скорости и ускорения. Опыт 1.5 имеет значение для всего раздела 5.6. Интерпретация графиков «положение — время» лучше всего может быть осуществлена, если все время перед учащимися ставить вопрос о том, что происходит с автомобилем в каждый данный момент времени, соответствующий определенному положению на графике. В качестве основы для исследования физической ситуации, описываемой графиком, можно использовать график, изображенный на рис. 23.

Кто из трех людей движется быстрее всех? — *Б*.

Встречаются ли все трое в одной точке на дороге? — Нет.

Когда *Б* проходит мимо *А*, где находится *В*? — На расстоянии примерно 1 км сзади них.

Какой путь проделал *Б* за время, прошедшее с момента, когда он догнал *В*, до момента, когда он догнал *А*? — Около 2 км.

Кто из них был на велосипеде? — *Б* должен был ехать, чтобы покрыть расстояние в 9 км за 0,8 ч. Так как скорость *В* равна примерно 5 км/ч, то он по крайней мере должен был бежать. *А* мог идти прогулочным шагом, так как его скорость была около 1,5 км/ч.

После того как класс достаточно поработает с графиками «положение — время», можно начертить на доске график, используя только числа без указания единиц измерения (км или км/ч) на оси ординат. Задайте вопрос относительно скорости автомобиля в различные моменты времени. Некоторые учащиеся будут готовы дать ответ, следуя предыдущему примеру, однако более осторожные потребуют от вас разъяснения по поводу того, что представляет собой вертикальный масштаб.

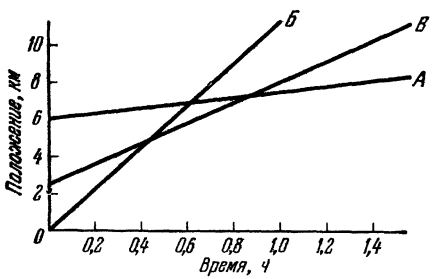


Рис. 23.

В некоторых классах могут быть затруднения с графиками, построенными в разных масштабах. Для разъяснения этого вопроса постройте два отдельных графика, таких, как, например, на рис. 24 и 25, и спросите, какой автомобиль движется быстрее.— Автомобиль *Б* имеет более «крутой» график, но проходит за 0,2 ч только 15 км. Следовательно, его скорость равна 75 км/ч, в то время как автомобиль *А* проходит 30 км за 0,3 ч со скоростью 100 км/ч.

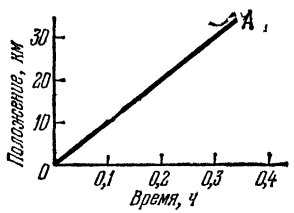


Рис. 24.

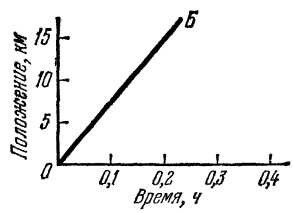


Рис. 25.

Неоднократно подчеркните различие между скоростью, выраженной только ее численным значением, и скоростью, охарактеризованной не только числом, но и направлением. Термин «скорость» часто используется, когда хотят указать только

величину скорости, которая всегда положительна, подобно той, которую показывает спидометр. В то же время «скорость», определяемая по наклону касательной к линии графика, является величиной направленной, и ее знак не всегда положителен, так как наклон касательной может быть и положительным, и отрицательным.

В тексте Учебника проводится тщательное различие между скоростью, постоянной по величине и направлению, и скоростью, изменяющейся как по величине, так и по направлению. Это различие обсуждается в разделах 5.4 и 5.5 и дальше, в разделе 5.6. В более успевающих классах некоторые преподаватели могут не придерживаться этого порядка и с самого начала рассматривать график, подобный приведенному на рис. 26, содержащий, например, участок *1*, соответствующий остановке автомобиля. Учащиеся должны быть в состоянии ответить на вопросы: «Когда автомобиль движется быстрее? Когда медленнее?» и т. д.

Если предыдущие разделы были хорошо усвоены учащимися, то им будет нетрудно понять основные идеи, изложенные в разделе 5.6. От графика на рис. 27, *а* осуществляется непосредственный переход к графику на рис. 27, *б*, и учащиеся могут быть подготовлены к представлению о «касательной» без того, чтобы пользоваться идеей «увеличительного стекла». Конечно, они должны быть в состоянии определить, в какое время на рис. 27, *б* автомобиль движется быстрее и в какое медленнее. Для того чтобы ответить на такой вопрос применительно к двум точкам *1* и *2*, они проведут соответствующие касательные к линии графика.

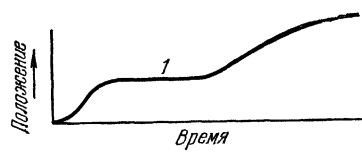


Рис. 26.

Возможно, у учащихся возникнут трудности в процессе перехода к пределу с помощью «увеличительного стекла» и у них появится мысль, что можно получить лишь приближенный результат. Им следует разъяснить, в чем состоит метод определения наклона, который может быть определен с любой желаемой степенью точности (в пределах ошибки результата опыта). Для данной математической функции наклон касательной может быть найден точно путем вычисления.

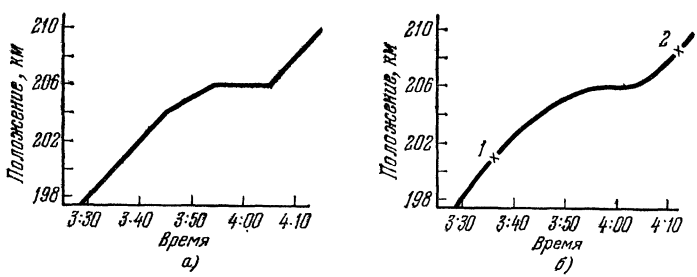


Рис. 27.

В классе нужно иметь достаточное количество заранее заготовленных графиков. При этом по возможности нужно отбирать наиболее интересные задачи. С помощью графика, изображенного на рис. 28, можно описать определенный вид движения. Например, это может быть автомобильная поездка. Используя разные масштабы для положения и для времени, с помощью такого графика можно описать движение брошенного камня. График может быть вычерчен аккуратно или

может быть сделан в эскизной манере (с не очень сильно меняющимся наклоном). Обратите внимание на то, что график на рис. 28 представляет собой движение «туда и обратно». Измеряя наклон касательной, учащиеся могут построить график «скорость — время», подобно тому как это сделано на рис. 29. Затем, подсчитав число клеточек и вычислив площадь, они могут определить перемещение, например, за время от 10:00 до 11:00. Это послужит проверкой их графика и будет тесно связано с материалом, уже изложенным ранее в разделе 5.2, относящемся к «площади» под кривой, соответствующей отрицательным значениям скорости.

Некоторые учащиеся испытывают затруднения в том, как проводить касательную к кривой на графике.

Простой метод построения касательной, который может заинтересовать некоторых учащихся, состоит в следующем. (Этот метод основан на проведении перпендикуляра к кривой в данной точке. Касательная проводится под прямым углом к перпендикуляру.) Поместите плоское зеркало приблизительно перпендикулярно к линии графика в той точке P, к которой нужно провести касательную (рис. 30). Поворачивайте слегка зеркало вокруг точки P до тех пор, пока график и его зеркальное изображение не будут представлять собой плавную, непрерывную линию. По краю зеркала проведите прямую линию. Перпендикуляром к этой линии и будет касательная к кривой в данной точке.

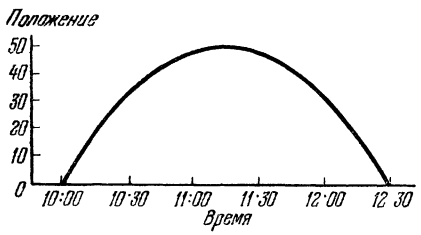


Рис. 28.

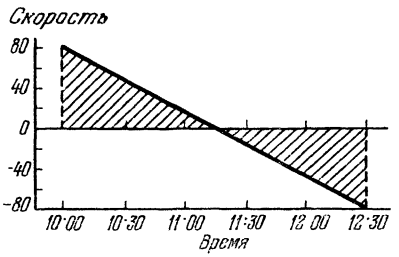


Рис. 29.

Конец раздела 5.6 посвящен различию между средней скоростью и мгновенной скоростью. В примерах, рассматриваемых в курсе, это различие не очень существенно. Допустим, что кто-то знает, что когда он смотрит на спидометр автомобиля, он измеряет скорость в данный момент времени, т. е. величину мгновенной скорости; если при этом он говорит, что в среднем ехал со скоростью в 40 км/ч на протяжении 400 км, то это значит, что он ехал десять часов и за это время, по-видимому, очень редко его скорость составляла в точности 40 км/ч. (Если вашим учащимся нравятся подобные задачи, спросите их, всегда ли автомобиль будет иметь скорость, в точности равную 40 км/ч, если на протяжении 400 км его средняя скорость составляла 40 км/ч. Ответ будет положительным, если автомобиль не может изменять свою скорость скачкообразно.) Мгновенная скорость — это средняя скорость, определяемая для очень малого промежутка времени, причем настолько малого, что любыми изменениями скорости в пределах этого промежутка можно пренебречь. Классиче-

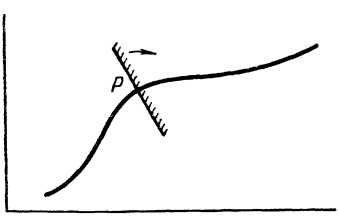


Рис. 30.

ским вопросом, связанным с понятием средней скорости, является следующий: на протяжении 60 км путешественник первые 30 км ехал со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью он должен был ехать следующие 30 км, чтобы его средняя скорость составила 60 км/ч? Ответ, конечно, гласит, что скорость должна быть бесконечно велика, так как необходимый для усреднения час уже был израсходован.

В качестве контрольных можно предложить классу решить следующие задачи.

А. Автомобиль проезжает мимо дорожных столбов в определенное время и движется между ними с постоянной скоростью (табл. 11).

ТАБЛИЦА 11

Надпись на дорожном столбе, км	Время	Ответ
0	3 ч 15 мин 04 с	а) 15—25; 60 км/ч
10	3 ч 30 мин 04 с	б) 20 мин
15	3 ч 37 мин 34 с	в) у 10-го столба при поездке в прямом направлении
15	3 ч 57 мин 34 с	г) 4 ч 07 мин 34 с
25	4 ч 07 мин 34 с	д) 28,5 км/ч; 27,3 км/ч или —27,3 км/ч
20	4 ч 17 мин 34 с	
10	4 ч 32 мин 34 с	
0	5 ч 02 мин 34 с	

а) Между какими столбами автомобиль двигался с наибольшей скоростью? Чему равна эта скорость?

б) Сколько времени автомобиль стоял?

в) У какого столба скорость автомобиля не изменялась?

г) Когда автомобиль начал двигаться в обратном направлении?

д) Какова была средняя скорость движения автомобиля в прямом направлении? В обратном?

Ответ. См. табл. 11.

Если вы хотите дать задачу с непрерывно изменяющейся скоростью, то нужно сделать соответствующие этим задачам графики. Вариантов здесь может быть неограниченное число. Приведем один из возможных примеров.

Б. Положение велосипедиста на дороге в различные моменты времени определяется приводимым на рис. 31 графиком.

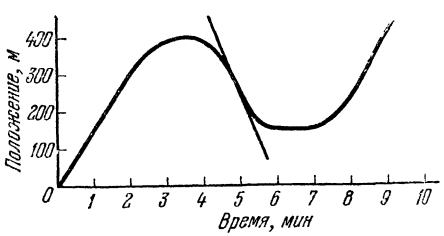


Рис. 31.

а) В каком интервале времени скорость велосипедиста постоянна? Чему равна эта скорость?

б) Когда велосипедист останавливался?

в) В какой момент времени величина скорости велосипедиста (независимо от ее направления) была наибольшей? Чему она была равна в этот момент?

Ответ. а) От 0 до 2 мин, 150 м/мин; от 6 до 7 мин, 0 м/с. б) В момент времени, соответствующий 3,6 мин, а также между 6 и 7 минутами. в) По истечении 5 мин; —240 м/мин.

5.7. Ускорение

Цель. Ввести понятие ускорения для одномерного движения и показать, что ускорение в любой момент времени может быть определено по наклону касательной к графику «скорость — время» в данной точке.

Методические указания. Очень важно хорошо понять, что такое ускорение. Прежде чем приступать к изучению раздела 5.8, необходимо весьма основательно проработать этот раздел. Если учащиеся хорошо усвоили материал разделов 5.4 и 5.5, изучение этого раздела пойдет довольно быстро. Надо быть уверенным в том, что учащиеся понимают различие между «скоростью» и «ускорением», так как в обычном разговоре эти слова часто смешиваются. Многие учащиеся сразу не поймут сущность ускорения. Они будут путать скорость с ускорением и использовать единицы скорости для измерения ускорения. «Быстроходный» автомобиль в состоянии сразу набрать скорость, что, однако, совсем необязательно (примером тому могут служить некоторые марки автомобилей). Для того чтобы уяснить различие между скоростью и ускорением, в этом разделе иногда используются смешанные единицы времени для описания ускорения «километр в час за секунду». При этом высказывается надежда, что это будет фиксировать внимание учащихся на том, что ускорение показывает, насколько быстро изменяется скорость. Внимание к единицам измерения в этом разделе представляет собой дело первоочередной важности. Вы можете рекомендовать обратиться к замечаниям о применении смешанных единиц как в тексте Учебника, так и Руководстве (см. стр. 332).

Переход от качественных рассуждений к уравнению

$$a=(v_2-v_1)/(t_2-t_1)=\Delta v/\Delta t$$

должен осуществиться легко, так как все вопросы, связанные с соотношением между скоростью и временем, уже были рассмотрены раньше.

Переход от постоянного ускорения к непрерывно изменяющемуся ускорению в Учебнике изложен кратко, и поэтому на классных занятиях его можно несколько расширить. Кроме того, на классных занятиях следует также повторить идею «увеличительного стекла».

Учащиеся могут встретиться с трудностями при определении знака ускорения. Каково ускорение автомобиля, у которого за 10 с скорость изменилась от —20 км/ч до —30 км/ч? Ответ гласит: —1 км/ч за секунду. Вначале может показаться парадоксальным, что автомобиль, скорость которого увеличивается (как это видно по спидометру), имеет отрицательное ускорение. Но ведь и акционерное общество, у которого за один год долг возрос с 10 000 долларов до 20 000 долларов, денег не делает!

Для контроля можно предложить учащимся следующие задачи.

А. а) Автомобиль движется со скоростью +56 км/ч. Спустя одну секунду его скорость равна +58 км/ч. Чему равно ускорение автомобиля вдоль дороги?

б) Автомобиль движется со скоростью +56 км/ч. Спустя одну секунду его скорость оказалась равной +54 км/ч. Чему равно его ускорение вдоль дороги?

в) Если скорость автомоблия —56 км/ч, а через одну секунду она стала равной —58 км/ч, то чему равно его ускорение?

Ответ. а) 2 км/(ч·с). б) —2 км/(ч·с). в) —2 км/(ч·с).

Б. В разделе ДКЛ имеется несколько задач, в которых используется понятие постоянного ускорения. Простые варианты этих задач подходят для контрольных вопросов.

В. На рис. 32 приведен график «скорость — время».

а) Укажите, в какой момент времени ускорение имеет наибольшее положительное значение; наибольшее отрицательное; значение, равное нулю.

б) В течение какого отрезка времени ускорение остается постоянным? Чему оно равно?

Ответ. а) *A*; *B*; *C*. б) Ускорение остается постоянным в течение промежутка времени между сороковой и шестидесятой секундами и равно $-50/20=$ $=-2{,}5$ км/(ч·с). Это соответствует наибольшему отрицательному ускорению.

Г. На рис. 33 приводится график «положение — время». Укажите, в каких из отмеченных точек *A*, *B*, *C*, *D* ускорение будет положительным, отрицательным или равным нулю.

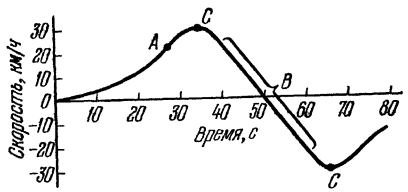


Рис. 32.

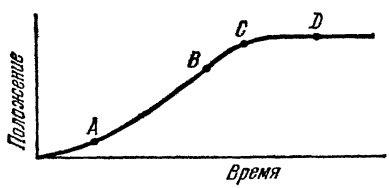


Рис. 33.

Ответ. В точке *A* ускорение положительно, в точке *B* — равно нулю, в *C* — отрицательно, в *D* — равно нулю.

5.8. Основные соотношения для движения с постоянным ускорением

Цель. Получить алгебраические уравнения для движения с постоянным ускорением.

Содержание. а) $v_к - v_н = a(t_к - t_н) = at$.

б) $d = (v_к + v_н)t/2$.

в) $v_к^2 = v_н^2 + 2ad$.

г) $d = v_н t + at^2/2$.

д) Переход от одних единиц измерения к другим.

Методические указания. Самое главное — это понимание, а не запоминание. Используйте полностью одно занятие для того, чтобы быть уверенным в том, что учащиеся поняли выводы формул.

Хотя «формулы» для движения с постоянным ускорением и очень полезны, все же не они являются главным содержанием главы. Очень часто учащиеся запоминают выражение $d = at^2/2$ как одну из формул физики, но не могут вспомнить, в каких случаях она применима. Так как задачи, связанные с постоянным ускорением, встречаются довольно часто, то само по себе запоминание этой формулы не является порочным, если оно связано с пониманием существа дела. В этом случае формулы используются более продуктивно, чем при механическом запоминании. Частным случаем приведенных выше уравнений является соотношение, описывающее движение из состояния покоя, когда при $t=0$ $v_н=0$. Тогда

$$v_к = at_к = at, \qquad v_к^2 = 2ad, \qquad d = at_к^2/2 = at^2/2.$$

Часто бывает полезно обратить внимание на то, с каким именно интервалом времени связана та или иная скорость. В этом случае в формулах следует писать вместо t разность $t_к - t_н$, как это сделано выше. Для краткости в Учебнике промежуток времени $t_к - t_н$ обозначается просто через t: $t_к - t_н = t$. Эта форма записи более употребительна. Однако обе формулы записи равнозначны.

Формулы полезны и они очень привлекательны для учащихся. Чтобы избежать опасности замены понимания механическим заучиванием формул, помогите учащимся вспомнить основные идеи главы, решая с ними некоторые задачи из раздела ДКЛ, которые явно связаны с постоянным ускорением, и при этом используйте графические приемы. Вы можете удивить их, а возможно, и самих себя, обнаружив, насколько быстро, легко и непосредственно графические приемы позволяют вспомнить нужный материал.

Переход от одних единиц измерения к другим. Переход от одних единиц к другим всегда вызывает затруднения у начинающих (да и не только у начинающих) изучать физику. Обычно пользуются тремя методами: 1) последовательного преобразования единиц, 2) подстановки единиц и 3) сокращения единиц. Рассмотрим, например, такую задачу. Какова скорость движения Земли по орбите, выраженная в м/с?

1. Примером использования метода последовательного преобразования единиц может служить следующее рассуждение.

Земля проходит $2\pi \cdot 93 \cdot 10^6$ миль в г ч. Следовательно, она проходит

$$2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot 5280 \text{ футов в год} = 2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot 5280 \cdot 12 \text{ дюймов в год} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot 5280 \cdot 12}{39{,}37} \text{ метров в год} = \frac{2\pi \cdot 93 \cdot 5{,}28 \cdot 10^9 \cdot 12}{39{,}37 \cdot 365{,}25} \text{ метров в день} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 93 \cdot 5{,}28 \cdot 10^9 \cdot 12}{39{,}37 \cdot 365{,}25 \cdot 24} \text{ метров в час} = \frac{2\pi \cdot 93 \cdot 5{,}28 \cdot 10^9 \cdot 12}{39{,}37 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60} \text{ метров в минуту} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 93 \cdot 5{,}28 \cdot 10^9 \cdot 12}{39{,}37 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ метров в секунду,}$$

т. е. $2{,}98 \cdot 10^4$ метров в секунду (≈ 30 км/с).

Задача решена, когда произведены все вычисления, т. е. выполнено умножение и деление. А какой результат (больший или меньший) был бы получен на основании интуитивных соображений?

2. В качестве примера использования метода подстановки единиц (применяемого в Учебнике) можно привести следующие рассуждения. Земля проходит $2\pi \cdot 93 \cdot 10^6$ миль в год. Отметим прежде всего, что эта физическая величина, именно скорость, получена путем умножения числа $2\pi \cdot 93 \cdot 10^6$ на старомодную единицу скорости 1 миля/1 год: $2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot 1$ миля/1 год. Но

$$1 \text{ год} = 365{,}25 \text{ дня} = 365{,}25 \cdot 1 \text{ день}, \quad 1 \text{ день} = 24 \text{ часам} = 24 \cdot 1 \text{ час},$$
$$1 \text{ час} = 3\,600 \text{ секундам} = 3\,600 \cdot 1 \text{ секунду}.$$

Подстановка дает

$$1 \text{ год} = 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3\,600 \cdot 1 \text{ секунду}.$$

Подобным же образом:

$$1 \text{ миля} = 5\,280 \cdot 12 \cdot 1 \text{ дюйм}, \quad 1 \text{ метр} = 39{,}37 \cdot 1 \text{ дюйм},$$

или

$$1 \text{ дюйм} = (1/39{,}37) \cdot 1 \text{ метр}.$$

Следовательно,

$$1 \text{ миля} = 5\,280 \cdot 12 \cdot (1/39{,}37) \cdot 1 \text{ метр}$$

Окончательно, скорость Земли равна

$$2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot \frac{5\,280 \cdot 12 \cdot (1/39{,}37) \cdot 1 \text{ метр}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3\,600 \cdot 1 \text{ секунду}} = \frac{2\pi \cdot 93 \cdot 10^9 \cdot 5{,}28 \cdot 12}{39{,}37 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3\,600} \text{ метров в секунду.}$$

3. Метод сокращения единиц основан на том, что любая физическая величина может быть умножена на единицу без изменения ее численного значения. Если 1 м=39,37 дюйма, то

$$\frac{39{,}37 \cdot 1 \text{ дюйм}}{1 \text{ метр}} = \frac{1 \text{ метр}}{39{,}37 \cdot 1 \text{ дюйм}} = 1.$$

Замена единиц производится умножением на «цепочку» из множителей, равных 1:

$$2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot \frac{1 \text{ миля}}{1 \text{ год}} \cdot \frac{1 \text{ год}}{365{,}25 \cdot 1 \text{ день}} \cdot \frac{1 \text{ день}}{24 \cdot 1 \text{ час}} \cdot \frac{1 \text{ час}}{3\,600 \cdot 1 \text{ секунда}} \cdot \frac{5\,280 \cdot 1 \text{ фут}}{1 \text{ миля}} \cdot \frac{42 \cdot 1 \text{ дюйм}}{1 \text{ фут}} \cdot \frac{1 \text{ метр}}{39{,}37 \cdot 1 \text{ дюйм}}.$$

Окончательно, после сокращения всех одинаковых единиц, получаем

$$\frac{2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \cdot 5\,280 \cdot 12}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3\,600 \cdot 39{,}37} \text{ метров в секунду,}$$

как и раньше. Обычно вычисление записывается короче:

$$2\pi \cdot 93 \cdot 10^6 \frac{\text{миль}}{\text{год}} \cdot \frac{1 \text{ год}}{365{,}25 \text{ дня}} \cdot \frac{1 \text{ день}}{24 \text{ часа}} \cdot \frac{1 \text{ час}}{3\,600 \text{ секунд}} \cdot \frac{5\,280 \text{ футов}}{1 \text{ миля}} \cdot \frac{12 \text{ дюймов}}{1 \text{ фут}} \cdot \frac{1 \text{ метр}}{39{,}37 \text{ дюймов}} \text{ и т. д}$$

Каждый метод имеет свои достоинства и недостатки. Метод последовательного преобразования единиц наиболее удобен для решения простых задач, но он часто приводит к ошибкам. Конечно, учащиеся должны уметь решать простые задачи по этому методу, прежде чем использовать другие методы. Метод подстановки единиц реже приводит к ошибкам и позволяет следить за вычислениями. «Сокращение единиц» представляет собой довольно формальный процесс, но зато меньше всего приводящий к ошибкам и при решении сложных задач ускоряющий расчеты.

На преобразование единиц неизбежно должно быть затрачено некоторое время и, пожалуй, лучше всего, если это будет сделано именно в этом месте курса.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

В табл. 12 все задачи распределены по степени их трудности и по разделам, к которым они относятся. Те задачи, которые специально подобраны для классного обсуждения, выделены в особый столбец. Задачи, особо рекомендуемые, отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 12

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
5.1, 5.2	1	3#	2, 4		3#
5.3	5	6#, 9	7#	8#	6#, 8#
5.4, 5.5	10	11, 12	13, 14		14
5.6	15	17	16		16
5.7	18	20#	19, 21#, 22#		19, 21#, 22#
5.8, 5.9	23		24#, 25, 27#, 29	26, 28	24#, 27#

Краткие ответы

1*. а) 120 км; б) 20 км.

5*. График (*а*).

10*. Нет, не соответствует. Из графика следует, что между $t=2$ ч и $t=3$ ч автомобиль находится в двух различных положениях.

15*. $v_{ср}=0{,}48$ м/с.

18*. Скорость обращается в нуль при $t=67$ с; ускорение нигде не обращается в нуль.

23*. В правой, прямолинейной, части графика.

Ответы с указаниями и решениями

2. а) См. рис. 34.

б) Автомобиль, едущий со скоростью 50 км/ч, затрачивает на поездку 80/50= =1,6 ч. Другой автомобиль, едущий со скоростью 60 км/ч, затрачивает на поездку

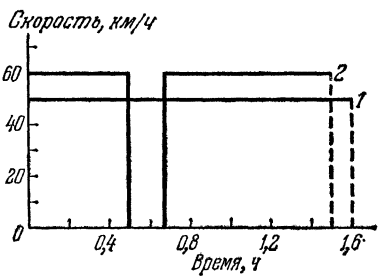


Рис. 34.

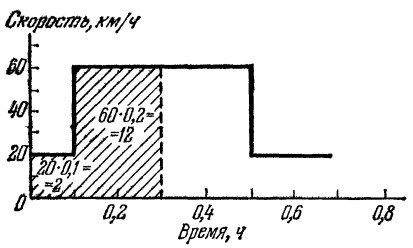


Рис. 35.

80/60=4/3 ч. Так как он, кроме того, останавливается на 1/6 ч, то полное время, затраченное этим автомобилем, равно 4/3+1/6=1,5 ч. Таким образом, несмотря на стоянку, второй автомобиль первым достигнет пункта назначения.

3. а) $d=v\cdot t$; $d=20$ км/ч$\cdot 0{,}1$ ч$=2$ км.

б) $d=v\cdot t$; $d_1=2$ км, $d_2=60\cdot 0{,}4=24$ км, $d_3=0{,}2\cdot 20=4$ км, $d=d_1+d_2+d_3=$ $=30$ км.

в) См. рис. 35.

г) Автомобиль за 0,1 часа проходит путь в 2 км (рис. 35). Он должен пройти еще 12 км. При скорости 60 км/ч для этого ему потребуется 0,2 ч ($t=d/v=$ $=12/60=0{,}2$ ч). Таким образом, автомобиль пройдет 14 км спустя 0,2+0,1=0,3 ч после начала движения.

д) Площадь, соответствующая пути в 14 км, заштрихована на графике.

4. а) Животное проплывает расстояние, равное длине своего тела, за время восьми интервалов. Это время равно $8\cdot 1/24$ с$=1/3$ с. Отсюда скорость движения дельфина равна 1,9/0,33=5,7 м/с (около 20 км/ч).

б) Скорость была бы той же самой. Время, которое измеряется в действительности,— это время, необходимое для того, чтобы тело дельфина прошло через кадр. Это время не зависит от направления, в котором дельфин пересекает линию зрения.

6. Эта задача является упражнением в построении графика «скорость —время» и определении пройденного пути по методу вычисления «площади».

а) При тщательном построении графика на нем можно прочесть, что скорость в момент времени 2,6 с будет равна 16,2 м/с, а в момент времени 4,8 с — 21,5 м/с (рис. 36).

б) Из графика видно, что общий путь (заштрихованная площадь), пройденный между указанными моментами времени, будет равен $16{,}2\cdot(4{,}8-2{,}6)=35{,}6$ м (площадь прямоугольника) плюс $^1/_2\cdot(4{,}8-2{,}6)\cdot(21{,}5-16{,}2)=5{,}8$ м (площадь треугольника), т. е. всего 41,4 м.

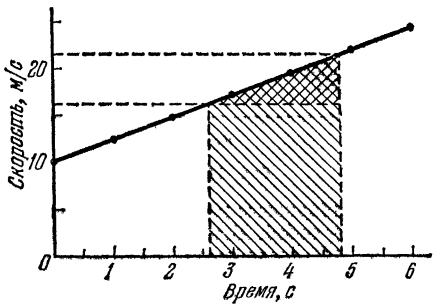


Рис. 36.

7. Эта задача требует от учащегося умения произвести вычисление площади, для того чтобы найти пройденный путь из графика «скорость — время».

Шесть минут — это 0,1 часа. «Площадь», ограниченная графиком (см. рис. 5.36) в пределах от 0 до 0,1 часа, равна 4,53 км.

Пожалуй, самый непосредственный путь определения площади состоит в подсчете числа больших клеточек (их 38) и затем маленьких. «Площадь» каждого большого квадрата равна 0,1 км, что дает 3,8 км. Далее имеется около 182 маленьких клеточек, полностью укладывающихся под линией графика. Так как «площадь» каждого маленького квадратика равна 0,004 км, то $182\cdot0{,}004$ дает 0,73 км. Окончательный результат будет равен $3{,}8+0{,}73=4{,}53$ км. При таком подсчете ошибка не превышает 10 маленьких квадратиков или 0,04 км, что составляет около 4%.

Некоторые учащиеся для определения площади могут воспользоваться правилом Симпсона. Хорошо, если они уже умеют им пользоваться, но обучать этому правилу не следует.

8. а) Автомобили будут иметь равные скорости через 0,0067 или 2/300 часа, после того как автомобиль *А* отъедет от светофора. Это время соответствует точке пересечения графиков.

б) Прежде всего следует отметить, что площадь под линией графика для автомобиля *Б* больше, чем для автомобиля *А*. Следовательно, автомобиль *Б* за то же время пройдет больший путь. Действительно, автомобиль *Б* прошел путь в 2 раза больший, чем автомобиль *А*. Автомобиль *Б* прошел $40\cdot2/300=4/15$ км. Автомобиль *А* прошел путь $^1/_2\cdot40\cdot2/300=2/15$ км. Следовательно, автомобиль *Б* будет на $2/15=0{,}13$ км впереди автомобиля *А*.

в) Совершенно ясно, что по истечении 0,01 часа площадь, ограниченная графиком автомобиля *Б*, будет больше площади, ограниченной графиком автомобиля *А*. Автомобиль *Б* пройдет путь, равный $0{,}010\cdot40=0{,}4$ км; автомобиль *А* пройдет путь, равный $^1/_2\cdot0{,}010\cdot60=0{,}3$ км. Следовательно, автомобиль *Б* будет впереди автомобиля *А* на 0,10 км.

г) Ответ на этот вопрос может быть получен разными путями, но самый легкий из них, пожалуй, следующий: автомобиль *А* нагонит автомобиль *Б* тогда, когда площади под соответствующими графиками будут равны между собой. По истечении 0,010 часа «площадь» под графиком *Б* больше «площади» под графиком *А* на 0,10 км. В дальнейшем площади между графиками будут различаться между собой на величину, равную 20 км/ч·(промежуток времени). Для того чтобы эта разница составляла 0,10 км, промежуток времени должен быть равным $t=0{,}10$ км/20 км/ч=0,005 ч. Таким образом, автомобиль *А* нагонит автомобиль *Б* через $0{,}010+0{,}005=0{,}015$ ч.

д) За 0,015 ч автомобиль *Б* пройдет путь, равный 0,015·40=0,6 км. Если выполнить все операции с графиком достаточно точно, то мы найдем, что и автомобиль *А* пройдет такой же путь.

9. Милицейская машина должна пройти такой же общий путь, как и первый автомобиль, чтобы догнать его, и должна, следовательно, развить бо́льшую скорость. Поэтому площадь *OCDT*, которая выражает путь, пройденный милицейской машиной в момент, когда она нагнала едущий автомобиль, должна быть равна площади *OABT*, выражающей путь, пройденный этим автомобилем (рис. 37). После сигнала милицейской машины оба автомобиля снизили свою скорость до нуля,

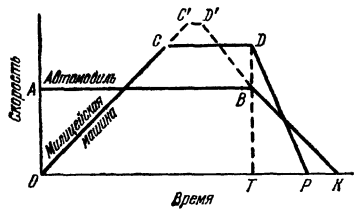


Рис. 37.

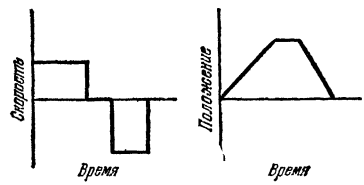


Рис. 38.

пройдя одинаковые расстояния. Поэтому площади *PDT* и *KBT* должны быть равны между собой. Возможны также и другие решения, как, например, *OABT*= =*OC'D'BT*, после чего оба автомобиля останавливаются в одно и то же время *K*. Эта задача должна решаться после задачи 8.

11. См. рис. 38.

12. Эта задача является упражнением на определение наклона прямой линии. Особое внимание должно быть обращено здесь на единицы измерения.

а) Автомобиль прошел 60 км за 1 ч. Таким образом, наклон равен 60 км/ч. Может быть, имеет смысл указать на то, что автомобиль за время от 0,2 до 0,5 ч проходит расстояние от 12 км до 30 км, т. е. за время 0,3 ч проходит расстояние 18 км, что снова приводит к значению наклона, равному 60 км/ч.

б) В этом случае наклон является безразмерной величиной. График поднимается от 2 до 6 единиц по вертикали при перемещении по горизонтали на 6 единиц, т. е. на 4 единицы за 6 единиц. Наклон равен 2/3 «единиц за единицу» или просто 2/3.

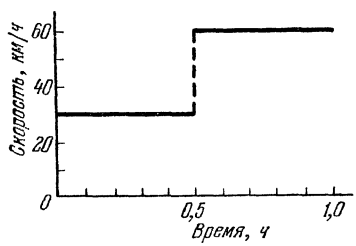


Рис. 39.

в) Интервалу в 3 литра соответствует подъем графика на 45 км. Таким образом, график имеет наклон 15 км/л. Очевидно, этот график выражает зависимость между пройденным расстоянием и количеством бензина, потребляемого автомобилем. Таким образом, наклон графика характеризует «скорость», с какой автомобиль потребляет бензин, в км/л.

г) Человек, находящийся на диете, похудел и его вес уменьшился от 90 кГ до 86 кГ за 2,5 недели. Наклон графика «вес — время» равен — 1,6 кГ/неделя. Обратите внимание, что обычно человек в этом случае скажет, что он потерял за одну неделю 1,6 кГ. Таким образом, отрицательный знак в этом случае эквивалентен слову «потерял». Необходимо указать, как обычно понятие «наклона» используется в повседневной жизни.

13. Для первой половины часа график имеет постоянный наклон, указывающий на движение с постоянной скоростью (рис. 39). Так как автомобиль прошел 15 км за 0,5 ч, то его скорость была равна 30 км/ч. За вторую половину часа он прошел расстояние от 15 км до 45 км, т. е. 30 км. Следовательно, его скорость была равна 60 км/ч.

14. Наклон прямых участков графика (рис. 40) соответствует скорости 7,5; 20,4 и 15 км/ч. Дорога от дома Джона имеет на протяжении 3 км легкий подъем, затем на протяжении 2 км вплоть до дома Тома более крутой спуск.

16. а) Ответ на первый вопрос будет получен при определении времени, соответствующего наиболее крутому наклону графика. Момент времени, в который автомобиль движется с наибольшей скоростью, оказывается при этом равным примерно 0,45 ч.

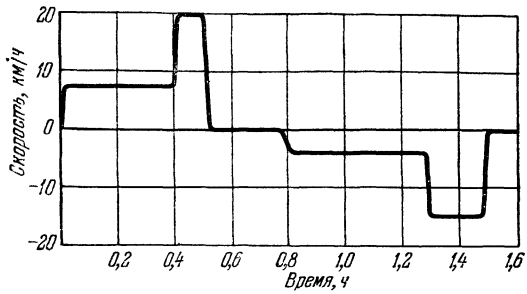


Рис. 40.

б) Линия наклона определяется касательной к кривой, проведенной в точке, соответствующей полученному в п. а) времени. Этот наклон дает значение примерно 30 км за 0,4 ч, что соответствует скорости около 75 км/ч. Точность здесь невелика.

в) К моменту времени 0,7 ч наклон линии графика показывает значение скорости, равное примерно 8 км/ч.

г) В течение первых 0,7 ч автомобиль прошел 17,5 км. Следовательно, его средняя скорость была равна 25 км/ч. Заметьте, что эта скорость *не равна половине* его конечной скорости, что было бы справедливо *только* для движения с постоянным ускорением. В данном случае это не имеет места.

17. Поезд, двигаясь со скоростью 60 км/ч, проходит за 0,52 часа расстояние, равное 31,2 км. В следующий отрезок времени он проходит 7,2 км и, наконец, еще 49,7 км. Общее расстояние, пройденное поездом за 1,47 часа, равно 88,1 км. Средняя скорость за время поездки равна 88,1 км : 1,47 ч=60 км/ч.

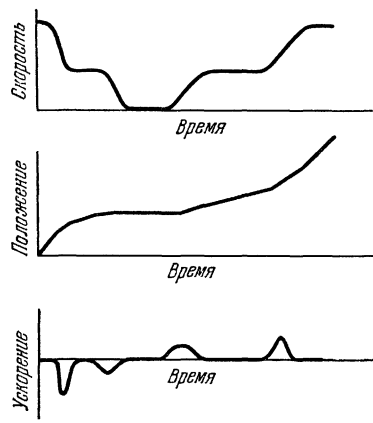


Рис. 41.

19. См. рис. 41.

20. Автомобиль, увеличивая свою скорость от 20 км/ч до 60 км/ч, изменяет ее на 40 км/ч за 6 с. Это соответствует изменению 40 км/ч : 6 с=6,7 км/ч за секунду. Таким образом, ускорение автомобиля равно 6,7 км/ч за секунду.

21. Эта и следующая задачи являются хорошей проверкой усвоения основных понятий, изложенных в настоящей главе.

Для того чтобы построить график «ускорение — время», нужно исследовать наклон линии к графику «скорость — время» в различных местах. Здесь представляется хорошая возможность сравнить «метод интервалов» и «метод касательной» для вычисления наклонов линий к графикам. Таким образом, сначала следует использовать метод, схематически изображенный на рис. 42, *а*, а затем метод, представленный на рис. 42, *б*. График, выражающий зависимость ускорения от времени, представлен на рис. 43.

22. Эта задача, так же как и предыдущая, является хорошей проверкой усвоения основных понятий настоящей главы.

Так как скорость сохраняет свой знак (в данном случае положительный), то пройденный путь за некоторый промежуток времени t_1 может быть определен по

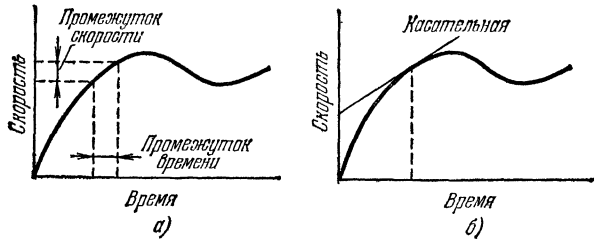


Рис. 42.

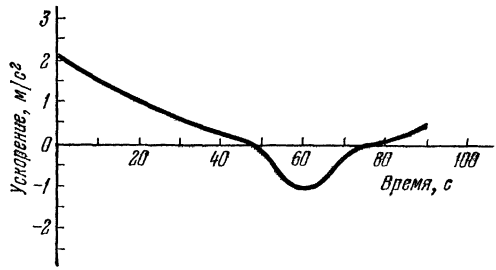


Рис. 43.

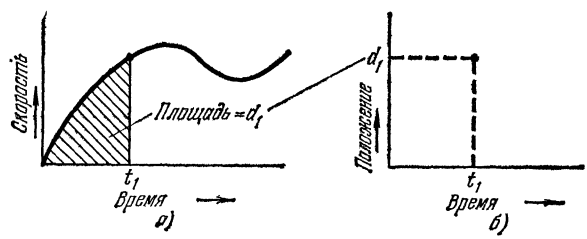


Рис. 44.

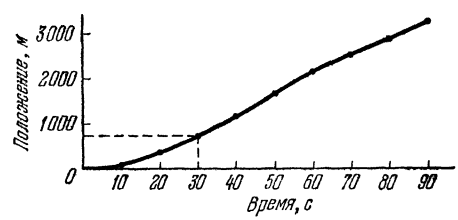


Рис. 45.

«площади», ограниченной линией графика и линией, соответствующей моменту времени t_1 (рис. 44, *а*). Полученное значение «площади» представляет собой первую точку на графике «положение — время» в предположении, что при $t=0$ пройденный путь также равен нулю (рис. 44, *б*). Для построения графика надо таким же способом найти значения пройденного пути для нескольких других промежутков времени. Например, так как каждая клетка графика на рис. 5.43 представляет собой 10 с · 10 м/с = 100 м, то по истечении 30 с пройденный путь будет равен около 7,5 клеток или 750 м. Это дает одну точку на графике, изображенном на рис. 45. Другие точки получаются таким же образом. Так как скорость при движении вперед по дороге всегда положительна, то координата, характеризующая положение, все время возрастает. Конечный результат выглядит так, как показано на рис. 45.

Может быть интересной обратная задача, когда учащиеся, определяя наклон полученного графика, построят по его значениям первоначальную кривую зависимости скорости от времени. При этом легко убедиться в том, что полученный результат окажется неточным.

24. а) $v=a\,(t_к - t_н)$, $v=2$ м/с$^2\cdot(5$ с-0 с$)=10$ м/с.

б) $d=v_н(t_к-t_н)+a\,(t_к-t_к)^2/2=0+2\cdot 5^2/2=25$ м.

в) Средняя скорость саней определится как частное от деления величины пройденного пути на затраченное время, или $25/5=5$ м/с. Заметьте, что эта скорость как раз равна половине конечной скорости, приобретенной по истечении 5 с. Это обычный результат для движения с постоянным ускорением из состояния покоя.

г) В течение времени, за которое сани увеличили свою скорость до 40 м/с, их средняя скорость была 20 м/с. Но 40 м/с $=2$ м/с $\cdot t$, т. е. $t=20$ с. Следовательно, за 20 с сани пройдут 20 с $\cdot$ 20 м/с $=400$ м. Этот же ответ можно получить непосредственно из соотношений:

$$v=v_н+at, \qquad 40=0+2t, \qquad t=20\text{с};$$

$$d=v_н\,(t_к-t_н)+a\,(t_к-t_н)^2/2=0+at^2/2=2\cdot 20^2/2=400\ \text{м}.$$

25. $a=1$ м/с^2, $t_к - t_н=12$ с, $d=190$ м, $d=v_н(t_к-t_н)+a\,(t_к-t_н)^2/2$;
$190=v_н\cdot 12+1\cdot 12^2/2$, $190=12v_н+72$, $v_н=9{,}8$ м/с.

26. а) $d=v_1t+at^2/2$. Изменение скорости равно $0-v_1=at$, $a=-v_1/t$, откуда $d=v_1t+(-v_1/t)\,t^2/2=v_1t/2$, 2 км $=(70$ км/ч$)\cdot t/2$; $t=2/35$ ч.

б) $a=(-70$ км/ч$)/(2/35$ ч$)=-1225$ км/ч.

в) График, соответствующий медленному товарному поезду, более пологий (рис. 46). В момент времени $t=0$ этот поезд находится на расстоянии 1 км от главного рельсового пути (график начинается в точке *А*). Поезд имеет постоянную

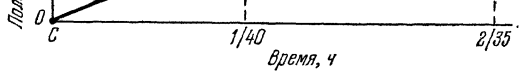


Рис. 46.

скорость, равную 40 км/ч, и поэтому пройдет расстояние в 1 км за 1/40 ч, что соответствует на графике точке *В*. Так как экспресс останавливается на расстоянии 2 км, то нет смысла выходить на графике за этот предел. Если экспресс шел с постоянной скоростью, равной 70 км/ч, то его движение изобразится на графике линией *CD*. (Эта линия на графике показывает, что даже если бы экспресс двигался с несколько большей скоростью, столкновения в пределах двух километров не произошло бы.) Нанося на график точки, соответствующие действительному положению экспресса и полученные из соотношения $d=v_1t+at^2/2=70t+1225t^2/2$, мы получаем на графике линию *CE*.

27. Минимальное расстояние между пешеходом и автобусом было около 7 м (рис. 47). В действительности, автобус движется не с постоянным ускорением.

28. а) См. рис. 48.

б) График зависимости скорости от времени может быть построен по крайней мере двумя способами. Первый способ состоит в определении наклона касательной

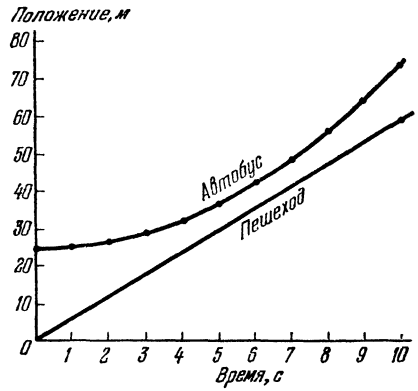


Рис. 47.

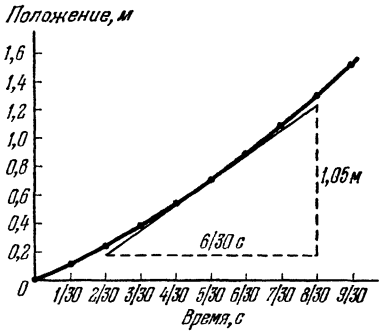


Рис. 48.

к графику «положение — время» в различные моменты времени. Простое измерение для момента времени t=5/30 с показано на рис. 48. Оно дает наклон, равный 1,05 м : 6/30 с=5,25 м/с. Это построение изображено на графике. Заметьте, что наклон данной касательной очень мало отличается от наклона касательной, проведенной в точках, соответствующих времени 4/30 и 6/30 с. Это указывает на второй путь определения скорости в момент времени 5/30 с: скорость в этот момент равна изменению положения шарика за промежуток времени от 4/30 до 6/30 с, деленному на 2/30 с, что дает (0,89 м — 0,54 м)/(2/30 с) = 5,25 м/с. Полный график «скорость — время», построенный по этому методу, приведен на рис. 49.

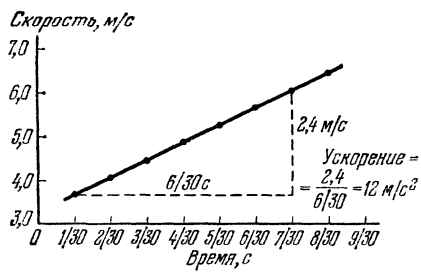


Рис. 49.

в) Как видно из рис. 49, точки на графике «скорость — время» слегка разбросаны. Однако этот разброс связан, очевидно, с трудностями измерения и выглядит случайным. Поэтому мы считаем, что скорость равномерно возрастает со временем. Ускорение постоянно и равно 12 м/с^2, что вытекает из измерения наклона графика.

29. а) Среднее ускорение равно изменению скорости, деленному на время, в течение которого это изменение произошло: a=(2,9·10^4 км/ч)/(2,05·60 с)= =236 км/(ч·с); 236 км/(ч·с)=236·1000 м/(3600 с·с)=65,5 м/с^2.

б) $v=at$=236 км/(ч·с)·3600 с=8,5·10^5 км/ч, или 236 км/(ч·с)·1 ч=236 км/с.

в) $d=at^2/2$=65,5·3600^2/2=4,24·10^8 м, или 236 км/с·3600 с/2=4,24·10^5 км. Этот путь несколько больше, чем расстояние до Луны.

В этой задаче влияние тяготения на полет ракеты не учитывалось. Если учащиеся поднимут этот вопрос, то здесь возникнет хорошая возможность подчеркнуть различие между кинематикой и динамикой. Кинематика занимается только *описанием* движения ракеты, не ставя вопрос о том, почему ракета ускоряет свое движение и как это происходит. Ракета потребляет топливо как для преодоления тяготения, так и для создания ускорения. Очень трудно создать ракету, которая в действительности ускоряла бы свое движение вне зависимости от того, действует на нее тяготение или нет. В таком случае мы должны были бы *допустить* возможность существования ракеты с постоянным ускорением!

ГЛАВА

6 ДВИЖЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

В этой главе кинематика одномерного движения (гл. 5) обобщается на случай движения в пространстве. С этой целью вводятся векторные величины. Глава естественно делится на три части: 1) свойства векторных величин и векторная алгебра; 2) вектор ускорения; 3) обсуждение понятия системы отсчета и различие между кинематикой и динамикой.

Эта глава содержит основополагающие идеи и должна быть тщательно проработана на классных занятиях путем общего обсуждения и решения задач.

Краткое содержание главы 6

Разделы 6.1—6.5. Понятия векторов вводятся при рассмотрении отрезков прямых, характеризующих положения и перемещения точки в двух- и трехмерном пространстве. Далее приводятся правила графического сложения и вычитания векторов. Обсуждаются результаты умножения векторов на числа и на скалярные величины. Вводится вектор скорости и рассматриваются некоторые простые навигационные задачи. Алгебраическое решение задач с векторами осуществляется разложением векторов на компоненты.

Разделы 6.6, 6.7. Понятие вектора ускорения вводится как мера изменения вектора скорости. Ускорение имеет место всякий раз, когда меняется либо величина, либо направление вектора скорости. Рассматриваются два вида движения: равноускоренное и с переменным ускорением.

Разделы 6.8—6.10. Кинематическое описание движения зависит от выбора системы отсчета. Поэтому некоторые виды движения часто можно описывать проще при удобном выборе соответствующей системы отсчета. Обращается внимание на то, что кинематика не рассматривает вопрос, почему движется тело, а изучает, как оно движется. Отмечается также, что классическая, ньютоновская, кинематика, будучи применима в большинстве случаев, нарушается, когда скорость тела сравнима со скоростью света.

План изучения главы 6

Эта глава, подобно предыдущей, имеет весьма важное значение. Несмотря на то, что разделы 6.1—6.7 должны быть тщательно проработаны, значительная часть важных понятий снова встретится в части III.

У некоторых преподавателей может возникнуть ощущение, что рассмотрение вращательного движения в его кинематическом аспекте в данной главе и в динамическом аспекте в части III носит характер искусственного разделения. Выбор такого разделения сделан потому, что: 1) логично сочетать определение пространственных и временны́х характеристик процессов в разделе кинематики; 2) при этом можно избежать слишком аналитического изложения материала в части III и 3) многими преподавателями установлено, что естественное

ведение в динамику требует такого разделения. Кинематическое рассмотрение вращательного движения подчеркивает, что постоянство *величины* скорости не всегда означает отсутствие ускорения.

Если у вас появится желание углубить понимание природы векторов, вы должны помнить, что это можно сделать также в части III. В этой части курса не следует углубляться в излишние детали.

В табл. 13 указаны возможные варианты плана изучения этой главы, согласованные с общим планом изучения части I, приведенным в табл. 1 на стр. 270. Разделы, указанные в квадратных скобках, можно опускать или слегка касаться их при классном обсуждении без нарушения общности курса в целом. В случаях, когда эти разделы опущены при классных занятиях, они передаются для самостоятельного домашнего чтения.

ТАБЛИЦА 13

Глава 6	6-недельный план изучения части I		10-недельный план изучения части I	
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	В классе, часы	В лаборатории, часы
6.1—6.5	4	0	4	0
6.6, 6.7	2	0	2	0
6.8	1	0	1	0
[6.9, 6.10]	0	0	1	0

Дополнительные материалы к главе 6

Домашние классные и лабораторные задания. Ответы и указания по решению задач, а также таблицу классификации задач по уровню их сложности см. на стр. 358.

6.1. Положение и перемещение

6.2. Сложение и вычитание перемещений

6.3. Умножение векторов на числа и на скаляры

Цель. Обобщить понятия и способы описания положений и перемещений на случай двухмерного движения.

Содержание. а) Понятие *вектора*, как отрезка прямой, характеризующего положение точки на плоскости относительно произвольно выбранного начала координат. Это «вектор положения» $\boldsymbol{d}$.

б) Аналогично, «вектор перемещения» $\Delta\boldsymbol{d}$ — вектор, характеризующий изменение положения.

в) Перемещения в двух измерениях складываются геометрически.

г) Перемещения, т. е. изменения положений, эквивалентны, если они имеют одинаковые длины и направления, независимо от различия начальных и конечных положений.

д) При вычитании векторов разность $\Delta\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_2-\boldsymbol{d}_1$ определяется на основании правила геометрического сложения векторов так, что $\boldsymbol{d}_2=\boldsymbol{d}_1+\Delta\boldsymbol{d}$.

е) Скаляры — физические величины, характеризуемые числами, выражающими количество условных физических единиц.

ж) Вектор $k\boldsymbol{A}$ есть вектор, в k раз больший по величине вектора $\boldsymbol{A}$ и имеющий то же, что и вектор $\boldsymbol{A}$, направление, если k положительно.

д) Вектор $k\boldsymbol{A}$ может измеряться в отличных от $\boldsymbol{A}$ единицах, если k — скаляр, имеющий размерность.

Методические указания. Материал требует тщательной проработки. Наряду с изучением способов описания положений и перемещений точки заданием отрезков прямых, учащиеся должны хорошо освоить графические методы операций с векторами. Вектор перемещения является прототипом всех других векторных величин, встречающихся в этом курсе.

Не следует вначале затрачивать слишком много времени на объяснение понятия вектора положения, его смысл полностью выяснится в дальнейшем. Более существенно и более характерно понятие вектора перемещения или «изменения положения». Для начала вектор перемещения можно назвать «рейсом». В качестве примеров величин, имеющих величину и направление, охарактеризуйте несколько рейсов между отдельными пунктами, знакомыми учащимся. Затем рассмотрите рейс, состоящий из двух или трех частей, и вычислите результирующее перемещение. (Если вы совершаете рейсы между крупными городами и пользуетесь картой, а не глобусом, выбирайте расстояния в пределах 50 км. В противном случае ошибка из-за картографической проекции доставит вам некоторое неудобство.)

Рейс и перемещение. Рейс из Лондона в Париж — в общем не то же самое, что рейс из Буффало в Балтимору, хотя их взаимные расстояния и направления приблизительно одинаковы. Если два карандаша, находившиеся в разных местах на плоскости карты, переместились в северо-восточном направлении на один дециметр, они проделали *разные рейсы*, хотя в их движении несомненно было что-то общее. У них одно и то же *перемещение*.

Векторы, обычно используемые физиками, подобны *перемещению* и рассматриваются как эквивалентные, если у них одинаковые величины и направления. Поэтому вектор можно переместить вдоль его направления или перенести параллельно самому себе.

Важно научить учащихся хорошо строить векторы и графически производить их сложение. При этом важна точность чертежа. С помощью хорошо отточенных карандашей, хороших линеек и транспортиров можно сложить на диаграмме два вектора с точностью порядка 0,3% т. е. лучше, чем рассчитать тригонометрически, пользуясь логарифмической линейкой. На практических классных занятиях нужно пользоваться хорошим оснащением и делать тщательные масштабные чертежи. Сначала учащиеся делают масштабные чертежи неохотно и очень примитивно и считают их ненужными, несмотря на то что им приходится иметь дело с задачами, в решении которых у них нет опыта. Как только требования старания и точности достигнут своей цели и в классе появится дух соревнования за бóльшую точность результатов, интерес к решению задач резко возрастет.

Есть и другой существенный момент при использовании масштабных чертежей. При выполнении лабораторных работ учащиеся со временем смогут определять значения углов и длин непосредственно по масштабным чертежам. После определения этих данных по чертежу некоторым из учащихся покажется более удобным пользоваться тригонометрией, и они произведут измерения по чертежу и соответствующий тригонометрический расчет. При этом точность никогда не превысит точности

первоначального графического решения! В большинстве случаев легче решить задачу полностью графическим методом.

Если $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$, вектор $\vec{AC}$ называется вектором суммы $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$ (или *результирующим* вектором).

В начале обсуждения в классе вы можете рассмотреть некоторые задачи, в которых складывается более чем два вектора. Например, можно предложить учащимся сложить векторы, подобные тем, что показаны на рис. 50.

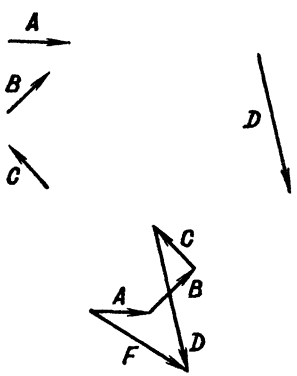


Рис. 50.

Можно задать векторы графически или указать их величины и направления. Каждый вектор перемещается параллельно самому себе, пока его начало не совпадет с концом предыдущего. Следует подчеркнуть, что векторная сумма не зависит от последовательности сложения векторов. Так,

$$A+B+C+D=F,$$
$$B+A+C+D=F,$$
$$D+B+C+A=F$$

и т. д.

Предложите учащимся проверить независимость суммы от порядка слагаемых Они могут провести суммирование одних и тех же векторов по разному. Другой пример:

A=10 километров на восток,
B=5 километров на юг,
C=10 километров на северо-запад под углом 30° к меридиану,
D=5 километров на север,
E=10 километров на юго-запад под углом 30° к меридиану.

Рассмотрение подобных задач (когда суммы векторов равны нулю) является хорошим введением к изложению понятия противоположно направленных (или отрицательных) векторов и понятия вычитания векторов.

Для разнообразия можно использовать старую загадку об охотнике, который сначала шел от своего лагеря 10 километров на юг, затем 10 километров на запад и возвратился обратно в лагерь, пройдя 10 километров на север. Здесь он подстрелил медведя. Спрашивается, какого цвета был медведь?

О т в е т. Белого, так как лагерь должен был находиться на Северном полюсе. (Если класс полностью согласен с ответом, уместно на этом закончить вопрос. Однако возможно и продолжение, если хотя бы один из учащихся знал заранее или сумел понять некоторую особенность этой задачи. Так же как и при выходе с Северного полюса, возможно возвращение в таком путешествии в исходную точку и вблизи Южного полюса. Охотник мог бы начать свой путь с одной из точек на параллели, лежащей на 10 километров севернее той параллели, которая расположена у Южного полюса и имеет длину 10 километров. Тогда, обойдя ее по кругу и пройдя на север, он также вернется в исходную точку.)

Если вектор умножить на скаляр (имеющий размерность), результатом является новая векторная величина. Этот вектор не может быть начерчен на той же векторной диаграмме, что и первоначальный вектор.

6.4. Векторы скорости в пространстве

Цель. Показать, что скорость — вектор, и проиллюстрировать это решением навигационных задач с использованием векторов скорости.

Содержание. а) Скорость — вектор.

б) Скорость всегда относительна.

в) Сложение двух относительных скоростей.

г) Прокладывание курса. Упражнения с векторами.

Методические указания. Следует тщательно отработать развитие навыков графического решения векторных задач. Чтобы ввести понятие относительности движения, вы можете, прохаживаясь поперек классной комнаты, задать вопрос: «С какой скоростью я передвигаюсь, когда прогуливаюсь по классу? Один метр в секунду? 0,5 метра в секунду?» Возможно, кто-либо из учащихся предложит нетривиальный ответ, так как вы уже рассматривали движение Земли. Если этого предложения не будет, спросите, может ли быть справедливым ответ 1500 км/ч (это примерно равно линейной скорости вращения поверхности Земли вокруг земной оси в наших широтах). Можно надеяться, что кто-нибудь не удовлетворится этим ответом и скажет, что вы двигаетесь, кроме того, и вокруг Солнца (119 700 км/ч), но разве Солнце не перемещается в пространстве? Поэтому мы должны считать, что скорость всегда измеряется относительно каких-либо тел или систем отсчета. Неподвижная система отсчета выбирается лишь из соображений удобства.

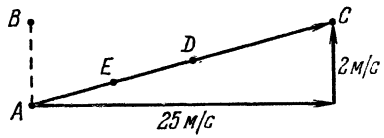


Рис. 51.

Большинство примеров движения по земле связаны с пассажиром, прогуливающимся вдоль железнодорожного вагона. Если его скорость *относительно поезда* равна 2 метрам в секунду и направлена по ходу поезда, а сам поезд движется *относительно земли* со скоростью 25 метров секунду, то какова скорость пассажира *относительно земли?* Ясно, что 27 метров в секунду. Если же пассажир движется против хода поезда — 23 метра в секунду. Ну, а если пассажир движется поперек вагона? Кое-кто из учащихся может догадаться и провести необходимое векторное сложение. Другие могут и не понять это из-за недостатка времени. Для решения этой задачи может оказаться полезным график сложения векторов перемещений (рис. 51). Если предположить, что человек находится в точке A и движется со скоростью 2 метра в секунду, то через одну секунду он оказался бы в точке B, в случае если поезд стоял. Однако за эту секунду поезд продвинулся вперед на 25 метров и человек оказался не в точке B, а в точке C. За одну секунду он переместился из точки A в точку C, за 0,5 секунды он попал бы в D, за 0,25 секунды в E, таким образом, он на самом деле двигался вдоль прямой, проходящей из A в C. Когда он находится в точке A и движется, он перемещается относительно земли в направлении к точке C. Он движется со скоростью $\sqrt{25^2+2^2}$ метров в секунду, так как в течение одной секунды проходит расстояние $\sqrt{25^2+2^2}$ метров. Если рассматривать число $\sqrt{25^2+2^2}$ как величину вектора, то сразу видно, что сумму векторов можно найти расчетным путем. Здесь удобно использовать масштабный чертеж, а также графический или алгебраический расчет. (Сравнение полученных ответов — превосходная практика для учащихся, но мы подчеркиваем

преимущество именно графического метода, ценность которого не в расчетной технике, а в том, что он наглядно иллюстрирует соотношения физических величин, о которых идет речь в задаче. Учащийся, который сможет решить задачу графическим методом, несомненно, всегда относится к разряду «соображающих». Он всегда будет в состоянии подставить в формулу числа, что не требует особого понимания.)

В целом можно резюмировать решение этой задачи так. Чтобы найти скорость человека относительно земли, нужно прибавить скорость поезда относительно земли (скорость есть величина векторная) к скорости человека относительно поезда.

Точно так же как человек движется относительно поезда, лодки или пловцы движутся относительно воды, а самолеты относительно воздуха. Эту мысль можно пояснить на примере человека, плывущего со скоростью 2 км/ч относительно воды против течения, скорость которого тоже равна 2 км/ч. Он неподвижен относительно берега, хотя и движется с заметной скоростью относительно воды.

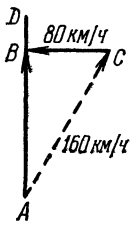


Рис. 52.

Задачи, посвященные движению лодок, пловцов, самолетов, часто осложнены необходимостью уметь различать понятия *курса* и *направления* фактического движения. Вы можете задать учащимся вопрос о движении в поезде. В этом случае «курс» совпадает с прямой вдоль поезда, в направлении по ходу или против хода. При этом не нужно выбирать курс по диагонали, чтобы двигаться в том же относительно земли направлении, что и поезд. Как человек, движущийся вдоль поезда, имеет скорость, направленную вдоль поезда, *относительно поезда*, так и самолет, летящий по курсу на север, имеет скорость, направленную на север, *относительно воздуха*. Однако при этом самолет может лететь относительно земли, вообще говоря, и в направлении, отличном от северного.

Если вам потребуется задача повышенной трудности для обсуждения или для контроля, вы, вероятно, удовлетворитесь следующей. Небольшой дирижабль, двигатель которого способен сообщить ему скорость относительно воздуха, равную 160 км/ч, летит точно на север, в то время, как восточный ветер сносит его со скоростью 80 км/ч. Какой при этом должен быть курс дирижабля? С какой скоростью он движется относительно земли?

О т в е т. Неизвестный угол относительно направления вектора $\vec{BC}$ (рис. 52) определяется тем, что сумма векторов должна быть направлена по прямой AD. Угол равен 30° и отсчитывается к востоку от $\vec{AB}$. Скорость относительно земли равна 138 км/ч.

6.5. Компоненты векторов

Ц е л ь. Показать, что вектор можно представить в виде суммы двух или более компонент и что легче проводить операции с компонентами, чем с самими векторами.

С о д е р ж а н и е. а) Определение составляющих вектора, направленных по двум взаимно перпендикулярным направлениям.

б) Образование вектора из компонент.

в) Преимущество разложения на взаимно перпендикулярные компоненты.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я. Понятие компонент вектора существенно, но для усвоения не требует большого времени, так как не представляет особых

трудностей. Более важно научить учащихся графическому построению, которое вводится раньше, чем развивается алгебраический метод.

В примерах, содержащихся в тексте Руководства, уже встречалось понятие компонент вектора без определения этого термина. В беседах с учащимися не нужно особенно подчеркивать словесные определения. Нужно убедиться в правильности понимания самой идеи. Если дан вектор и прямая, как это изображено на рис. 53, *а*, учащийся может изобразить компоненту этого вектора, направленную вдоль линии. При некотором нажиме он, может быть, сумеет определить, какой из углов должен быть прямым и через какую точку чертежа надо провести линии. Если даны вектор и прямая, как это показано на рис. 53, *б*, то возможно, что кто-то из учащихся будет считать, что компонента будет такой, как это изображено на рис. 53, *в*, но

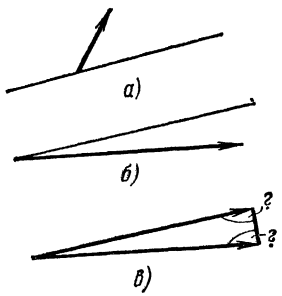


Рис. 53.

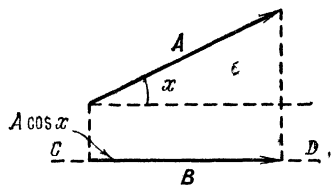


Рис. 54.

не будет уверен в том, какой из двух углов прямой, так как вектор и прямая почти параллельны.

Можно рассмотреть два частных случая: 1) компонента вектора вдоль прямой, перпендикулярной вектору, равна нулю и 2) компонента вдоль прямой, параллельной вектору, равна самому вектору.

Учащиеся, знакомые с тригонометрией, найдут, что если x — угол между вектором $\boldsymbol{A}$ и прямой CD (рис. 54) и $\boldsymbol{B}$ — компонента вектора $\boldsymbol{A}$ в направлении CD, то $B=A\cos x$, где A и B — соответственно длины векторов $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$.

Существует два разных способа применения компонент. Первый заключается в том, что находится «составляющая» вектора в данном направлении. Например, самолет, летящий в направлении на север под углом 60° к востоку от меридиана со скоростью 300 км/ч, имеет составляющую скорости в направлении меридиана, равную 150 км/ч, т. е. он движется на север со скоростью 150 км/ч. Второй способ — исследование составляющих вектора по двум взаимно перпендикулярным направлениям (для двухмерного вектора). Один из примеров приводится на рис. 55 ($\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{C}$ — компоненты вектора $\boldsymbol{A}$ по двум взаимно перпендикулярным направлениям). Компоненты различны для разных систем взаимно перпендикулярных осей, но их векторная сумма всегда равна первоначальному вектору. В частности, при сложении векторов легче сначала разложить их на взаимно перпендикулярные компоненты, а затем сложить эти составляющие.

Более распространено применение компонент при аналитическом решении задач, чем в случае графических построений. Рассмотрим такую задачу. Графическое сложение векторов $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}+\boldsymbol{D}$ показано на рис. 56.

Сложите перемещения, если

A=10 км на север,

B=30 км под углом 60° к меридиану на запад,

C=20 км на восток,

D=25 км под углом 135° к меридиану на восток.

Разложение на компоненты не облегчает графического решения задачи. Такое решение с последующим суммированием компонент было бы просто лишней работой. Повторяем, что учащийся, пользуясь хорошей линейкой, хорошим транспортиром и остро отточенным карандашом, может решить подобную задачу с

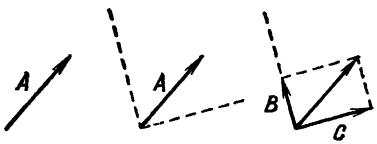


Рис. 55.

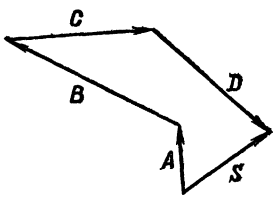


Рис. 56.

большей точностью и быстрее, чем при расчете с помощью логарифмической линейки. Если, однако, решать задачу тригонометрически, можно суммировать соответствующие компоненты векторов в меридиональном и экваториальном направлениях и найти вектор суммы, сложив геометрически суммы компонент.

Обозначим через $A_{в\,з}$ компоненту вектора A в направлении восток — запад. Тогда

$$A_{в\,з}=10\cdot\cos 90^\circ=0,$$
$$B_{в\,з}=30\ \cos 30^\circ=-25{,}98\ \text{км},$$
$$C_{в\,з}=20\cdot\cos 0^\circ=+20{,}00\ \text{км},$$
$$D_{в\,з}=25\cdot\cos 45^\circ=+17{,}68\ \text{км}$$

(знак минус означает западное направление). Сложив эти компоненты, найдем компоненту суммы векторов в направлении восток — запад:

$$S_{в\,з}=+11{,}70\ \text{км}.$$

Аналогично в направлении север — юг:

$$A_{с\,ю}=10\cdot\cos 0^\circ=+10{,}00\ \text{км},$$
$$B_{с\,ю}=30\cdot\cos 60^\circ=+15{,}00\ \text{км},$$
$$C_{с\,ю}=10\cdot\cos 90^\circ=0,$$
$$D_{с\,ю}=25\cdot\cos 45^\circ=-17{,}68\ \text{км},$$
$$S_{с\,ю}=+7{,}32\ \text{км}.$$

Тогда величина вектора S есть

$$S=\sqrt{S^2_{с\,ю}+S^2_{в\,з}}=\sqrt{190{,}47}=13{,}8\ \text{км}.$$

Угол θ между вектором S и меридианом равен

$$\theta=\operatorname{arctg}(S_{в\,з}/S_{с\,ю})=\operatorname{arctg}(11{,}70/7{,}32)=59^\circ$$

к меридиану на восток.

Преподаватель, прежде чем делать что-нибудь подобное в классе, должен тщательно обдумать эту тригонометрическую задачу, учитывая уровень подготовки учащихся. Если их подготовка вызывает сомнение, то компоненты векторов следует определять только графическим методом.

Если преподавателю понадобится более сложная задача для обсуждения или для контроля, можно использовать приводимую ниже. Ее можно решать как тригонометрически, так и графически.

Насколько переместился к югу автомобилист, проехавший 150 километров по дороге, ведущей на юго-восток под углом 30° к меридиану (рис. 57)? Насколько он переместился к востоку?

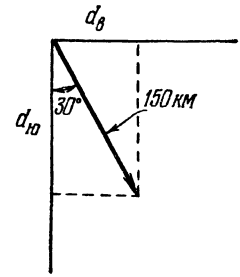


Рис. 57.

Ответ. $d_ю = 150 \cdot \cos 30° = 130$ км,
$d_в = 150 \cdot \sin 30° = 75$ км.

6.6. Изменение скорости и вектор постоянного ускорения

Цель. Ввести понятие вектора ускорения.

Методические указания. Важно, чтобы учащиеся, прежде чем переходить к переменному ускорению (раздел 6.7), усвоили понятие вектора ускорения при равноускоренном движении. Надо использовать большое количество задач. Некоторые из них, подходящие для классных обсуждений, приводятся ниже. Если подготовка ваших учащихся еще недостаточна, не приходите в отчаяние, так как вы вновь встретитесь с понятием вектора ускорения в части III.

Чтобы ввести понятие ускорения как вектора, надо проанализировать фотоснимок на рис. 6.18, на котором при стробоскопическом освещении сфотографировано падение двух шариков. Один из них падает вертикально вниз, а другому сообщена начальная горизонтальная скорость и он движется по кривой. Вектор скорости первого шарика имеет постоянное направление, но зато меняется его величина; вектор скорости второго изменяется как по величине, так и по направлению.

Изменение величины вектора скорости первого шарика характеризует ускорение $\boldsymbol{a} = \Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$. Так как изменение скорости в данном случае сводится только к изменению ее величины, ускорение можно рассматривать в расчетах как скаляр. На самом же деле ускорение представляет собой вектор, так как определяется через разность двух векторов (вектора начальной и вектора конечной скорости) Δv, деленную на скаляр Δt.

Изменение скорости второго шарика обязательно должно описываться вектором ускорения, так как она изменяется как по величине, так и по направлению. Это выражается векторным соотношением $\boldsymbol{v}_к = \boldsymbol{v}_н + \boldsymbol{a}t$. Рассмотренный в Учебнике частный случай движения с постоянным ускорением является следствием подобного эксперимента. Не следует подчеркивать, что тело падает под действием силы тяготения, так как движение под действием сил нарочно не рассматривается до части III. Ниже приводятся дополнительные примеры, так как для понимания векторной природы ускорения учащимся нужно разобрать значительно больше примеров, чем их имеется в Учебнике.

А. а) Автомобиль имел скорость 20 км/ч в момент времени 3 ч 13 мин 33 с и 23 км/ч — в 3 ч 15 мин 45 с. Как изменилась по величине скорость движения?

б) В 3 ч 15 мин 33 с автомобиль имел скорость 20 км/ч и ехал точно на восток, а в 3 ч 15 мин 45 с ехал со скоростью 23 км/ч под углом 10° к северу от параллели. Как изменился вектор скорости автомобиля?

Ответ. а) 3 км/ч. б) Разность векторов см. на рис. 58.

Следует отметить, что разность скоростей представляет собой вектор, характеризуемый величиной, равной 4,8 км/ч (а не 3 км/ч), и направлением. Легко видеть, что скорость автомобиля увеличилась. Векторы нельзя определять заданием только их величин, за исключением тех задач, в которых происходит только изменение их величины без изменения направления. Величина скорости автомобиля в случае а) возросла на 3 км/ч, а в случае б) изменилась на 4, 81 км/ч в направлении под углом 33,5° к востоку от меридиана. Часто нужно определить, насколько быстро меняется скорость. Во втором случае приведенного выше примера скорость изменилась на 4,81 км/ч в направлении под углом 33,5° к востоку от меридиана за 12 с. Таким образом, за 1 с она менялась на 4,81/12= =0,40 км/(ч·с) в направлении под углом 33,5° *к востоку от меридиана.*

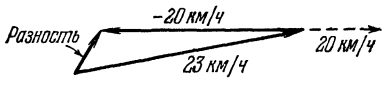


Рис. 58.

Б. Векторное соотношение $\boldsymbol{v}_к = \boldsymbol{v}_н + \boldsymbol{a}t$ имеет важное значение. Учащиеся будут плохо его понимать, если не выяснить его смысл решением графических задач.

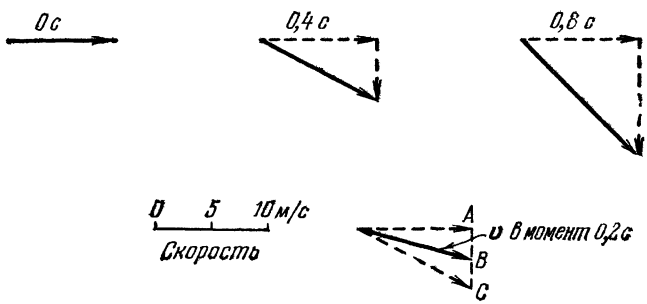


Рис. 59.

Для усвоения материала этого раздела графические решения имеют большую ценность. Рассмотрим один из возможных примеров.

Предположим, что тело имело начальную скорость 10 м/с, направленную вправо, и эта скорость изменялась так, что за каждые 0,4 с увеличивалась на 5 м/с по направлению вниз. Пусть учащиеся начертят векторы скоростей в моменты времени 0, 0,4 и 0,8 с. После этого попросите начертить скорость в момент времени 0,2 с. Учащиеся могут сообразить, что конец вектора скорости переместится в точку *B*, лежащую на диаграмме посередине между точками *A* и C (рис. 59) т. е. точками, где он находился в моменты 0 и 0,4 с. Это так, поскольку 0,2 с как раз вдвое меньше отрезка времени от 0 до 0,4 с, и соответственно надо добавить изменение скорости, по величине равное половине от 5 м/с и направленное вниз. Можете задать вопрос и о других промежутках времени, например о промежутке в 1,0 с (1,0/0,4=2,5 раза, следовательно, надо прибавить 2,5 вектора изменения скорости вниз).

Теперь задайте вопрос об изменении за t секунд. Учащиеся смогут сообразить, что надо прибавить $t/0{,}4$ заданных вектора 5 м/с вниз.

Попросите, по возможности, написать соотношение, выражающее такую зависимость. Обычно учащиеся более или менее слабо справляются с этим заданием, но некоторые могут предложить зависимость типа $v_к = 10 + (t/0{,}4) \cdot 5$, опуская вопрос о направлении векторов. Вы можете показать, что эта зависимость дает для $t = 0{,}8$ с значение величины скорости 20 м/с, не совпадающее с ответом, найденным графическим путем (14 м/с).

Теперь вы можете написать уравнение $v_к = 10$ м/с (вправо) $+ (t/0{,}4) \cdot 5$ м/с (вниз). Можно рассматривать $(t/0{,}4) \cdot 5$ м/с (вниз) как произведение скаляра $(t/0{,}4)$ на вектор 5 м/с (вниз) и переписать уравнение так: $t \cdot 5/0{,}4$ м/с (вниз) или 12,5 м/с$^2 \cdot t$ (вниз), или $t \cdot 12{,}5$ м/с^2 (вниз), следовательно, $v_к = 10$ м/с (вправо) $+ t \cdot 12{,}5$ м/с^2 (вниз), или в общем виде:

$$v_к = v_н + at.$$

Следует подчеркнуть отличие этого соотношения от соотношения для случая равноускоренного одномерного движения, о котором шла речь в гл. 5, $v_к = v_н + at$.

Теперь учащиеся должны нарисовать вектор 12,5 м/с^2 (вниз); чтобы это сделать, выберите соответствующий масштаб для вектора ускорения. Некоторые могут не сразу понять, что выбор масштаба произволен и что поэтому обе диаграммы, приведенные на рис. 60, правильны. Рассмотренные соображения имеют целью подчеркнуть некоторые особенности, затрудняющие усвоение учащимися материала разделов 6.6 и 6.7, посвященного переменному ускорению. В частности, возникают трудности вследствие того, что приходится иметь дело с векторами, а также вследствие того, что ускорение измеряется в единицах, отличных от тех единиц, в которых измеряется скорость, и поэтому может иметь другой масштаб.

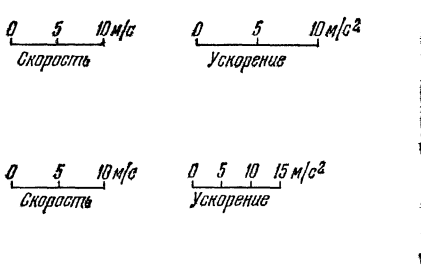


Рис. 60.

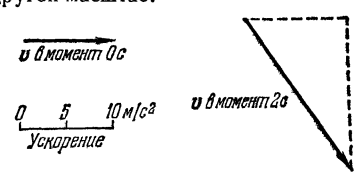


Рис. 61.

На этой стадии можно перейти к обратной задаче и решить с классом задачу о нахождении постоянного ускорения a, вследствие которого начальная скорость $v_н$ изменилась за время t до значения $v_к$. При этом следует еще раз пояснить задачу графическим примером. Здесь возникнут некоторые новые трудности. Сначала можно задать классу вопрос, как найти вектор скорости, который будучи прибавлен к вектору начальной скорости, даст в сумме с ним скорость в момент 2 с.

В нашем случае (рис. 61) это будет вектор, по величине равный 15 м/с и направленный вниз. Он должен быть равен at. Так как t равно 2 с, вектор a имеет величину 15/2 м/с^2 и направлен вниз. Чтобы его нарисовать, нужно снова обратиться к выбору масштаба для ускорения. Затем, в соответствии с выбранным масштабом, чертим вектор, величина которого равна 7,5 м/с и который направлен вниз. Учащиеся должны понять, что

$$a = (v_к - v_н)/t.$$

6.7. Изменение ускорения

Цель. Обобщить понятие ускорения на случай, когда оно меняется во времени.

Содержание. а) В общем случае $\boldsymbol{a}=\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$. Вектор $\boldsymbol{a}$ имеет то же направление, что и вектор $\Delta\boldsymbol{v}$ и не обязательно совпадает с направлением вектора $\boldsymbol{v}$. Направление и величина вектора ускорения не обязательно должны быть постоянны.

б) Для выяснения понятий вектора переменного ускорения, среднего ускорения за интервал времени и мгновенного ускорения используется пример ускоренного движения скоростного катера по кривой.

Методические указания. Понимание векторной природы ускорения имеет весьма важное значение. Во все остальные идеи этого раздела, в частности, в понятие мгновенного ускорения, можно не вникать излишне глубоко при этом первом знакомстве с ними. Учащиеся будут иметь возможность глубже проникнуть в эти идеи в части III. На этой стадии полезно проделать возможно больше разнообразных графических задач.

Решите, или лучше предоставьте учащимся самим решить задачу о движении катера, приведенную в Учебнике, с использованием данных измерений на рис. 6.25 и 6.27. Пусть они попытаются определить достаточно точно значение среднего ускорения $\boldsymbol{a}$ для каждого 10-секундного интервала из данных на рис.6.25 и среднее значение $\boldsymbol{a}$ для каждого 2-секундного интервала из данных на рис. 6.27. Обе таблицы ускорений дают примерно одинаковые значения ускорений для одних и тех же интервалов, однако вторая может показать более детальное изменение $\boldsymbol{a}$. Учащиеся могут провести подобный анализ вращательного движения на рис. 6.29. Другие примеры приводятся в задачах 19 и 20. В случае этих двух задач графический анализ более поучителен, чем тригонометрическое решение.

Надо хорошо разъяснить понятия среднего и мгновенного ускорений. Более детально равномерное вращательное движение рассматривается в части III. Сейчас при желании можно использовать его в качестве частного примера, с помощью которого можно найти простое правило изменения вектора скорости с течением времени. Не углубляйтесь в дискуссию о вращательном движении. Главное, *старательно избегайте появления в дискуссии понятия силы.* Если вы попытаетесь использовать силу для выяснения вопроса о направлении ускорения, то вы сделаете неправильный шаг. У учащихся есть естественное непреодолимое стремление говорить о центробежной силе, но вам следует противиться попыткам вдаваться в эти материи. Ускорение подобно смещению или скорости и является понятием геометрическим. Из того, например, что тело движется со скоростью 5 м/с по окружности с радиусом 2 м, можно найти его мгновенное ускорение без всякого упоминания о силах. Действительно, в части III мы введем мгновенное ускорение $\boldsymbol{a}$ через приращения скорости и времени и сопоставим его с действием сил на тело с известной массой. Если при этом измерять силу отдельно, мы сможем установить закон Ньютона $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ и убедиться в том, что это соотношение имеет векторную природу. Логика курса пострадает, если учащиеся усвоят некорректную идею о том, что $\boldsymbol{a}$ можно определить только через понятие силы.

Вашим учащимся может оказаться полезной дополнительная практика в анализе реальных движений методом векторных диаграмм. На рис. 62 приведен стробоскопический снимок, воспроизводящий вид снизу на два липких шарика, висящих на длинных нитях. Они совершают колебания в горизонтальной плоскости вокруг положения равновесия, отмеченного в центре снимка белым кружком. По исте-

чении некоторого времени они соударяются, слипаются друг с другом и продолжают движение как единое целое. Интервал времени между экспозициями 1/6 с.

Если вы пожелаете провести этот анализ в классе, можно спроектировать рисунок на экран при помощи эпипроектора и работать с метровой линейкой и угольником. Если же вы захотите дать учащимся это задание в качестве лабораторной

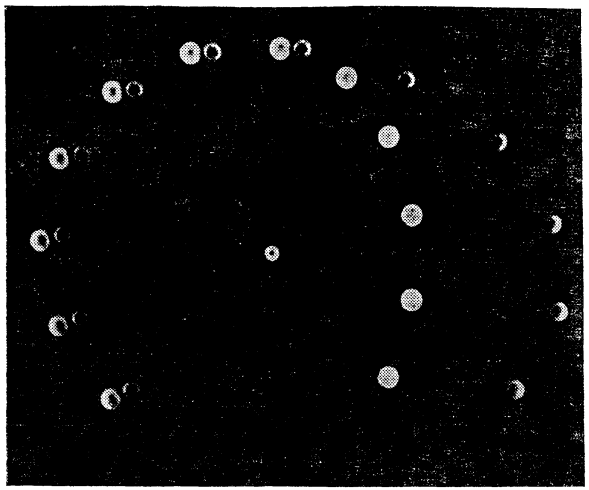


Рис. 62.

работы или домашнего или классного задания, можно изготовить копии рисунка на копировальной машине. Ниже приводится метод анализа и система вопросов, которые можно задать учащимся по поводу данного рисунка.

Изменение скорости за каждый интервал времени в 1/6 с анализируется следующим образом. Наложите разграфленную кальку на фотографию и отметьте центр каждого изображения шариков (рис. 63). Проведите отрезки прямых между точками последовательных положений каждого из шариков. Эти отрезки дают соответствующие изменения положения, или векторы перемещений каждого из шариков за 1/6 с между экспозициями. Поэтому они являются мерой средней скорости в течение каждого из этих, равных друг другу, интервалов времени. Можно найти и среднее ускорение, отнесенное к интервалу, последовательно находя изменения средних скоростей.

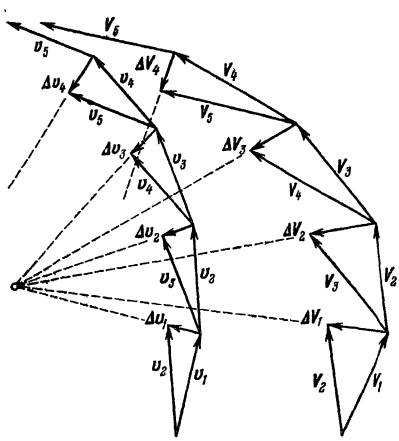


Рис. 63.

Для определения изменения скорости определим вектор $\Delta\vec{v}$, который нужно прибавить к предыдущему вектору скорости, чтобы получить последующий вектор

скорости. Метод определения разности векторов иллюстрирует в Учебнике рис. 6.9. Вероятно, более понятный способ состоит в том, чтобы нанести вектор v_1 (на самом деле вектор перемещения d_1) на тонкую разграфленную бумагу, затем сместить бумагу параллельно краям фотоснимка так, чтобы начало вектора v_1 на бумаге совпало с концом вектора v_1 на оригинале. Затем нужно провести вектор v_2 и непосредственно найти Δv_1. Можно таким образом найти изменения скоростей каждого шарика для всех последовательных пар интервалов времени перед соударением.

В связи с обсуждением рис. 63 можно поставить в классе следующие вопросы. (Для собственного вашего сведения здесь приводятся также ответы на эти вопросы.)

Одинаковы ли направления векторов изменений скорости для всех интервалов? — Нет.

Можно ли усмотреть какую-либо последовательность направлений Δv для разных интервалов? — Да, мы можем видеть, что первые три вектора Δv для каждого из шариков направлены, в пределах точности измерений, к точке равновесия (светлый кружок в центре на рис. 63). Четвертый вектор Δv, напротив, в каждом из случаев заметно направлен в сторону от этой точки. Δv_4 большего шарика отклонился в одну сторону от центра, ΔV_4 меньшего шарика отклонился примерно на такой же угол в другую сторону. Ясно, что это произошло из-за соударения шаров во время пятого интервала времени, в результате чего они получили добавочное ускорение друг относительно друга. (Этот момент отнюдь не является подходящим для рассуждений, приводящих к законам Ньютона, закону сохранения импульса и т. д.)

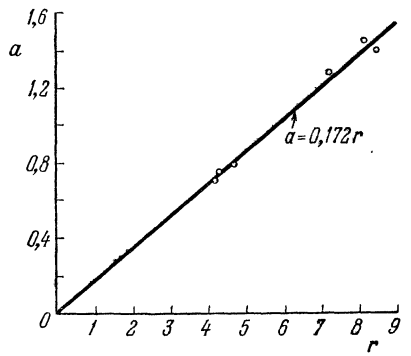


Рис. 64.

Если можете, укажите простую функциональную связь между величиной ускорения (или величиной Δv) и удалением шарика от положения равновесия.—Отметим чисто качественно, что величины Δv меньше у большего шарика, который движется ближе к точке равновесия, чем у меньшего шарика, который все время находится дальше. Если рассмотреть один меньший шарик, то мы видим, что величина Δv тем больше, чем больше расстояние от точки равновесия. Можно надеяться, что кто-нибудь из учащихся предположит наличие прямой пропорциональной зависимости и оба шара будут следовать этому закону. С помощью миллиметровой линейки, измерьте как можно точнее расстояние r и величины Δv на бумаге, куда перенесен чертеж, и подтвердите наличие прямой зависимости. Нулевая точка тоже включается в число экспериментальных данных, так как по условию светлый кружок — положение «равновесия», в котором ускорения тождественно равны нулю. Таким образом, наши попытки привели к зависимости $a=-0{,}172\,r$ (см. табл. 14 и рис. 64).

Какова скорость меньшего шарика относительно большего? — Как видно из рис. 65, меньший шарик с точки зрения наблюдателя, находящегося на

ТАБЛИЦА 14

r	a	a/r	r	a	a/r
4,22	0,72	0,171	7,25	1,28	0,176
4,25	0,75	0,176	8,11	1,45	0,178
4,68	0,80	0,171	8,40	1,40	0,167

большем шарике, вначале совершает одно колебание туда и обратно, а затем приближается к большему шарику со все возрастающей скоростью, пока не происходит столкновение. (Имеется незначительное, но заметное отклонение от этой схемы в течение второго интервала, но средние скорости шаров в этом интервале

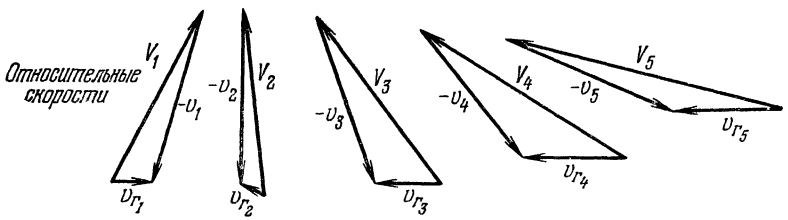


Рис. 65.

времени примерно равны, их различие мало, и поэтому существенно проявляются ошибки измерений.) Таким образом, с точки зрения наблюдателя, находящегося на большем шарике, меньший шарик совершает простое гармоническое колебание.

«Пробка в банке» — весьма наглядная демонстрация, показывающая направление вектора ускорения при равномерном вращении. Используется прибор Месона для измерения ускорений, который состоит из проволочной петли, укрепленной на внутренней стороне пробки, к которой прикрепляется на тонкой нити или струне кусок корковой пробки (рис. 66). Банка заполнена водой, из которой удалены все пузырьки воздуха, и закупорена.

Поставьте банку дном вверх на лабораторную тележку, поставленную на скамью, и спросите учащихся, как будет двигаться пробка относительно банки, если эта банка начнет двигаться с ускорением по скамье. Пробка будет смещаться в направлении ускорения. Держите банку на расстоянии вытянутой руки и спросите, как будет двигаться пробка при равномерном движении банки по окружности. Пробка сместится в направлении к центру окружности, и так как она вообще смещается в направлении ускорения, то ускорение при равномерном движении по окружности направлено к центру окружности.

В Приложении 2 на стр. 425 имеется дополнительный материал, относящийся к вращательному движению. Его включение в эту часть курса не означает, что учащимся должен быть преподан весь объем материала о вращательном движении. Его можно было бы рассмотреть на классных занятиях, если бы имелось значительно больше времени для занятий физикой. В этом дополнительном материале вы можете найти, однако, полезные сведения для общих дискуссий. На классных

занятиях, посвященных вращательному движению, некоторые примеры могут оказаться также полезными и в качестве контрольных задач.

Для проверки усвоения классом материала, изложенного в этом разделе, можно решить следующие задачи.

А. Раздайте учащимся листы миллиметровой бумаги, на которых отмечены положения тела в четырех или более точках, соответствующих равным интервалам

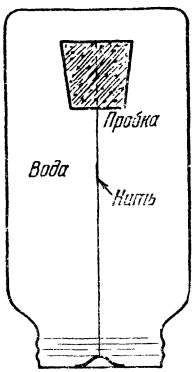


Рис. 66.

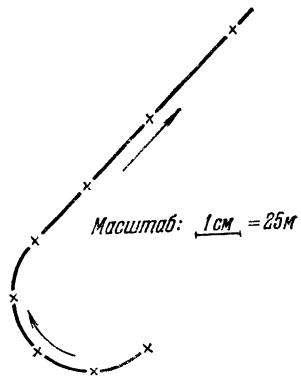


Рис. 67.

времени. Предложите определить средние скорости для каждого из интервалов и средние ускорения для всех интервалов, начиная со второго. За точками, соответствующими равномерному движению по кривой, пусть следует участок пути равноускоренного прямолинейного движения. Подобная задача требует известного времени, и пока учащиеся выполняют эту работу, вы можете проследить за правильностью их действий.

Б. Гоночная машина движется по пути, указанному на рис. 67. Положения, соответствующие временны́м интервалам в 1 с, отмечены крестиками. Найдите графически среднюю скорость для каждого 1-секундного интервала. Выберите масштаб и начертите векторы ускорения, соответствующие каждому интервалу.

6.8. Описание движения. Системы отсчета

Цель. Указать возможность различного выбора систем отсчета с целью описания движения физических систем. Подчеркнуть, что выбор удобной системы отсчета может быть очень полезен и упрощает векторное описание движения.

Содержание. а) Движение тела можно описать, указав последовательность векторов, проведенных из некоторой произвольно выбранной точки в точку, где в данный момент находится тело.

б) В различных системах отсчета описание движения различно.

в) Правильный выбор системы отсчета может относительно упростить описание движения.

Методические указания. Материал предназначен для чтения. Достаточно лишь нескольких минут обсуждения в классе.

Хотя вопрос выбора систем отсчета очень важен в современной физике, в этом курсе еще встретится несколько случаев, когда учащиеся должны будут углу-

биться в понимание этих идей. Вероятно, лучше только слегка коснуться этих вопросов, если они возникнут, чем пытаться обсуждать всю проблему в целом. Эта тема будет освещена полнее в части III при обсуждении в историческом аспекте проблемы планетарного движения.

6.9. Кинематика и динамика

Цель. Отметить, что кинематическое описание движения является лишь первоначальным этапом его изучения и что исследование вопроса, почему движутся тела, будет приведено в части III.

Содержание. а) Определение кинематики как метода описания движения.

б) Обсуждение вопроса, почему физики предпочитают изучать простые системы и почему инженеры, по необходимости, изучают сложные.

Методические указания. Материал предназначен для чтения после короткого обсуждения в классе (желательно уложиться в пять минут).

В качестве простого примера, иллюстрирующего различие между кинематикой и динамикой, можно разобрать следующий случай. Рассмотрим вращение камня на нити над головой. Учащиеся могут теперь описать перемещение камня в любой момент времени в некоторой системе отсчета, могут найти вектор скорости, если имеется прибор для отсчета времени, и могут вычислить среднее ускорение. Другими словами, они могли бы сделать многое для описания движения. Но с какой силой нужно тянуть за нить, чтобы камень не отлетел прочь? Насколько сильно нужно его раскрутить, чтобы нить оборвалась? В общем, есть много разнообразных и интересных вопросов. Изучение динамики в части III поможет на них ответить. Связь физики и техники, по-видимому, здесь не следует рассматривать сколько-нибудь глубоко.

6.10 Скорость света

Цель. Разъяснить учащимся, что изученная ими кинематика справедлива лишь в известном приближении и что в теории относительности учащиеся ознакомятся с более общими кинематическими принципами.

Содержание. а) При скорости тел, близких к скорости света, изученные правила сложения скоростей несправедливы.

б) Имеются очень полезные и весьма обширные области, в которых применима ньютоновская кинематика.

Методические указания. Материал рассматривается весьма кратко.

Теория относительности — благотворная почва для многих бесплодных дискуссий среди учащихся старших классов. Надо, по возможности, ограничить обсуждение этой темы.

Большинству учащихся покажется парадоксальным тот факт, что если два ракетных корабля движутся навстречу друг другу и каждый со скоростью, равной 0,75 скорости света, то человек находящийся на одном из них, установит, что второй корабль приближается к нему со скоростью, меньшей, чем скорость света (а не со скоростью, равной 1,5 скорости света). Существует достаточно достоверных доказательств, что это правильно. Мы не можем здесь описывать множество различных результатов релятивистской теории.

Самое главное для учащихся—понять, что изученная ими кинематика хотя и не пригодна во всех случаях, но представляет собой очень важный частный случай,

так как она очень точно описывает обычные движения. Ценность нашей (ньютоновской) кинематики состоит в том, что ее результаты отличаются от результатов релятивистской кинематики на величину порядка

(скорость тела/скорость света)^2.

Для скорости тела, равной 10^5 м/с, это составляет $[10^5/(3\cdot10^8)]^2$, т. е. примерно 10^{-7} или одну десятимиллионную долю. Даже при современном уровне техники очень немногие измерения приближаются к такой точности.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

Усвоение материала гл. 6, так же как и гл. 5, зависит от того, насколько успешно учащиеся будут решать задачи по материалу этой главы. Должно быть решено большое число задач.

В табл. 15 задачи рассклассифицированы по степени их трудности и по разделам, к которым они относятся. Отдельно выделены задачи, предназначенные для разбора их в классе. Задачи, особо рекомендуемые, отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 15

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
6.1, 6.2	1	2,3#	4		3#
6.3	5		6#		6#
6.4	7	9, 12#	8#, 10#	11#	8#, 10#, 12#
6.5	13, 14	15#			15#
6.6	16				
6.7	17, 18		19#, 20#		19#, 20#
6.8	21, 22	23#	25#	24	23#, 25#

Краткие ответы

1*. На 2 м к северу, независимо от порядка, в котором вы проходите разные расстояния.

5*. Первое произведение представляет собой скорость, равную 30 км/ч (к западу), а второе — перемещение, равное 30 км (к западу).

7*. Флаг будет свободно висеть, а не развеваться по ветру.

13*. —86,6 км/ч к северу и —50,0 км/ч к востоку.

14*. Нуль.

16*. Каждый вектор должен быть повернут в противоположном направлении вокруг точки, совпадающей с началом вектора. По величине все векторы должны остаться без изменения.

17*. Нет, не ограничено. Движение с постоянной скоростью может происходить по любой траектории.

18*. Если движение будет происходить по *искривленной* траектории, то *направление* скорости будет изменяться, а следовательно, должно быть ускорение.

21*. Качели будут казаться неподвижными.

22*. Шарик будет казаться удаляющимся с постоянной скоростью.

Ответы с указаниями и решениями

2. См. рис. 68.

3. Маршрут начинается с движения вправо от точки *О* на восток (рис. 69). В конце пути человек оказался на расстоянии двух кварталов к югу. Вектор его

полного перемещения имеет величину, равную длине двух кварталов, и направлен с севера на юг.

Расположив оси координат по направлениям восток — запад и север — юг, можно решить задачу проще, избежав геометрического сложения векторов. Мы пришли бы к тому же ответу, сложив в уме перемещения на восток: 4+3+2+2=11 и перемещения на запад: 3+8=11. Таким образом, человек не переместился относительно начала ни на запад, ни на восток. Перемещение на север: 3+6=9, а на юг: 6+3+2=11. Таким образом, в результате он переместился на два квартала к югу. Это очень поучительная задача и ее целесообразно рекомендовать при обсуждении вопроса о компонентах векторов.

В решении этой задачи отчетливо выражена сущность процесса сложения векторов путем суммирования компонент.

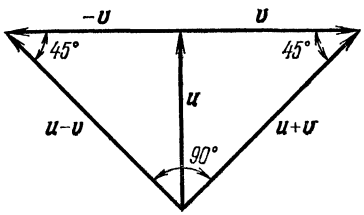


Рис. 68.

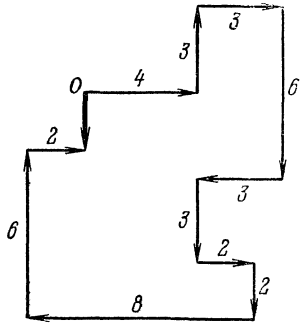


Рис. 69.

4. а) Наибольшее расстояние получится в том случае, когда стержень длиной 4,00 м находится в середине, как показано на рис. 70, и все стержни располагаются в одной плоскости. Наибольшее расстояние равно $s=\sqrt{11^2+4^2}=11{,}7$ м.

б) Векторы характеризуются величиной, а также направлением, и складываются по правилам векторного сложения. Здесь же, при изменении направлений стержней в различных комбинациях, они становятся уже моделями других векторов, так как меняются их направления. Нет ничего неожиданного в том, что суммы разных векторов имеют разные величины.

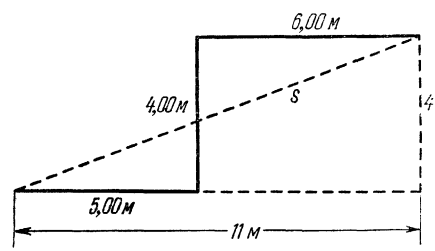


Рис. 70.

6. Задача подводит к пониманию того, что если $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$, то $k\boldsymbol{A}+k\boldsymbol{B}=k\boldsymbol{C}$. Она имеет целью помочь учащимся понять это, проведя графически векторное сложение.

а) 2 см к востоку+3 см к северо-западу дает вектор величиной 2,12 см, направленный под углом 3.3° к западу от оси юг — север.

б) 8 см к востоку+12 см к северо-западу дает вектор величиной 8,48 см, направленный под углом 3,3° к западу от оси юг — север.

в) Обратите внимание, что все векторы из п. б), включая вектор суммы, вчетверо больше векторов из п. а). Вообще, если $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$, то $k\boldsymbol{A}+k\boldsymbol{B}=k\boldsymbol{C}$. Обе части векторного равенства можно умножить на одно и то же число или на скалярную величину. Геометрическое доказательство основано на рассмотрении треугольников, образуемых суммой векторов $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$ и суммой векторов $k\boldsymbol{A}+k\boldsymbol{B}=\boldsymbol{D}$. Две из сторон первого треугольника пропорциональны двум сторонам второго. Углы между соответствующими сторонами равны. Следовательно, треугольники подобны, и потому величина вектора $\boldsymbol{D}$ в k раз больше величины $\boldsymbol{C}$, а углы между $k\boldsymbol{A}$, $k\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{D}$ — те же, что и между $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{C}$. Поэтому $\boldsymbol{D}=k\boldsymbol{C}$.

8. а) Если скорость изменилась от $\boldsymbol{v}_1$ до $\boldsymbol{v}_2$, то вектор изменения скорости есть вектор $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$, показанный на рис. 71,— вектор величиной 141 км/ч под углом 135° к первоначальному направлению.

б) Так как скорость после половины оборота направлена в противоположную сторону, то вектор изменения скорости $v_3 - v_1$ имеет величину 200 км/ч и направлен под углом 180° к первоначальному направлению (рис. 71).

9. Эта задача относится к основному типу задач на сложение скоростей. Вначале учащиеся иногда плохо представляют смысл физических величин в задачах подобного рода. (Пояснения приводятся на стр. 345.) Эффект сноса самолета

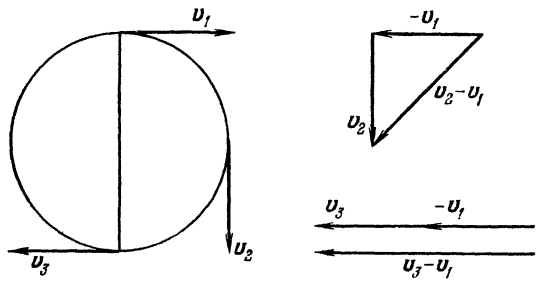


Рис. 71.

ветром хорошо заметен, когда вы наблюдаете полет тихоходного самолета в ветреный день. Если кто-то из ваших учащихся не замечал его, предложите им понаблюдать за небольшими самолетами во время сильного ветра.

а) и б) Самолет летит на юг со скоростью 540 км/ч, но его сносит на восток ветер со скоростью 250 км/ч. Графическое решение дает сложение этих двух движений (рис. 72), приводящее к тому, что самолет перемещается под углом 155° к меридиану со скоростью 595 км/ч относительно земли.

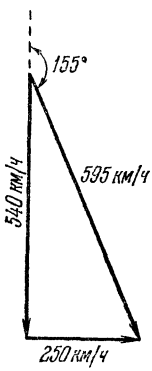


Рис. 72.

в) Самолет, перемещаясь со скоростью 595 км/ч, пройдет за 15 мин путь, равный 149 км.

10. Часто, решая подобные задачи, удобно предположить, что ответ известен, и набросать начерно предварительную диаграмму. Если путь самолета лежит прямо на восток, то вектор его скорости относительно земли должен быть направлен точно на восток. Так как путь в 200 км он должен пролететь за 2/3 ч, величина его скорости относительно земли должна

Рис. 73.

быть 300 км/ч. Скорость ветра, т. е. скорость движения воздуха относительно земли, равна 30 км/ч и направлена на юго-восток. Следовательно, курс самолета должен быть несколько смещен от восточного направления к северу. Соответствующая диаграмма приведена на рис. 73. Последний этап — графическое решение, которое определяет, что самолет должен двигаться по курсу 4,3° к северу от меридиана со скоростью 280 км/ч. Более формальное решение таково:

скорость самолета относительно земли = скорость самолета относительно воздуха + скорость ветра относительно земли,

или $v_з = v_{возд} + v_в$, следовательно, $v_{возд} = v_з - v_в$. Это непосредственно приводит к построению диаграммы, изображенной на рис. 74.

11. У многих учащихся могут возникнуть трудности в понимании условия задачи. Может оказаться необходимым обсудить, что происходит с дымом, вышедшим из трубы. Дым состоит из мельчайших частиц, которые, выйдя из трубы, мгно-

венно повисают в покоящемся воздухе. (Если учащиеся себе этого не представляют, продемонстрируйте это, слегка покурив.) Если бы корабль стоял, а воздух двигался, дым перемещался бы по ветру. Дым, двигаясь вместе с воздухом, относительно воздуха покоится.

Предположим, что корабль в точке A выпустил клуб дыма и переместился затем к югу в точку B (рис. 75). Предположим, он затратил один час, чтобы достичь точки B. Тогда расстояние AB по условию нашей задачи равно 25 км. Тем временем клуб дыма перенесен ветром на 18 км на северо-восток в точку C. Если бы на половине пути до B, в точке B', корабль выпустил второй клуб дыма, этот клуб оказался бы в точке C', когда корабль попал в B. Ясно, что $BC'C$ — прямая линия. Эта линия действительно будет прямым дымным следом, если корабль выпускает дым непрерывно. Точно начерченная диаграмма дает угол ABC, равный 18,6° к востоку от меридиана.

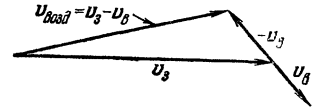


Рис. 74.

Можно провести и другое рассуждение. Если бы не было ветра, то наблюдатель на корабле видел бы, что дым движется назад со скоростью, обратной скорости корабля $-v_к$. Действие ветра приводит к тому, что частицы дыма получают еще скорость $v_в$. Таким образом, скорость дыма относительно корабля равна

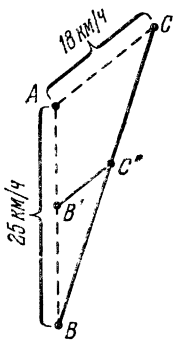


Рис. 75.

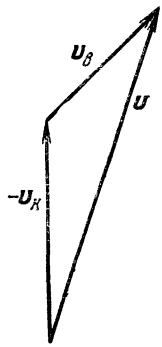


Рис. 76.

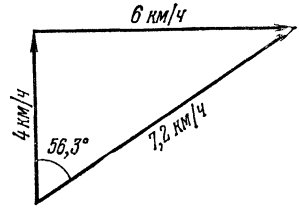


Рис. 77.

$v=-v_к+v_в$. Эта векторная сумма изображена на диаграмме, представленной на рис 76. Конечно, эта диаграмма эквивалентна предыдущей, и если провести построение, можно легко найти требуемый угол. В порядке упражнения можно рассмотреть вопрос, почему скорость дыма относительно корабля дает направление дымового следа в системе координат, связанной с Землей.

12. а) Гребец ведет лодку поперек течения, т. е. перпендикулярно берегу реки. В то же время река сносит ее вниз по течению. Скорость лодки относительно берега складывается из ее скорости относительно воды и скорости воды относительно берега. На рис. 77 приведена диаграмма сложения скоростей.

б) Независимо от того, как лодка сносится течением, гребец движется поперек реки со скоростью 4 км/ч. Поэтому время, необходимое для переправы, равно 0,2 км : 4 км/ч=0,05 ч.

в) За время 0,05 ч гребца снесет вниз по течению (со скоростью 6 км/ч) на 0,3 км.

г) При отсутствии течения гребец переплыл бы реку за 0,2 км : 4 км/ч= =0,05 ч, так как движение вниз по реке не влияет на перпендикулярное ему перемещение поперек реки.

15. Если учащиеся знакомы с теоремой Пифагора для трехмерного пространства, ответ прост: величина перемещения$=\sqrt{4^2+2{,}5^2+8{,}5^2}=9{,}72$ м. Если этот расчет затруднен, можно провести в классе обсуждение, приведенное ниже.

Можно начать с такого вопроса. Пусть x и y — оси координат в горизонтальной плоскости, и мы из конечной точки вектора перемещения бросили шарик вертикально вниз на эту плоскость (рис. 78). Каково расстояние от начала координат до точки падения шарика на плоскость?

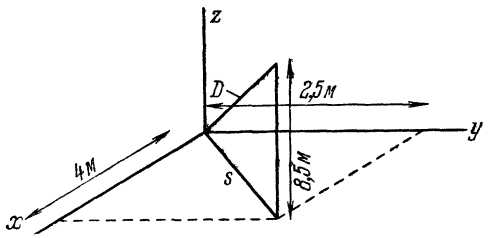


Рис. 78.

По общеизвестной теореме Пифагора для двухмерного пространства ответ ясен: $s=\sqrt{4^2+2{,}5^2}$; $D^2=s^2+8{,}5^2=4^2+2{,}5^2+8{,}5^2$, что и дает ответ на задачу.

19. а) Предположим, что в момент времени $t=0$ тело имеет скорость, показанную на рис. 79, *а* вектором $\boldsymbol{v}_1$. Через 3 с тело имеет скорость $\boldsymbol{v}_2$ (рис. 79, *б*), если предположить, что движение происходит по часовой стрелке. Тогда величина Δv изменения вектора скорости $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$, показанного на рис. 79, *в*, определяется из соотношения $^1/_2\Delta v=2\sin 15^\circ=2\cdot 0{,}2588$, откуда $\Delta v=1{,}035$ *). Этот результат можно получить и без применения тригонометрии, если использовать точный чертеж. Вектор $\Delta\boldsymbol{v}$ будет направлен из точки, где находилось бы тело в середине временного интервала, к центру кривизны траектории, по которой движется тело. В случае, если движение происходит по часовой стрелке и если вектор $\boldsymbol{v}_1$ направлен горизонтально слева направо, вектор $\Delta\boldsymbol{v}$ направлен сверху вниз под углом 15°, отсчитанным по часовой стрелке от вертикали.

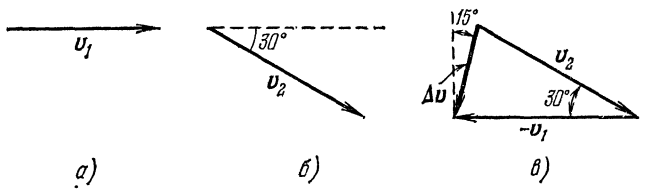


Рис. 79.

б) Так как скорость изменяется за 3 с, то быстрота изменения скорости равна $1{,}035:3=0{,}345$ м/с^2. Это и есть среднее ускорение в течение 3-секундного интервала; оно имеет то же направление, что и вектор $\Delta\boldsymbol{v}$.

20. а) Конец секундной стрелки совершает путь, равный $2\pi\cdot$радиус$=2\pi\cdot 2=4\pi$ см за 60 с. Поэтому он имеет величину скорости, равную $\pi/15=0{,}21$ см/с.

б) Если стрелка в вертикальном положении находится в точке 0 с, то вектор скорости величиной 0,21 см/с направлен горизонтально слева направо, а в точке, соответствующей 15 с, этот вектор направлен вертикально вниз.

в) Вектор изменения скорости равен вектору разности скоростей в моменты 15 и 0 с. Этот вектор равен $0{,}21\cdot\sqrt{2}=30$ см/с и направлен под углом 45° к вертикали налево вниз (рис. 80).

г) Вектор среднего ускорения равен изменению скорости, деленному на величину интервала времени, в течение которого произошло это изменение. В нашем случае оно произошло за 15 с. Вектор среднего ускорения конца стрелки равен $0{,}30:15=0{,}02$ см/с^2 и направлен под углом 45° налево вниз.

23. Жук движется по 4-витковой спирали, показанной на рис. 81.

24. «Горизонтальная компонента» — несколько неопределенный термин. Его надо понимать как вектор, образуемый концами двух перпендикуляров, опущенных из начала и конца трехмерного вектора, не на линию, а на *плоскость*.

а) Эта задача становится понятной, если построить диаграммы, показывающие положения самолетов в разные моменты времени (рис. 82). Самолеты находятся

*) Точнее, $|\Delta\boldsymbol{v}|=1{,}035$ м/с. *(Прим. ред.)*

в точках A и A', B и B' и т. д. Когда самолеты находятся в точках C и C', вектор перемещения — такой, как на рис. 82. Заметьте, что это — лишь его горизонтальная составляющая. В действительности этот вектор наклонен вследствие различия высот самолетов. Спустя 20 мин расстояние OC равно 320 км/ч · 1/3 ч = =320/3 км. CC' равно 260 · 1/3=260/3 км. Горизонтальная составляющая равна

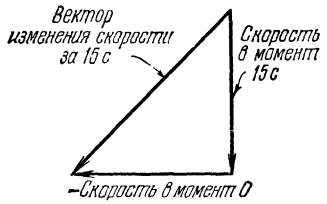


Рис. 80.

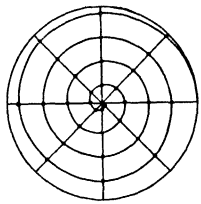


Рис. 81.

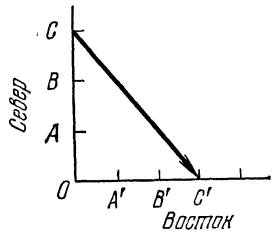


Рис. 82.

$\sqrt{(320/3)^2+(260/3)^2} = \sqrt{1{,}7\cdot 10^5/9} = \sqrt{17\ 10^4/9} = (10^2/3)\cdot\sqrt{17} = 137$ км. Спустя 50 мин горизонтальная составляющая перемещения равна 344 км.

б) Горизонтальная составляющая вектора скорости равна 137 км : 1/3 ч = =411 км/ч. Она направлена под углом 141°, отсчитанным по часовой стрелке от направления на север.

в) Как следует из диаграммы на рис. 82, векторы $\vec{AA'}$, $\vec{BB'}$, $\vec{CC'}$ имеют одинаковые направления. Поэтому вектор относительной скорости должен иметь то же направление и оно остается неизменным. Следует отметить, что в этой задаче рассматривать трехмерный вектор перемещения одного самолета относительно другого довольно трудно, так как его величина и направление меняются сложным образом. Однако горизонтальную составляющую этого вектора найти весьма несложно.

25. а) Вначале пассажир идет назад со скоростью 4 м/с, а пароход движется вперед со скоростью 18 км/ч=5 м/с. Относительно воды пассажир движется

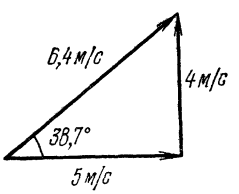


Рис. 83.

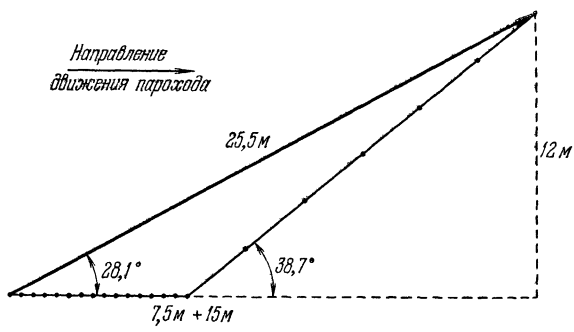


Рис. 84.

в том же направлении, что и пароход, со скоростью 1 м/с. Затем он движется в направлении берега со скоростью 4 м/с, а пароход движется вперед со скоростью 5 м/с. Таким образом, пассажир движется относительно воды со скоростью $\sqrt{4^2+5^2}$=6,4 м/с под углом 38,7° относительно направления скорости судна (рис. 83).

б) Пассажир затратил 7,5 с на первую часть и 3 с на вторую часть своего пути. Его положения относительно воды показаны на рис. 84. Полное перемещение пассажира равно 25,5 м и составляет 28,1° с направлением скорости парохода. Его можно вычислить с помощью диаграммы. Вектор перемещения имеет величину $\sqrt{(7{,}5\text{ м}+15\text{ м})^2+(12\text{ м})^2}$=25,5 м; угол, под которым он направлен относительно скорости судна, определяется соотношением arctg 12 м/(7,5 м+15 м)=28,1°.

ГЛАВА

7 МАССА И ЭЛЕМЕНТЫ

Глава 7—первая из трех глав, представляющих собой краткий, но достаточно полный обзор некоторых наиболее важных свойств материи, составляющих ее частиц, т. е. атомов, и многообразия структур и их свойств, обусловленных комбинацией атомов. Учащиеся, уже изучавшие химию, должны быть знакомы с большинством выводов этих глав. Не знакомые с химией учащиеся могут иметь лишь поверхностное представление о некоторых этих идеях. И лишь немногие, независимо от их подготовки, будут иметь ясное представление о том, почему выводы этих глав существенны. Поэтому эти главы служат двум основным целям: 1) обрисовать в общих чертах структуру и характерные особенности материи и 2) углубить понимание учащимися вопроса о том, как достигаются научные результаты и создаются теории явлений. В Учебнике на основании экспериментальных данных подробно обоснованы и развиты основные понятия. Рассматриваемые идеи представляют интерес для большинства учащихся и легко могут быть усвоены при домашней проработке, для которой необходимо лишь краткое обсуждение в классе.

При прохождении материала, изложенного в главах 7—9, преподавателю следует избегать углубления в подробности количественной трактовки. В этом случае детальное рассмотрение нецелесообразно. Многие важные идеи более детально будут развиты в III и IV частях курса, после того как будет рассмотрен количественный аналитический аппарат. В гл. 7 будут рассмотрены лишь несколько явлений.

В этой главе материя сначала рассматривается с макроскопической точки зрения, на основе понятий массы и плотности, а также закона сохранения массы. Затем центр тяжести переносится на микроскопическое рассмотрение материи, построенное на химическом и спектроскопическом доказательствах существования элементов.

Краткое содержание главы 7

Разделы 7.1—7.5. Показано, что масса, измеряемая на равноплечих весах, является разумной мерой количества материи, содержащейся в различных телах, так как она представляет собой неизменное свойство тела, в то время как вес зависит от того, где это тело находится. Плотность, т. е. отношение массы тела к его объему,— особенно полезна для сравнения различных материалов, так как она не зависит от размеров и формы тел. Установлено, что общая масса изолированной системы неизменна, независимо от физических и химических процессов, которые могут происходить в этой системе. Для большей точности нужно учесть массовый эквивалент энергии излучения, который обычно дает весьма незначительную поправку.

Р а з д е л ы 7.6—7.8. Многие материалы можно разложить в результате химических процессов на более простые вещества. Элементами называются такие вещества, которые неразложимы химическим путем. Отдельные элементы характеризуются своими спектрами излучения. Спектральный анализ и химические методы исследования являются независимыми источниками доказательства существования элементов. Несмотря на свою простоту, спектральный анализ является мощным средством исследования атомного состава различных веществ.

План изучения главы 7

Как уже отмечалось, необходимо составить план таким образом, чтобы большая часть материала предназначалась для самостоятельной проработки и лишь немного времени затрачивалось на обсуждение в классе. Лучше посвятить классные занятия обсуждению экспериментов и решению некоторых количественных задач. Если ваш класс имеет сокращенный план занятий (табл. 16), то эту главу (так же как и главы 8 и 9) следует предназначить в основном для домашнего чтения с минимальным обсуждением в классе. В этом случае целесообразно ограничиться только основными представлениями и экспериментами, а также решением нескольких задач.

Многие преподаватели, имевшие возможность использовать бóльшее время (нечто вроде продленного плана), пришли в выводу, что понимание основ химии, достигнутое их учащимися, целиком оправдывает затраченное время.

ТАБЛИЦА 16

Глава 7	6-недельный план изучения части I		10-недельный план изучения части I	
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	В классе, часы	В лаборатории, часы
7.1—7.5	0,5	0	1	0
7.6—7.8	0,5	0	1	0

Дополнительные материалы к главе 7

Д о м а ш н и е, к л а с с н ы е и л а б о р а т о р н ы е з а д а н и я. На стр. 370 приведены ответы, решения и таблица, в которой задачи рассклассифицированы по степени их трудности.

7.1. Материя и ее мера

7.2. Масса на весах

7.3. Понятие массы

7.4. Косвенное измерение массы. Плотность

7.5. Сохранение массы и сохранение материи

Ц е л ь. Ввести понятие массы как меры количества материи и показать, как можно определить массу тел, а также познакомить с массами типичных объектов.

С о д е р ж а н и е. а) Равноплечие весы могут быть использованы для сравнения масс.

б) Масса — неизменное свойство, в то время как вес тел зависит от их местонахождения, так же как и от их масс.

в) Плотность тел представляет собой отношение их массы к объему. Понятие плотности полезно для оценки масс.

г) Полная масса вещества сохраняется неизменной.

Методические указания. Настоящая глава содержит предварительное рассмотрение понятий, полезных при исследовании свойств материи. Мы начинаем с развития понятия массы. Исходным пунктом служит тот факт, что гравитационная масса определяется взвешиванием на рычажных весах. Это — упрощенная трактовка, первоначальное представление о количестве материи. В частях III и IV представления учащихся о массе (и энергии) будут развиты дальше.

Не следует делать большой упор на понятие плотности. Это — просто удобная величина для сравнения масс единичных объемов различных веществ. Плотность — удобная характеристика распределения материи в пространстве.

Классные занятия должны быть направлены главным образом на усвоение учащимися основных понятий и разъяснение возникающих вопросов, а не на развитие представлений о массе (и плотности) сверх приведенных в Учебнике.

Для разъяснения понятия массы можно использовать обсуждение в классе таких задач, как, например, 5 и 8. Такие задачи, как 13, 14 и 16, можно использовать в качестве основы для усвоения понятия плотности.

ТАБЛИЦА 17

Легкие элементы	Плотность, г/см³	Тяжелые элементы	Плотность, г/см³	Очень тяжелые элементы	Плотность, г/см³	Разнообразные вещества	Плотность, г/см³
Литий	0,53	Железо	7,9	Золото	19,3	Жидкий водород (—255 °С)	0,07
Натрий	1,5	Медь	8,9	Платина	21,4	Бензин	0,68
Магний	1,7	Висмут	9,8	Иридий	22,4	Этиловый спирт	0,79
Бериллий	1,85	Свинец	11,3	Осмий	22,5	Лед	0,92
Графит	2,2	Ртуть (жидкая)	13,6			Песок	0,92
Алмаз	3,53					Горные породы земной коры	~2,7
Бор	2,65					Дерево (сухое):	
Алюминий	2,7					Бальза	0,12—0,20
						Ясень	0,52—0,64
						Бук	0,52—0,72
						Кедр	0,31—0,70
						Вяз	0,55—0,66
						Клен	0,50—0,68
						Дуб	0,65—0,98
						Сосна	0,37—0,64

Полезно использовать плотность для оценки масс. Представляет интерес обсуждение данных, приведенных в табл. 7.2 на стр. 154. В табл. 17 приводятся значения плотностей некоторых веществ.

Если вы желаете расширить за пределы необходимого минимума рассмотрение вопроса о массе и плотности, можно использовать несколько образцов распространенных материалов, по возможности простой геометрической формы. Удобно располагать образцами равного объема. Пусть учащиеся подержат в руках эти образцы и оценят их плотности. Контрольный образец, представляющий собой воду, поможет провести эту оценку. Дайте возможность проверить оценки на весах.

Плотность можно оценить, уравновешивая образец на весах некоторым количеством воды. Отметьте на стенке мензурки или мерного стакана объем образца, удвоенный объем и т. д. (объем образца легко определить по перемещению уровня воды при его погружении). Тогда уровень воды, масса которой равна массе образца, непосредственно укажет значение плотности (в г/см^3). (Естественно, пустая мензурка перед взвешиванием уравновешивается на весах. Если использовать подкрашенную воду, результат будет хорошо виден.)

Учащиеся могут хорошо представить себе плотности обычных веществ, если оценивать массы крупных предметов, размеры которых известны. Вы можете рассмотреть обычные предметы по возможности простой геометрической формы, задавая, например, вопрос, какую массу перевозит грузовик с объемом кузова 10 м^3, наполненный различными материалами. Интерес повысится, если учащиеся сами будут предлагать примеры материалов. Кто-то из учащихся может воспользоваться при этом справочником, в котором найдет плотности рассматриваемых материалов.

Начните с жидкостей, и пусть учащиеся найдут массы заданного объема воды, спирта, бензина и т. д. Затем попытайтесь перейти к примерам очень легких или очень тяжелых жидкостей, таких, как жидкий водород или ртуть. Когда перейдете к твердым телам, можно начать с дерева и горных пород, а затем попросить учащихся указать более тяжелые материалы. Свинец является простейшим примером тяжелого вещества. Учащихся часто удивляет, что медь и серебро имеют меньшую плотность, а золото и платина — большую.

Возможно, ваши учащиеся уже знакомы с законом Архимеда, но если у вас есть время, задайте и обсудите задачу 16. Просмотрите решение задачи 16 в разделе ДКЛ и остановитесь на вопросе о плавании тел, а не о погружении тел в воду. Демонстрация опытов поможет учащимся запомнить закон Архимеда. Если вы перейдете к обсуждению погружения тел в воду, лучше говорить о *кажущемся* уменьшении массы, равном массе вытесненной воды. Избегайте в это время любого сколь-нибудь подробного обсуждения сил. Если вы обсудили вопрос о погружении в воду, можно упомянуть о кажущемся уменьшении массы тел, вытесняющих воздух (его плотность равна $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ г/см^3; при точных измерениях массы нужно делать поправку, связанную с погружением в воздух, если объем взвешиваемого образца отличается от объема стандартных масс или «разновесов»). Предложите наиболее сильным учащимся определить точное значение массы куска алюминия (плотность 2,7 г/см^3), если его кажущаяся масса, определенная на весах со стандартными латунными разновесами (плотность 8,4 г/см^3), равна 8,4000 г. (Алюминий вытесняет 3,1 см^3 воздуха, а латунь вытесняет лишь 1 см^3, следовательно, масса 2,1 см^3 воздуха, добавочно вытесненного алюминием, равна 2,5 мг. Поэтому фактическая масса куска алюминия равна 8,4025 г.).

Старайтесь избежать смешения понятий массы и веса, но не вдавайтесь подробно в обсуждение сил или единиц измерений. Один из путей подчеркнуть это: задать задачу, а затем спросить, останутся ли теми же величины, фигурирующие в задаче, на Луне. Учащиеся обычно хорошо знают, что все предметы на Луне

намного легче, чем на Земле. Основной целью рассмотрения массы на данном этапе является введение количественной меры материи. Вес обсуждается лишь постольку, поскольку он используется при интуитивном определении массы. (Задача 7 иллюстрирует различие между массой и весом, и краткого обсуждения этой задачи обычно достаточно, чтобы подчеркнуть необходимое отличие.)

Совершенно очевидно, что сейчас нет времени для попыток строго подойти к рассмотрению массы, что повлекло бы за собой обсуждение сил, инерции и энергии, т. е. всего того, что будет детально изложено в III части. Сейчас необходимо сделать упор только на понимание того, что имеется некоторая постоянная величина, характеризующая тело, его гравитационная масса, и что вес зависит от массы и от местонахождения тела. Эти представления можно легко ввести при обсуждении задачи 7.

Не следует касаться следующих тем: 1) закона всемирного тяготения Ньютона, связывающего пропорциональной зависимостью вес и массу, пока он не появится в части III; 2) инертной массы, которая будет определена в части III в связи с законом движения Ньютона (сопоставление инертной и гравитационной масс подробно обсуждается в Руководстве к части III). 3) эквивалентности массы и энергии. Не нужно обсуждать соотношение $E = mc^2$. Это очень сложная тема, зачастую непонятная и трудная для объяснения. Достаточно упомянуть, что мы знаем теперь, что свет и теплота играют роль «утечек» в изолированной системе, и их следует принимать во внимание при доказательстве закона сохранения массы в самом общем случае. Так или иначе, пройдет еще много лет, прежде чем это перестанет быть проблемой.

7.6. Химический анализ и синтез

7.7. Элементы

7.8. Анализ спектра

Цель. Установить связь между макроскопической характеристикой материи, т. е. массой, и микроскопическими частицами, т. е. атомами.

Содержание. а) Чистые вещества (т. е. вещества с однородными свойствами) могут подвергаться химическим превращениям, таким, как реакции перегруппировки, разложения и синтеза.

б) Химические соединения являются определенной комбинацией элементов. Соединения могут быть разложены в результате химических реакций, элементы — нет.

в) Анализ спектров подтверждает заключение, первоначально основанное на химических данных, о том, что все вещества состоят примерно из ста основных элементов.

Методические указания. Этот материал предназначен для проработки дома и не требует сколь-нибудь значительного времени в классе, потому что учащиеся, по-видимому, уже знакомы со многими представлениями, встречавшимися ранее на уроках по другим предметам. Материал следует прорабатывать кратко.

Избегайте строгих определений. Многие учащиеся воспримут упрощенно или буквально определения таких терминов, как «соединения», «элементы» и «атомы». (Например, элементы иногда определяют как чистые вещества, которые не могут быть разложены химическими способами. Но сам по себе термин «химический способ» трудно определить без использования выражений «элемент» и «атом»). Пре-

секайте использование таких определений. К концу курса учащиеся будут иметь очень ясное представление об атомах и элементах. На данной же стадии представления в том виде, в котором они изложены в Учебнике, соответствуют необходимым требованиям, но не должны заучиваться наизусть.

Современное простейшее определение атома основано на данных о его структуре и наличии атомного ядра, содержащего протоны и нейтроны. Атом представляет собой атомное ядро, окруженное электронами, число которых равно числу протонов в ядре. Элемент состоит из атомов, имеющих одинаковое число протонов в ядрах.

Прежние определения слишком ограничены, чтобы быть точными, они не учитывают ядерные превращения. Термины «разлагать» или «химические способы» являются достаточно ограниченными, хотя бы потому, что они также не учитывают ядерных превращений. Например, стандартным техническим приемом химического разложения является нагрев, но при слишком высоких температурах (развиваемых в случае термоядерных реакций) могут идти ядерные реакции, и атомы одного вида будут превращаться в атомы другого вида.

Таким же образом иногда стирается грань между смесями и соединениями. Смеси, такие, как соленая вода, могут отличаться от простых химических соединений, таких, как соль и вода, имеющих неизменный химический состав. Но эти отличия неприложимы к случаю больших молекул (таких, как молекулы белка), которые могут содержать миллионы атомов. Небольшая ««ошибка» в числе или в расположении атомов не обязательно приведет к изменению химических свойств этих сложных «соединений».

Не останавливайтесь сейчас подробно на методе и применениях спектрального анализа. Учащиеся могут увидеть несколько спектров, если вы покажете демонстрации, описанные ниже, но постарайтесь на этой стадии не выйти за рамки качественных представлений.

Дайте учащимся общее понятие о спектре. Описание «спектроскопов»» в разделе 7.8 умышленно дано схематично, чтобы внимание учащихся сосредоточить на самих спектрах, а не на конструкции прибора. Учащимся представится благоприятный случай при изучении части II курса понять, как и на каком принципе работает спектроскоп.

Точно так же не следует сейчас рассказывать учащимся, почему элементы излучают отдельные спектральные линии или почему эти совокупности линий различны для разных элементов. Упомяните качественно о спектре как о возможном и важном ключе к пониманию структуры атома.

Молекулярные спектры содержат полосы, которые образуются вследствие того, что взаимодействие между атомными ядрами накладывается на основное взаимодействие ядер с электронами, находящимися на внешних оболочках. Этот эффект приводит к «размыванию» атомных уровней энергии. В твердых телах электроны взаимодействуют со многими ядрами одновременно и спектр испускания переходит в сплошной, напоминающий солнечный спектр. Относительная интенсивность различных цветов в спектре больше зависит от температуры тела, чем от его состава.

Учащиеся получат очень хорошее качественное представление о значении спектра для идентификации элементов, наблюдая сквозь пластмассовую реплику дифракционной решетки источник, который вы установите на столе. Лучше, хотя и не обязательно, если каждый учащийся будет пользоваться своей отдельной

дифракционной решеткой. Источниками света могут служить либо газонаполненные разрядные трубки, через которые происходят разряды от индукционной катушки Тесла, либо можно использовать порошки разных солей некоторых элементов, помещая их в пламя бунзеновской горелки. При использовании бунзеновской горелки полезно принять некоторые предосторожности.

Сделайте небольшую петлю на одном конце чистой, предпочтительно новой, нихромовой проволоки длиной около 15 см. Закрепите другой конец в теплоизолирующей рукоятке, например деревянном стержне толщиной 0,6 см. Нихромовая проволока должна быть новой, блестящей и свободной от примесей. Загрязнение солями натрия будет мешать при испарении, если проволока предварительно не очищена около петли. Если нужно повторно использовать проволоку, ее следует очистить, выдержав несколько минут в пламени, погрузив затем на некоторое время в раствор разбавленной соляной кислоты и снова нагрев. Если чистые петли не используются, их нужно хранить завернутыми в алюминиевую фольгу.

Хорошим набором соединений для демонстрации являются: хлористый литий, хлористый натрий, хлористый кальций, хлористый стронций и хлористая медь. Полезно иметь нитраты этих же металлов, для того чтобы доказать, если необходимо, что цвета действительно являются характеристикой металлов, а не хлоридов.

Когда нихромовая петля хорошо нагрета и погружена в порошкообразную соль, небольшое количество соли расплавится и прилипнет к петле. Если некоторые вещества хорошо не прилипают, их надо увлажнить. Пламя некоторых цветов весьма слабо, и спектр хорошо наблюдать в темной или полутемной комнате.

В качестве еще одного опыта попробуйте смешать две соли, например хлористую медь и хлористый литий, и посмотрите, смогут ли учащиеся идентифицировать элементы по наблюдаемому спектру.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

Если вы не располагаете по плану достаточно большим количеством времени, вам, по-видимому, придется ограничиться лишь несколькими задачами из этой главы. В частности, ваш класс может заинтересовать задача 16, хотя она и несколько трудна, так как она преподносит «открытие» закона Архимеда, о котором в Учебнике не говорится. В табл. 18 задачи расклассифицированы по уровню их сложности и разделам, к которым они относятся. Выделены задачи, подходящие для разбора в классе. Задачи, особо рекомендуемые, отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 18

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
7.1—7.3	1, 2, 6	3, 8	4, 5, 7 #		5, 7 #, 8
7.4	9, 10	11, 13, 15, 17	12, 14, 16 #		13, 14, 16 #
7.5		18	19		
7.6			20		20
7.7		21, 24	22, 23		21, 22
7.8	25		26		

Краткие ответы

1*. $1 \cdot 10^3$ кг.

2*. Отношение массы Солнца к массе Земли приблизительно в шесть раз больше, чем отношение массы молекулы кислорода к массе электрона.

6*. Да.

9*. Отдельное зерно.

10*. Около 150 кг.

25*. Линии всех трех элементов.

Ответы с указаниями и решениями

3. Вам нужно найти пару масс, уравновешивающих друг друга и в то же время уравновешивающих вместе 1 кг. Практически процедура должна заключаться в том, что, найдя кусок металла, несколько больший одного килограмма, надо разрезать его пополам, а затем до тех пор сошлифовывать или высверливать, пока они не будут уравновешивать друг друга, а вместе — массу 1 кг.

4. а) Поменяйте местами обе массы. Если плечи весов равны, то коромысло будет находиться в горизонтальном положении.

б) Если плечи не равны, коромысло находится в горизонтальном положении, когда меньшая масса подвешена к большему плечу. Когда массы обменялись плечами, большая масса окажется на большем плече и это плечо опустится. (Это — основная процедура для калибровки масс. Для начала вам необходимо иметь только один эталон массы и в соответствии с ним можно сделать и точный противовес, и калиброванный образец эталона.)

5. Эту задачу в качестве основы можно использовать для краткого обсуждения в классе. Учащиеся (и преподаватели) могут быть удивлены тем, что отважный исследователь предпочел выбрать в качестве временного эталона массы самородок золота, а не воду. Однако использование воды дало бы слишком неудобный эталон.

а) Самородок можно использовать в качестве стандартного эталона массы. Все «стандартные массы» калибруются друг относительно друга и фактически «эталон» весьма произволен. В данном случае исследователю следует установить, что эталоном является его самородок с массой, равной одному самородку (ему, вероятно, не следует предполагать, что это один килограмм).

б) Комплект рабочих масс легко подобрать. Надо найти камни и т. п., которые точно уравновешивают кусок золота (масса 1 самородок), затем уравновесить кусок золота плюс камень с массой в 1 самородок (масса 2 самородка) и т. д. Таким образом, камни дадут любой набор масс, больших, чем 1 самородок. Полезно было бы приготовить набор масс 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100 самородков и т. д., позволяющий составить любую массу в интервале от 1 до 200 самородков с точностью до 1 самородка. Если исследователю требуется бóльшая точность, он подберет, основываясь на массе одного самородка, комплект дробных значений масс, используя похожую методику (например, точно деля массу 1 самородка, на две равные части и затем последовательно деля и сохраняя все куски, пока две следующие половины не уравновесят вместе одного куска, который был эталоном 1/2 самородка и т. д.).

Указанный набор масс является комплектом, обычно используемым в лабораторных работах. Однако это не единственно возможный комплект. На практике легче подобрать набор, дающий последовательность масс в бинарной, а не в десятичной системе, т. е. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 и т. д. В этой системе каждая последующая масса является простой суммой всех меньших масс плюс одна единичная масса.

в) Лучший путь избежать неоднозначности трактовки количественных результатов — послать в Лондон одновременно с результатами эталон массы 1 самородка. Если у исследователя есть способ определить фактическую массу своего эталона (например, точно измерить объем чистой воды, уравновешивающей его), следует, по-видимому, использовать этот способ с самого начала и обеспечить возможность пользоваться типовой единицей в 1 килограмм, а не в 1 самородок, изготовив соответствующий эталон.

Если исследователь упорно отказывается расстаться со своей единицей массы в 1 самородок, он может записывать все свои данные, полученные в лаборатории,

в самородках, пока они не будут отосланы домой и не будут переведены в другие единицы.

7. Целью задачи является напомнить учащимся, что масса — неизменная мера количества материи, в то время как мера притяжения (вес) может изменяться.

а) Так как вес является проявлением притяжения, действующего на тела, рассмотрение таблицы показывает, что предмет имеет больший вес в Гренландии, где сила тяготения наибольшая. Он имеет наименьший вес в зоне Панамского канала.

б) Разница весов, выраженная в процентах, такова:

Зона Панамского канала:

$$\frac{1{,}000000-0{,}997530}{1{,}000000}\cdot 100\% = 0{,}2470\% \text{ (легче)}$$

Денвер:	0,1077% (легче)
Уорчестер:	0,0348% (легче)
Гренландия:	0,1906% (тяжелее)

Вес предмета зависит от его местонахождения. Он оказывается больше на малых высотах над уровнем моря, чем на возвышенностях (Уорчестер и Денвер находятся примерно на одной широте, но Уорчестер расположен у подножья горы, близ уровня моря, а Денвер — высоко в горах). Вес больше на более высоких широтах, чем у экватора (сравните зону Панамского канала и Гренландию). Учащиеся могут потребовать объяснения этого различия. Однако на данной стадии изучения лучше ограничиться замечанием, что такое различие является следствием двух факторов: разницы в «радиусе» Земли и наличия вращения Земли вокруг своей оси. Истолкование будет дано при изучении части III курса в главах 21 и 22.

Масса тел не изменяется при их перемещении из одного места в другое. Массу можно измерить, сравнив с эталоном на весах. Равновесие весов, находящихся в определенном месте, не зависит от их местонахождения, так как любое изменение земного притяжения одинаково и для эталонной массы, и для взвешиваемого тела.

8. Эта задача подчеркивает различие массы и веса. Избегайте здесь слишком детальных объяснений — учащиеся еще не имеют сколь-нибудь полных представлений об энергии или импульсе. Конечно, член команды *В* абсолютно прав, так как *Б* не мог «взвесить» молоток в космосе, он уравновешивался бы пером, так же как и эталоном массы 1 кг. Однако *Б*, вероятно, прав в том, что можно использовать молоток, чтобы расколоть орех, так как эффективность удара по ореху определяется массой (точнее, количеством движения mv) молотка, а не весом. Так как *А* полностью неправ, *Б* прав наполовину, а *В* не высказал никакого мнения относительно возможности разбить орех, двум последним, *Б* и *В*, следует получить по половине ореха в качестве вознаграждения!

11. а) Так как плотность=масса/объем, средняя плотность Земли равняется $(5{,}98\cdot 10^{24}$ кг$) : [{}^4/_3\pi\ (6{,}38\cdot 10^6$ м$)^3] = 5{,}50\cdot 10^3$ кг/м^3.

б) Средняя плотность вещества вблизи земной поверхности равна приблизительно половине этой величины, тогда как плотность около центра Земли примерно вдвое больше. Вероятно, это разделение произошло на ранней стадии эволюции Земли, когда более легкие составляющие буквально «всплыли» на поверхность раскаленного шара, а более тяжелые опустились к центру.

Учащиеся, заинтересованные особенностями строения Земли, могут удовлетворить свою любознательность, прочитав первую главу книги П. М. Харлея «Возраст Земли» (Физматгиз, 1962).

12. а) Суммарная масса солнечной системы не сильно превышает массу Солнца. Когда она была распределена по объему шара радиусом $2\cdot(5{,}9\cdot 10^{12})$ м, средняя плотность была

$$\frac{(2{,}0\cdot 10^{30}\text{ кг})}{{}^4/_3\pi\ (11{,}8\cdot 10^{12}\text{ м})^3} = 2{,}9\cdot 10^{-10}\text{ кг/м}^3.$$

б) Плотность воздуха в комнате равна 1,2 кг/м^3, таким образом, пыль приблизительно могла бы быть в 10^{10} раз менее плотной. Плотность межгалактического

газа примерно равна 10^{-18} кг/м^3, таким образом, пыль была бы приблизительно в 10^8 плотнее.

13. Это простая задача на определение плотности с несколько неожиданным ответом для тех учащихся, которые думают о корковой пробке как о чем-то «легком». Шар из пробки диаметром 1 м имеет массу

$$^1/_4 \cdot {}^4/_3\pi\,(^1/_2\ \text{м})^3\ 10^3\ \text{кг/м}^3 = 1{,}3 \cdot 10^2\ \text{кг}.$$

Большинство учащихся усомнятся в том, смогут ли они поднять такой шар.

14. Эта задача связана с понятием плотности, но ее обсуждение может затянуться, если начать подробно рассматривать силы, действующие на плавающее тело. Бетон, конечно, имеет бо́льшую плотность, чем вода, и кусок бетона тонет в воде буквально «как камень». Бетонные баржи, как правило, подобная участь не постигает, так как они наполнены воздухом, а не водой, и их средняя плотность, определяемая отношением (масса бетона плюс масса воздуха)/(объем бетона плюс объем воздуха), меньше плотности воды.

(Этот момент не подходит для обсуждения выталкивающих сил или вопроса об устойчивости плавающих тел. Ограничьте обсуждение предложением вопросов или продолжите его в связи с обсуждением задачи 16.)

В качестве одной из модификаций задачи 14 можно сформулировать такой вопрос: «Почему губка плавает, когда она брошена в воду, а затем тонет?».

15. а) Объем каждой пачки сахара равен 16 см · 8,0 см · 5,0 см = 640 см^3 = $= 6{,}4 \cdot 10^{-4}$ м^3. Объем кузова грузовика равен 22 м · 2,4 м · 2,4 м = $1{,}3 \cdot 10^2$ м^3. Таким образом, грузовик вмещает $(1{,}3 \cdot 10^2)/(6{,}4 \cdot 10^{-4}) = 2 \cdot 10^5$ пачек.

б) Масса сахара, погруженного в грузовик, равна $(2 \cdot 10^5) \cdot 0{,}45$ кг $= 9 \cdot 10^4$ кг.

в) Плотность сахара равна 450 г/640 см^3 = 0,70 г/см^3 = $7.0 \cdot 10^2$ кг/м^3.

Учащиеся могут не беспокоиться о том, что пачки сахара «не подходят» к размерам грузовика. Например, можно ли считать отношение 22 м/16 см целым числом? В соответствии с условием задачи этот вопрос неправомочен, так как на самом деле длина кузова грузовика дана приближенно, с точностью до метра, а на самом деле она может быть 22,16 метра. Вследствие этого мы решаем задачу приблизительно и определяем, во сколько раз один объем больше другого.

16. а) и б) Подскажите учащимся, что им нужно составить такую таблицу:

Материал	Объем, см^3	Масса, г	Погруженная часть	а) Плотность, г/см^3	б) Масса вытесненной воды, г
Корковая пробка	60	10	0,17	$10/60 = 0{,}17$	$0{,}17 \cdot 60 \cdot 1 = 10$
Дерево	36	27	0,75	$27/36 = 0{,}75$	$0{,}75 \cdot 36 \cdot 1 = 27$
Губчатая резина	40	20	0,50	$20/40 = 0{,}50$	$0{,}50 \cdot 40 \cdot 1 = 20$

в) Из приведенных результатов измерений непосредственно вытекают следующие выводы: 1) плавающее тело погружается в воду таким образом, что доля объема, погруженная в воду, численно равна значению плотности тела, выраженной в г/см^3 (т. е. удельному весу тела); 2) плавающее в воде тело вытесняет массу воды, равную массе самого тела. Вторая формулировка принципа Архимеда, вероятно, менее очевидна. Чтобы показать, что имеется в виду масса именно вытесненной воды, предложите учащимся быстро оценить массу вытесненной жидкости, если бы жидкость имела плотность 2 г/см^3 или 10 г/см^3.

По-видимому, нецелесообразно рассматривать при этом выталкивающую силу, действующую на погруженное в жидкость тело. Эта величина будет введена в рассмотрение при обсуждении закона Паскаля, а сейчас лучше не использовать понятие силы.

17. а) Наиболее простой способ состоит в том, что листок разрезается на кусочки равной площади и сравнивается вес этих кусочков.

б) Этот метод предполагает, что толщина листа бумаги везде одинакова.

в) Это предположение легко проверить измерением с помощью микрометра толщины бумаги в нескольких различных местах. Можно использовать и оптический микрометр.

18. Нет, не является, так как увеличение массы вызывается и другими причинами, такими, как наличие двуокиси углерода в воздухе.

19. а) Так как масса при химических реакциях сохраняется, то масса выделившегося кислорода=масса воды — масса выделившегося водорода= =1 кг—0,111 кг=0,889 кг.

б) Масса прореагировавшего при сгорании или выделившегося водорода пропорциональна массе вновь образовавшейся или разложившейся воды:

$$10\ г/111\ г = \text{масса воды}/1000\ г,$$

т е. масса воды равна 90 г=0,090 кг.

в) Масса непрореагировавшей при сгорании части воздуха=масса воздуха — масса использованного килорода=350 г—(90 г—10 г)=270 г=0,270 кг.

20. Это — хорошая задача для обсуждения в классе. Есть несколько простых способов разделить эти три вещества, используя приведенные в таблице физические свойства. Разницу в плотностях можно было бы использовать, применяя жидкости с промежуточными плотностями, не растворяющие ни один из компонентов (например, только карбонат натрия будет плавать в жидкости, плотность которой 1,5 г/см^3). Можно использовать и разницу в температурах плавления. Если смесь в целом нагреть, карбонат натрия расплавится при температуре 32,5 °С и вытечет, потом около 100 °С расплавится хлористый кальций. Наиболее простая процедура разделения основана на различии в растворимости этих трех компонентов смеси. Если сквозь смесь пропустить достаточно большое количество горячей воды, то растворится весь карбонат натрия, двуокись кремния можно удалить при фильтровании, так как она нерастворима. Воду можно выпарить и осадок вновь растворить в спирте. Так как в спирте растворяется только хлористый кальций, карбонат натрия можно отфильтровать. Наконец, хлористый кальций выделяется при испарении спирта.

21. а) Пары кислоты не могут быть элементом, так как их можно разложить, выделив два чистых вещества.

б) Да, оба газа могут быть элементами.

в) По условию известно, что хлористоводородная кислота — не элемент, но мы не можем быть уверены в том, что полученные при разложении газы являются элементами. Может оказаться, что другими средствами возможно дальнейшее разложение газов на простые вещества. В дальнейшем можно было бы экспериментально доказать, что газы, полученные при разложении паров хлористоводородной кислоты, являются элементами: водородом и хлором. Однако простыми химическими опытами доказать невозможность дальнейшего разложения нельзя. Уверенность в том, что это элементы, основана на детальном исследовании физических и химических свойств, дающем возможность определить место элемента в периодической таблице Менделеева.

22. а) На основании приведенных в п. а) сведений нельзя определить, какие чистые вещества являются элементами.

б) «Соль» не может быть элементом. Из хлористоводородной кислоты мы выделили водород, и этого вполне достаточно для объяснения того, что произошло с хлором и цинком. Так как кроме водорода образуется еще только одно вещество, это вещество должно содержать и цинк, и хлор и являться либо соединением, либо смесью (в действительности образуется соль — хлористый цинк). Однако на основании приведенных данных было бы самомнением утверждать, что «соль» является смесью (или химическим соединением) двух или более элементов.

в) Цинк и водород — элементы. Хлористоводородная кислота и хлористый цинк — соединения.

23. а) Так как водород составляет лишь незначительную долю земной коры, несмотря на высокий процент относительной распространенности, атом водорода должен быть легким.

Из табл. 7.3 следует, что водород — легчайший из указанных в ней элементов.

б) Масса атома кремния меньше массы атома железа, так как в приведенных массах кремния и железа содержится больше атомов кремния: $27{,}7/33{,}9 < 5{,}0/3{,}1$.

в) Нельзя получить ответ относительно соотношения плотностей кремния и железа, исходя из приведенных в табл. 7.3 данных (хотя кремний имеет меньшую плотность и меньшую, чем железо, массу атома, это совпадение не закономерно). Плотность — это масса вещества в единице объема, но не масса, отнесенная к атому.

24. Из табл. 7.4 следует, что бóльшую часть атомов человеческого тела составляют атомы водорода и кислорода и что они содержатся в пропорции 2,5 : 1. Так как наиболее распространенным соединением водорода с кислородом является вода, в которой отношение атомов равно 2 : 1, весьма вероятно, что именно вода составляет бóльшую часть человеческого тела. Конечно, сама по себе табл. 7.4 не дает доказательства этого утверждения.

26. а) Линии, наблюдаемые во всех спектрах, должны быть, по всей вероятности, линиями кальция. Линии фтора должны наблюдаться только во втором спектре, линии углерода — только в третьем, линии водорода — только в четвертом. Линии кислорода могут наблюдаться в третьем и четвертом спектрах. Однако если дуга, исследуемая с помощью спектроскопа, находится в воздухе, они могут присутствовать во всех спектрах.

б) Чтобы убедиться в правильности интерпретации, нужно иметь спектры всех других элементов — фтора, углерода, кислорода и водорода. Тогда можно произвести сопоставление линий, наблюдаемых вместе с другими в спектрах соединений кальция.

(Ответы, которые можно получить в этой задаче, в значительной мере являются догадками. Единственно, что вы можете требовать, чтобы догадки были благоразумными. Приведем для вашего сведения технические детали на случай возможных вопросов. Спектры получены от дуги между двумя электродами из графита, при помещении образцов исследуемого материала в углубление расплыляемого электрода из особо чистого графита. Пламя дуги вызывает испарение и диссоциацию материала. Таким методом легче проводить сравнение спектров, используя соединения различных элементов, таких например, как стронций или натрий, с фтором, углеродом, водородом и кислородом, чем проводить работу с газообразными веществами. К счастью, фтор, углерод, кислород и водород не имеют интенсивных линий в этой части спектра. Линии в этих спектрах, не принадлежащие кальцию,— это две близких линии калия, которые видны только в спектре фтористого кальция (второй спектр), и три линии стронция, которые видны в спектре металлического кальция (первый спектр) и отсутствуют или ослаблены в спектре фтористого кальция.)

ГЛАВА

8 АТОМЫ И МОЛЕКУЛЫ

В гл. 8 излагаются представления об атомно-молекулярной природе вещества, причем для доказательства ее приводятся как физические, так и химические примеры. Сначала анализируются результаты различных физических измерений, позволяющие определить размеры атомов и установить, что в кристаллических твердых телах атомы расположены регулярно. Затем довольно подробно излагаются исторически сложившиеся современные химические представления, основанные на работах Дальтона, Гей-Люссака, Авогадро и Канниццаро. Детально разбираются следующие вопросы: измерение масс атомов и молекул, а также определение числа Авогадро. Приводятся дополнительные данные, иллюстрирующие характер расположения атомов в кристаллах и вытекающую из него геометрическую форму этих кристаллов, а также порядок чередования атомов в различных кристаллах. Наконец, в конце главы напечатан очерк, посвященный химическим представлениям о молекулах; в нем описывается строение самых разнообразных органических молекул, включая молекулы, входящие в состав живых организмов.

Краткое содержание главы 8

Разделы 8.1—8.4. В этих разделах приводятся различные физические соображения, определяющие порядок числовых величин размеров отдельных атомов и молекул. Очевидно, что непосредственно с помощью наших органов чувств нельзя обнаружить отдельные атомы. Их нельзя обнаружить даже с помощью оптического микроскопа с наивысшей разрешающей способностью, и лишь электронный микроскоп, обладающий разрешающей способностью до 10 Å*), приближает нас к размерам атомов. Посредством описываемого в Учебнике опыта по получению мономолекулярного слоя (желательно, чтобы учащиеся сами проделали эту лабораторную работу) также можно обнаружить размеры до 20 Å; это скорее молекулярные, а не атомные размеры. Чтобы непосредственно наблюдать эффекты, вызванные реальными атомами, нужны приборы для рентгеноструктурного анализа и ионный микроскоп. Пользуясь пузырьковой камерой, камерой Вильсона или другими подобными приборами, можно сосчитать, сколько элементарных атомных частиц испускается при радиоактивном распаде. Этот метод счета частиц дает возможность подтвердить нашу оценку линейного размера одного атома как величины порядка 3 Å. Итак, хотя атомы представляют собой дискретные частицы, они настолько малы, что требуются неимоверные количества атомов, чтобы образовать видимую крупицу вещества; эти количества так велики, что при обычном наблюдении вещество кажется нам совершенно непрерывным.

*) В настоящее время существуют электронные микроскопы с разрешающей способностью до 2 Å. (*Прим. перев.*)

Р а з д е л ы 8.5—8.12. Здесь излагается история того, как были получены химические доказательства атомистической теории строения вещества, начиная с закона постоянства химического состава и закона кратных отношений. Затем разбирается задача определения молекулярных формул на основе фактического подсчета (по радиоактивному распаду) числа атомов газа в единице объема. Установленный на основании опыта факт, что в равных объемах различных газов содержатся одинаковые количества молекул, используется затем для обоснования гипотезы, что этим свойством обладают все газы. Из этой гипотезы следует закон объемных отношений, а также возможность определения молекулярных и атомных весов и числа Авогадро. В заключение очень кратко рассматриваются выводы ядерной физики о внутриатомном строении вещества, чтобы учащиеся поняли, почему массы всех атомов почти точно равны целым крагным числам атомной массы водорода.

Р а з д е л ы 8.13—8.17. Рассказывается о замечательной упорядоченности строения вещества в кристаллическом состоянии. Глава заканчивается описанием сочетаний атомов, изучаемых органической химией и биохимией.

При изложении этих вопросов обращается внимание как на закономерности строения вещества, так и на способы познания этих закономерностей. Узнав кое-что о том, как было изучено строение вещества и каковы границы наших знаний о нем в настоящее время, учащиеся смогут глубже понять сущность процесса научного поиска.

План изучения главы 8

Если курс физики не объединен с химией, то целесообразно сначала задать учащимся прочесть материал этой главы по Учебнику, а затем потратить 1—3 дня классных занятий на объяснение основных положений некоторых разделов. Если вы хотите подробно разобрать разделы 8.5—8.12, то этим разделам надо полностью посвятить несколько учебных часов, руководствуясь приводимым ниже 10-недельным вариантом учебного плана (табл. 19). За исключением числа Авогадро и размеров атомов, материал гл. 8 не понадобится для дальнейшего изучения курса. Поэтому вполне достаточно лишь вкратце остановиться на нем. При преподавании по сокращенному варианту учебного плана надо задать всю главу для домашнего чтения до ее проработки в классе.

ТАБЛИЦА 19

Глава 8	6-недельный план изучения части I			10-недельный план изучения части I		
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
8.1—8.4	0,5	1	I.6	1	1	I. 6
8.5—8.9	0	0	—	4	0	—
8.10—8.12	1	0	—	1	0	—
8.13—8.17	0,5	0	—	1	0	—

Дополнительные материалы к главе 8

Л а б о р а т о р и я. Выполняя опыт I.6 (*Молекулярные слои*), учащиеся путем непосредственного измерения толщины мономолекулярной пленки

определяют верхний предел величины размера молекулы. Лучше всего делать опыт 1.6 перед проработкой раздела 8.2. На стр. 419 даются полезные указания к этой лабораторной работе.

Хотя это не планируется как специальная лабораторная работа, многие учащиеся по указанию преподавателя с удовольствием проведут в качестве домашней работы опыт по выращиванию кристаллов.

Домашние, классные и лабораторные задания. Ответы и решения задач, а также таблица с классификацией задач по степени их трудности приведены на стр. 384.

8.1. Видимые атомы

8.2. Дополнительные доказательства существования атомов

8.3. Подсчет атомных частиц

8.4. Числа атомов невообразимо велико

Цель. Объяснить, что атомы являются основными «кирпичиками», из которых состоят все вещества, и изложить ряд прямых экспериментальных данных подтверждающих атомистическое строение материи.

Содержание. а) Любое вещество представляет собой определенное сочетание атомов; общее количество различных типов атомов — примерно 100.

б) Размеры атомов можно рассчитать по результатам различных измерений; линейные размеры типичного атома имеют порядок величины $2 \cdot 10^{-10}$ м.

в) Для подтверждения оценок размеров атомов можно использовать также методы счета числа частиц радиоактивного излучения.

г) Несмотря на то, что атом представляет собой естественную единицу строения вещества, наличие огромного числа атомов даже в ничтожном количестве вещества мешает обнаружить эти отдельные «кирпичики» и создает видимость непрерывного строения материи.

Методические указания. Эти вопросы надо разобрать вкратце. Учащиеся могут получить основные представления при чтении Учебника, и эти представления будут лучше усвоены, если не перегружать их изложение подробностями об экспериментальных и других доказательствах атомистического строения вещества.

В пределах имеющегося в вашем распоряжении ограниченного времени разберите расчеты по результатам одного или двух простых опытов (см. ниже). Дополните эти примеры лабораторной работой или демонстрациями.

В этих разделах обсуждаются следующие две основные идеи: 1) все вещества состоят из атомов; 2) некоторые свойства атомов можно определить в результате прямых измерений. Большинство учащихся, вероятно, сразу усвоит эти идеи при чтении Учебника, но некоторым учащимся потребуется помощь, потому что им может ошибочно показаться, что от них требуется усвоение или понимание чего-то большего, чем это нужно в действительности.

Лучший способ помочь учащимся — это еще раз разобрать с ними ход рассуждений и расчетов, производимых либо по результатам опыта с мономолекулярным слоем, либо опыта по счету радиоактивных частиц, либо обоих этих опытов.

Безусловно, не следует пытаться убедить учащихся в том, что эти опыты (или другие факты, которые вы приведете) однозначно доказывают существование ато-

мов или дают бесспорные значения размеров атомов. Избегайте приводить дополнительные доказательства и данные для подтверждения выводов, которые делаются в Учебнике и в задачах; эти доказательства обязательно вызовут новые вопросы и тогда потребуется привести подробности из физики и химии, слишком сложные на данном этапе обучения.

Лучше всего, исходя из предположения о существовании атомов (но не подвергая это предположение специальному анализу), начать количественный расчет свойств атомов. Можно надежно оценить расстояния между атомами на основании простых опытов и простых рассуждений. По этим расстояниям можно определить число атомов в данном образце; затем по числу атомов и общей массе образца рассчитывается масса одного атома. После того как учащиеся проделают все стадии этого расчета, они получат прочное представление об атоме как о «кирпичике» вещества и смогут лучше ощутить реальность атомов, чем если бы им давалось более строгое доказательство.

Некоторых учащихся может ввести в заблуждение представление о возможности «увидеть» атом. Они поймут слово «увидеть» в обычном смысле и им будет непонятно, как выглядит атом; некоторые из них могут даже подумать, что атомы выглядят, как шарики на рис. 8.6, *в*. Если возникнут такие вопросы, то надо объяснить, что электронный микроскоп, ионный микроскоп, рентгеновская установка и опыты с монослоями дают лишь косвенные данные, но косвенный характер доказательств, основанных на этих данных, не делает их менее убедительными. Более прямые сведения об атомах и их строении будут изложены в части IV. Из сказанного в гл. 8 не очевидно, как выглядит атом; в ней приводятся только косвенные, но достаточно надежные сведения о расстояниях между атомами. В настоящее время мы знаем, что эти расстояния, по существу, одного порядка с размерами самих атомов, однако соотношение между расстояниями и размерами совсем не очевидно для всех, поэтому некоторые учащиеся могут и не уловить его.

Довольно непосредственное и легко усваиваемое учащимися представление об атомах дают два типа опытов — измерение толщины монослоев и подсчет числа частиц, образующихся при радиоактивном распаде.

1. *Толщина пленок.* Учащиеся должны проделать опыт I.6 *(Молекулярные слои)*. В качестве хорошей подготовки к этой лабораторной работе можно обсудить в классе задачу 2 (см. решение на стр. 385). Указания к проведению опыта I.6 содержатся на стр. 419. После того как лабораторная работа будет проделана, рекомендуется разобрать в классе задачу 4. Это позволит убедиться, что учащиеся правильно поняли назначение лабораторной работы. Если останется время, то, решая в классе еще задачу 5, можно показать, как определяются массы молекул. Отметьте, что в условии задачи 5 содержатся также данные, полученные другими экспериментальными методами. Опыт по измерению толщины пленки дает нам только один линейный размер, а в условиях задачи указана также еще и площадь поперечного сечения. Эту величину можно определить с помощью рентгенографических данных. Если предположить, что молекула совершенно симметрична, то площадь ее поперечного сечения была бы равна $(1{,}12 \cdot 10^{-9}\ \text{м})^2 = 1{,}24 \cdot 10^{-18}\ \text{м}^2$, т. е. была бы в 2,7 раза больше фактической площади ее сечения. Однако ошибка в 3 раза не изменила бы порядок полученной величины. Нужны также экспериментальные данные для доказательства того, что в молекулу входят 54 атома. Это число можно определить химическими методами.

2. *Определение атомных размеров методом счета атомов.* Большинство учащихся сможет после тщательной проработки материала усвоить содержание раздела 8.3 без помощи преподавателя, но если у вас будет время, то можно провести в классе интересное обсуждение задач 7—9.

Задача 8 является самой легкой, и ее можно использовать для объяснения двух остальных задач. В условии задачи 8 указывается число частиц, испускаемых миллиграммом радиоактивного вещества; задачи 7 и 9 приводят к рассуждениям, необходимым для определения этого числа. Задача 7 иллюстрирует способ определения доли излученных частиц, достигшей данного счетчика. В задаче 9 показано, как рассчитать долю вещества, распадающуюся за данный промежуток времени.

Заметьте, что и после окончательного решения этих трех задач некоторые предположения, использовавшиеся для расчетов, все-таки остаются недоказанными. Например, необходимо предположить, что каждый атом испускает только одну частицу. Известны, однако, такие случаи радиоактивного ядерного распада, когда одним атомом испускается несколько частиц; известны также и иные случаи, когда одни атомы испускают одни частицы, а другие атомы испускают другие частицы, может быть, даже не обнаруживаемые в данном опыте. Мы предполагаем, что все образовавшиеся частицы выходят из источника и проходят расстояние, не меньшее, чем расстояние от источника до счетчика. Далее, мы предполагаем, что счетчик регистрирует все частицы.

Опять же, все эти предположения можно подтвердить только другими опытами. Однако не следует упоминать об этих дополнительных опытах. Учащиеся должны понять, в чем состоят сделанные предположения, чтобы усвоить, что собственно они рассчитывают; не нужно обращать особое внимание на физический смысл этих предположений. Например, их можно сформулировать так: 1) каждый атом испускает только одну атомную частицу; 2) счетчик регистрирует каждую атомную частицу, достигающую его.

8.5. Законы химического состава

8.6. Задача определения молекулярных формул

8.7. Число частиц в газах

8.8. Определение молекулярной формулы

8.9. Закон объемных отношений

8.10. Массы атомов и молекул

8.11. Понятие моля и число Авогадро

8.12. Внутренняя структура материи

Ц е л ь. Суммировать химические доказательства существования атомов и химические методы, позволяющие определить их массы.

С о д е р ж а н и е. а) Закон постоянства состава: каждое чистое химическое соединение содержит все входящие в него элементы в строго постоянных соотношениях масс.

б) Закон кратных отношений: если два элемента могут соединяться более чем одним способом, образуя различные молекулы, то различные массы одного эле-

мента, соединяющиеся с данной массой другого элемента, относятся между собой как малые целые числа.

в) В результате подсчета атомных частиц можно обнаружить, что при комнатной температуре и нормальном давлении газы, число частиц в которых можно измерить таким способом, содержат $2{,}5 \cdot 10^{25}$ частиц в 1 м^3.

г) Согласно гипотезе Авогадро, при одних и тех же температуре и давлении в равных объемах газов содержатся одинаковые количества молекул.

д) В результате сравнения масс какого-либо элемента, получающихся при разложении разных объемов газов с различными молекулами, содержащими этот элемент, можно определить число атомов элемента в каждой из этих молекул.

е) Закон объемных отношений: при разложении различных соединений объемы получающихся газов, измеренные при одних и тех же температуре и давлении, относятся, как целые числа. Если какое-либо соединение получается в результате химической реакции между газами, то объемы газов, вступивших в реакцию, также относятся, как небольшие целые числа.

ж) Отношение масс различных атомов наряду с величиной массы атома водорода ($1{,}67 \cdot 10^{-24}$ г) дает возможность определить массу любого атома.

з) За основу шкалы атомных масс принимается, что масса атома изотопа углерода-12 равна в точности 12,0000. Все другие атомные массы определяются по их отношениям к этой стандартной величине.

и) По определению, число Авогадро — это число атомов C^{12}, содержащихся точно в 12 граммах этого изотопа углерода; оно равно $6{,}025 \cdot 10^{23}$.

к) Моль одинаковых предметов содержит $6{,}025 \cdot 10^{23}$ этих предметов. Масса моля любого элемента в граммах равна массе атома, выраженной в атомных единицах массы. При атмосферном давлении и 0 °С моль любого газа занимает 22,4 л, а его масса в граммах численно равна молекулярной массе газовой молекулы (молекулярная масса равна атомной массе только для газов с одноатомными молекулами — инертных газов, т. е. газов нулевой группы периодической системы).

Методические указания. В разделах 8.5—8.11 кратко излагается материал, который обычно преподается в курсе химии. Если учащиеся уже проходили химию, то по усмотрению преподавателя можно ограничиться для повторения всего несколькими упражнениями, которые учащимся с такой подготовкой покажутся легкими. Если же ваши учащиеся не изучали химию, то не следует надеяться, что они смогут усвоить весь этот материал в течение короткого времени, отведенного на его изучение. При недостатке классного времени можно просто задать эти разделы для самостоятельного чтения. Даже при ограниченном бюджете времени надо в первую очередь уделить внимание табл. 8.3, молекулярным формулам и объяснению понятия моля.

В большинстве случаев различие между соединениями и смесями ясно. Однако точное определение того, представляет ли собой данное вещество «соединение» или «смесь», может оказаться далеко не простым. Например, очень трудно получить абсолютно чистый образец какого-либо соединения. Часто бывает невозможно удалить примеси, содержащиеся в количестве одной десятитысячной процента или еще меньше.

Как правило, большинство металлов представляет собой смеси, а не элементы или соединения. Известно множество видов сталей, каждая из которых содержит в смеси с железом определенное количество углерода, а также другие элементы, например марганец, кобальт, никель и т. п. Латунь состоит из меди и цинка;

дюраль — из алюминия и меди; «14-кратное золото» содержит золото и серебро, бронза — это смесь меди и олова, а припой — смесь олова и свинца. Состав многих этих сплавов может изменяться, а названия остаются теми же. Физические свойства сплавов изменяются в зависимости от их состава довольно закономерным образом.

Мы упоминаем о сплавах, потому что в повседневной жизни учащиеся редко встречаются с чистыми элементами — металлами; известно единственное исключение — это медь, которая часто используется в чистом виде для изготовления электрических проводов. Главная причина, почему металлические элементы не применяются в чистом виде, состоит в том, что они довольно непрочны механически. Добавка других элементов, приводящая к образованию сплавов, повышает механическую прочность. Однако такая добавка приводит также к увеличению удельного электрического сопротивления, и этим объясняется широкое применение чистой меди. (Такое увеличение удельного сопротивления настолько велико, что если требуется сочетание механической прочности и низкого электрического сопротивления, то для изготовления провода чаще сплетают литцы стали с литцами меди, чем используют сплав.)

Классический пример, иллюстрирующий закон кратных отношений, представляют собой соединения азота с кислородом, о которых говорится на стр. 188 Учебника. Свойства этих соединений указаны в табл. 20. Можно воспользоваться примером этих окислов для иллюстрации многообразия свойств различных простых по составу соединений, состоящих из одних и тех же элементов.

Хотя в этой части курса преждевременно подробно рассматривать вопросы ядерной физики, в Приложении 3 на стр. 429 приводится материал, который может оказаться полезным преподавателю при ответах на вопросы учащихся. Этот материал не предназначен для изложения на занятиях. На вопросы учащихся по этому материалу рекомендуется отвечать вне классных занятий, так как многим из учащихся он может оказаться непонятным.

8.13. Молекулы и твердые тела

8.14. Кристаллы. Физика твердого состояния

8.15. Геометрия кристаллов

8.16. Порядок и беспорядок

8.17. Заключение

Цель. Кратко ознакомить учащихся с ролью атомов в образовании кристаллов и с зависимостью свойств твердых тел от их кристаллической структуры.

Содержание. а) Когда атомы или молекулы занимают свои места в структуре кристалла, они иногда утрачивают некоторые свои особенности.

б) Большинство твердых тел обладает четко выраженной кристаллической структурой.

в) Красивый внешний вид кристаллов и их особенная геометрия зависят от того, каким образом располагаются отдельные атомы или молекулы кристалла. Макроскопическая форма кристалла зависит не от формы отдельных атомов, а от локального порядка их расположения.

г) Многие физические свойства связаны с кристаллической структурой (или ее дефектами).

Химическая формула	Название	Состояние при 20 °С	Характеристика газообразного состояния	Температура, кипения, °С	Характеристика жидкого состояния	Температура плавления, С	Характеристика твердого состояния	Способ получения
N_2O	Закись азота	Газ	Бесцветна, плотность 1,98 г/л	—89,5	Бесцветна, плотность 1,23 г/см³	—102,4	Бесцветные кубические кристаллы	Получается при нагревании нитрата аммония: $NH_4NO_3 \rightarrow 2H_2O + N_2O$. Растворяется под давлением в сливках; при снижении давления из сливок выделяются пузырьки, образуя нечто похожее на взбитые сливки. «Веселящий газ» применяется главным образом как обезболивающее средство
NO	Окись азота	Газ	Бесцветна, плотность 1,34 г/л	—161,8	Синяя жидкость, плотность 1,27 г/см³	—163,6	Синие кристаллы	Получается при восстановлении медью или ртутью разбавленной (шестинормальной) азотной кислоты: $3Cu + 8H^+ + 2NO_3 \rightarrow 3Cu^{++} + 4H_2O + 2NO$. При этой реакции получаются также N_2 и NO_2
N_2O_3	Азотистый ангидрид	Газ	Красно-коричневый	3,5	Синяя жидкость	—102	Синие кристаллы	Может быть получен при охлаждении смеси NO и NO_2. При растворении в воде образует азотистую кислоту: $N_2O_3 + H_2O \rightarrow 2HNO_2$
NO_2 N_2O_4	Двуокись азота Четырехокись азота	Жидкость Жидкость	Красная Бесцветная	21,3		—9,3		NO_2 и N_2O_4 всегда находятся в равновесии; они могут быть получены при реакции концентрированной HNO_3 с медью
N_2O_5	Азотный ангидрид	Твердый	Разлагается	47		30	Белые кристаллы	Образуется при дегидратации азотной кислоты фосфорным ангидридом или при окислении NO_2 озоном
NO_3	Трехокись азота	Синий газ						При обычной температуре разлагается

Методические указания. Материал темы хорошо усваивается по Учебнику, и для объяснения основных идей потребуется немного учебного времени. Сначала лучше дать учащимся посмотреть на кристаллы, предоставить им возможность раскалывать и выращивать кристаллы и только после этого обсуждать свойства кристаллов.

Излагаемый в Очерке материал предназначен только для чтения, а не для проработки с такими же требованиями, как предыдущий материал. Назначение Очерка — развернуть перед учащимися, изучающими физику, огромную и занимательную панораму возможностей, открывающихся благодаря глубокому пониманию свойств атомов и молекул. С этим Очерком не связаны домашние, классные и лабораторные задания, помещенные в конце главы. На занятиях не следует вдаваться в подробное обсуждение этого материала, хотя он достаточно интересен и может вызвать много вопросов. Если сможете, то постарайтесь ответить на эти вопросы после занятий. Помните только, что назначение этого Очерка — ставить вопросы, а не разрешать их!

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

Если учебный план не позволяет достаточно подробно разобрать весь материал этой главы, то вы, вероятно, остановитесь только на некоторых задачах. В табл. 21 все задачи расклассифицированы по степени их трудности и указаны разделы, к которым они относятся. Отдельно выделены задачи, предназначенные для решения в классе. Особо рекомендуемые задачи отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 21

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
8.1		2 #		1	2 #
8.2	3		5	4 #	4 #
8.3, 8.4	6	8 #	7	9	7, 9
8.5, 8.6	10	12	11		11, 12
8.7, 8.8	13		14—16, 17 #		16, 17 #
8.9	18		19	20	
8.10	21—24	26	25 #		25 #
8.11	27	28	29, 31, 32 #	30 #	30 #, 32 #
8.14, 8.15			33		

Краткие ответы

3*. Объем кислоты в вашей капле будет в два раза больше; площадь, покрытая одной каплей, также будет в два раза больше, и поэтому толщина (объем/площадь) останется неизменной.

6*. Нужно заменить цифры 100, 200, 300, ... на оси времени цифрами 200, 400, 600, ...

10*. 30,5 г$=3{,}05\cdot 10^{-2}$ кг.

13*. $1{,}5\cdot 10^{23}$ частиц.

18*. 10 л.
21*. CH_4, C_2H_8, C_3H_{12} и т. д.
22*. 32 г.
23*. 1,00 а. е. м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ г.
24*. 1 г $= 6.02 \cdot 10^{23}$ а. е. м.
27*. $1{,}5 \cdot 10^{23}$ молекул.

Ответы с указаниями и решениями

1. Это пример «прямого» измерения размера очень большой молекулы.

Для ответа на последнюю часть задачи необходимо исходить из предположения, что в молекуле вируса преобладают атомы углерода. На рис. 8.2 диаметр изображения молекулы имеет величину около 2 мм. Так как увеличение равно $8 \cdot 10^4$, то диаметр самой молекулы составляет примерно

$$(2 \cdot 10^{-3} \text{ м})/(8 \cdot 10^4) \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ м},$$

а объем каждой такой молекулы имеет порядок величины

$$(2 \cdot 10^{-8} \text{ м})^3 = 8 \cdot 10^{-24} \text{ м}^3.$$

В приближенном расчете можно заменить маленький шарик кубом, ребро которого равно диаметру этого шарика. Согласно приведенным данным, объем атома углерода составляет около $(2 \cdot 10^{-10} \text{ м})^3 = 8 \cdot 10^{-30}$ м^3. Таким образом, если считать, что расстояния между атомами в молекуле вируса — это расстояния между плотно упакованными атомами углерода, то получится, что каждая молекула вируса содержит около $(8 \cdot 10^{-24})/(8 \cdot 10^{-30}) = 10^6$ атомов.

2. Задача хороша для того, чтобы с ее решения начать обсуждение материала первых четырех разделов этой главы. Не вдаваясь в доказательства существования атомов, учащиеся смогут сразу заняться задачей, с которой они справятся, пользуясь сведениями из своего собственного опыта.

Вероятно, вы получите самые разнообразные ответы. Простейший из них — если бы в ложке содержалось только 200 частиц, то они были бы видимы невооруженным глазом. Предположим, что емкость ложки 5 см^3; тогда каждый «атом» занял бы объем около 5 см^3/200 $= 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ см^3, что соответствует его линейному размеру около 0,3 см. Сравните эту величину с размером капелек тумана. Они наверняка значительно меньше. Если кто-либо не будет убежден этим, предложите ему сосчитать число сахарных кристалликов в ложке, наполненной сахарным песком.

Другой ход рассуждений, который окажется полезным и позже, при обсуждении монослоев, сводится к определению площади, покрываемой водой, содержащейся в ложке. Если бы там было только 200 атомов, то величина линейного размера 0,3 см означает, что площадь поперечного сечения одного атома составляет около 0,09 см^2, т. е. 200 таких атомов могли бы покрыть только 18 см^2. Однако полной ложкой воды можно смочить значительно большую площадь. Вы можете продемонстрировать это, зажав каплю воды (объем ее — в пределах 0,02—0,1 см^3) между двумя плоскими стеклами. Если вы будете поворачивать эти стекла, то капля легко смочит поверхность, площадь которой равна около 100 см^2. Задайте учащимся вопрос, каким должен быть нижний предел числа атомов в полной ложке воды, если исходить из этого наглядного опыта. Они должны представить себе, что если линейный размер атома равен t см, то объем слоя воды, покрывающего поверхность площадью в 100 см^2, должен быть не менее 100 t см^3, а если при этом объем капли равен 0,1 см^3, то t должно быть меньше или равно 10^{-3} см. Отсюда следует, что объем атома не может быть больше 10^{-9} см^3, т. е. в ложке должно находиться не менее $5 \cdot 10^9$ атомов.

Конечно, их там в огромное число раз больше, и вы можете спросить учащихся, каким, по их мнению, мог бы быть увеличенный нижний предел числа атомов в полной ложке воды. При этом ваши учащиеся будут на верном пути к пониманию монослоев, если они представят себе, что есть поверхности, по которым вода могла бы легче растекаться, чем по поверхности стекла, или что можно получить еще меньшую каплю воды. Задача 2 служит хорошим введением к решению задач 4 и 5, посвященных монослоям.

4. Эту задачу можно использовать как для подготовки к лабораторной работе по монослоям, так и для повторения теории этой работы. Она позволяет проверить, понимают ли учащиеся, в чем состоит эксперимент.

а) 5 $см^3$ олеиновой кислоты на 100 $см^3$ раствора=1/20 олеиновой кислоты в растворе, т. е. 1 $см^3$ на 20 $см^3$. Если мы возьмем 5 $см^3$ этого раствора, то в них содержится 5/20=0,25 $см^3$ олеиновой кислоты. Если смешать эти 5 $см^3$ с 50 $см^3$ спирта, то получатся 55 $см^3$ раствора, в котором содержится 0,25 $см^3$ олеиновой кислоты:

$$0{,}25/55 = 1/220 = 0{,}45\%$$ олеиновой кислоты.

б) Масса олеиновой кислоты, содержащаяся в 1 $см^3$ раствора, равна $(4{,}5 \cdot 10^{-3}\ см^3) \cdot 0{,}90\ г/см^3 = 4{,}0 \cdot 10^{-3}$ г.

в) Масса олеиновой кислоты в капле, образующей пленку, равна $(4{,}0 \cdot 10^{-3}\ г)/50 = 8{,}0 \cdot 10^{-5}$ г.

г) Объем пленки равен массе олеиновой кислоты в капле, деленной на плотность олеиновой кислоты, т. е. $(8{,}0 \cdot 10^{-5}\ г)/0{,}90\ г/см^3 = 8{,}9 \cdot 10^{-5}\ см^3$.

д) Толщина пленки равна объему пленки, деленному на площадь пленки, т. е. $(9{,}0 \cdot 10^{-5}\ см^3)/[\pi\ (16\ см)^2] = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ см.

е) Толщину пленки можно определить непосредственно, даже не зная плотности олеиновой кислоты, потому что можно непосредственно рассчитать объем олеиновой кислоты, образующей пленку.

Объем пленки олеиновой кислоты равен объему олеиновой кислоты в капле раствора: $(4{,}5 \cdot 10^{-3}\ см^3)/50 = 9{,}0 \cdot 10^{-5}\ см^3$.

5. Это упражнение дает возможность расширить сведения о молекулах, получаемые из опыта с монослоями; оно показывает, как можно определить массу одной молекулы и массу одного атома. Решая задачу, учащиеся получают оценки порядка других величин, на этот раз не размеров, а масс. Чтобы избежать затруднений, лучше всего отложить расчет масс до тех пор, пока учащиеся не овладеют ходом рассуждений, приводящих к расчету размеров при решении задачи 4 и по данным лабораторной работы с монослоями.

а) 1 мг олеиновой кислоты занимает объем, равный частному от деления этой массы на плотность, равную 0,90 $г/см^3$:

$$\text{объем} = 10^{-3}\ г/0{,}90\ г/см^3 = 1{,}11 \cdot 10^{-3}\ см^3.$$

Каждая молекула олеиновой кислоты занимает объем, определяемый произведением площади поперечного сечения этой молекулы на ее длину. Объем, занимаемый одной молекулой, равен $(4{,}6 \cdot 10^{-19}\ м^2) \cdot (1{,}12 \cdot 10^{-9}\ м) = 5{,}2 \cdot 10^{-28}\ м^3 = (5{,}2 \cdot 10^{-28}\ м^3) \cdot (10^2\ см/1\ м)^3 = 5{,}2 \cdot 10^{-22}\ см^3$. Поэтому: число молекул на миллиграмм=объем, занимаемый 1 мг/объем, занимаемый одной молекулой, т. е. $(1{,}1 \cdot 10^{-3}\ см^3)/(5{,}2 \cdot 10^{-22}\ см^3) = 2{,}1 \cdot 10^{18}$ молекул/мг.

Учащиеся могут спросить, можно ли быть уверенным в том, что молекулы или атомы всегда упакованы так плотно, что произведение объема одной частицы на число частиц обязательно дает суммарный объем (т. е. возможны ли просветы между частицами)? При особо точном решении определение характера упаковки частиц представляет само по себе серьезную задачу. Но нам не следует беспокоиться о таких тонкостях. Эта глава и задачи к ней составлены так, чтобы дать прямые, неусложненные указания для оценки только порядка величины атомных параметров. Для этой цели несущественны различия, связанные с факторами упаковки.

б) По ответу на п. а) можно непосредственно определить массу молекулы. Поскольку в одном миллиграмме находится $2{,}1 \cdot 10^{18}$ молекул, то масса каждой молекулы должна быть равна

$$1\ мг/(2{,}1 \cdot 10^{18}\ молекул) = 4{,}8 \cdot 10^{-19}\ мг = 4{,}8 \cdot 10^{-22}\ г.$$

Заметьте, что если с самого начала вести расчет с большей точностью, то получится $2{,}14 \cdot 10^{18}$ молекул, каждая из которых имеет массу $4{,}69\ 10^{-19}$ мг.

в) Средняя масса одного атома равна массе молекулы, деленной на число атомов в молекуле:

$$\text{средняя масса атома} = (4{,}8 \cdot 10^{-22}\ г)/54 = 8{,}9 \cdot 10^{-24}\ г.$$

г) Верхний предел для массы самого легкого атома в молекуле олеиновой кислоты можно оценить в зависимости от того, что известно учащимся относительно

химической формулы олеиновой кислоты. Если же о ней ничего не известно, кроме условия задачи, из которого следует, что в эту молекулу входят 54 атома различных видов, то верхний предел массы самого легкого из них не мог бы быть намного ниже $8{,}9\cdot10^{-24}$ г.

Если учащиеся предположат, что в состав олеиновой кислоты входят главным образом углерод и водород и что на каждый углеродный атом приходится приблизительно по два водородных атома, то это означает, что из 54 атомов 36 водородных. Так как масса атома углерода в 12 раз больше массы атома водорода, то можно утверждать, что $2/(2+12)$ или 1/7 массы молекулы — это масса водорода. Таким образом, $(1/7)\cdot(4{,}8\cdot10^{-22}\text{ г})=6{,}9\cdot10^{-23}$ г — это масса 36 атомов водорода, так что максимальная масса одного атома водорода примерно равна

$$6{,}9\cdot10^{-23}\text{ г}/36\text{ атомов}\approx1{,}9\cdot10^{-24}\text{ г}.$$

(Если учащиеся уже изучали химию и знают формулу олеиновой кислоты, то они могут точно рассчитать массу атома водорода, а не только указать ее верхний предел. Химическая формула олеиновой кислоты: $C_{18}H_{34}O_2$. Общая масса ее молекулы в атомных единицах массы (C=12, H=1, O=16) равна

$$(18\cdot12)+(34\cdot1)+(2\cdot16)=282\text{ а. е. м.}$$

Таким образом, на основании определенной в этом опыте массы молекулы, как $4{,}8\cdot10^{-22}$ г, получается, что 1 а. е. м. равна $4{,}8\cdot10^{-22}\text{ г}/282=1{,}9\cdot10^{-24}$ г. Если бы значение массы молекулы было определено с бо́льшим числом знаков, то эта величина оказалась бы равной $1{,}66\cdot10^{-24}$ г, что гораздо ближе к ее фактическому значению.)

7. Если частицы излучаются источником одинаково по всем направлениям, то они равномерно распределяются по любой сферической поверхности с центром в источнике. В рассматриваемом случае площадь сферической поверхности $4\pi R^2$ равняется 4π м^2, если ее радиус равен 1 м. Следовательно, частицы равномерно распределяются на площади 4π м^2, а экран по условиям задачи имеет площадь A, равную только $(10^{-4}\text{ м})^2=10^{-8}$ м^2. Таким образом, доля частиц, попадающая на площадь A, равна $10^{-8}\text{ м}^2/4\pi\text{ м}^2=0{,}8\cdot10^{-9}\approx10^{-9}$.

Вообще говоря, если источник излучает одинаково по всем направлениям, то на площадь A, отстоящую от источника на расстояние R, попадает доля $A/4\pi R^2$ общего числа частиц. Очевидно, что A и R^2 должны быть выражены в одних и тех же единицах.

8. а) Масса одного атома равна $10^{-3}\text{ г}/(3\cdot10^{18})=3\cdot10^{-22}$ г.

б) Объем одного атома равен массе, деленной на плотность, т. е.

$$(3\cdot10^{-22}\text{г})/(10\text{ г/см}^3)=3\cdot10^{-23}\text{ см}^3=3\cdot10^{-29}\text{ м}^3.$$

В пределах точности исходных данных этот результат ($3\cdot10^{-29}$ м^3) совпадает с величиной $3{,}5\cdot10^{-29}$ м^3, вычисленной в разделе 8.3.

9. а) Если строить график в полулогарифмической сетке, откладывая активность в логарифмическом масштабе, а время — в линейном масштабе (т. е. строить график зависимости логарифма активности от времени), то эта зависимость приблизительно выразится прямой линией (рис. 85). Однако на полулогарифмическом графике нельзя определить общее число испускаемых частиц по площади, ограниченной прямой или кривой. Для такого определения надо построить график с линейным масштабом по обеим осям (рис. 86).

б) Согласно приведенному на рис. 86 графику, к концу двенадцатого дня должно остаться около 11% от первоначального количества газа, потому что активность оставшегося количества его должна составлять около 11% от первоначальной активности.

в) За один день распадается около 16% радона: (100—84)/100; (84—70)/84; (70—59)/70 и т. д.

г) Примерно через четыре дня останется половина от первоначального количества радона, т. е. период полураспада составляет около 4 дней.

д) Общее число частиц, выделившихся при распаде, определяется следующей суммой:

$$4{,}3\cdot10^{16}+0{,}84\cdot4{,}3\cdot10^{16}+0{,}70\cdot4{,}3\cdot10^{16}+0{,}59\cdot4{,}3\cdot10^{16}+\ldots,$$

Это можно переписать в таком виде:

$$4{,}3\cdot10^{16}\cdot(1+0{,}84+0{,}70+0{,}59+\ldots).$$

Однако $0{,}70=(0{,}84)^2$, $0{,}59=(0{,}84)^3$, т. е. за каждый день активность уменьшается в 0,84 раза. Следовательно, общее число отсчетов равно

$$4{,}3\cdot10^{16}\cdot[1+0{,}84+(0{,}84)^2+(0{,}84)^3+\ldots].$$

По формуле, указанной в условии задачи, эта величина равна

$$(4{,}3\cdot10^{16})/(1-0{,}84)\approx3\cdot10^{17}.$$

Это суммарное число отсчетов для 0,1 мг полония, указанное на стр. 182. Рекомендуется (особенно если задача решается в классе) проверить утверждение, что суммарное число отсчетов можно найти посредством определения площади

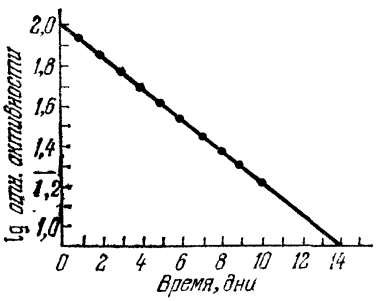


Рис. 85.

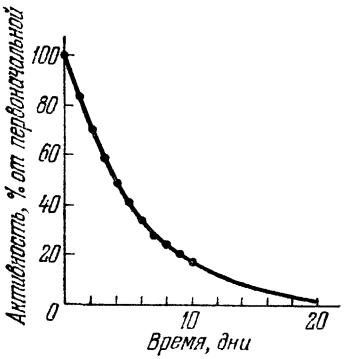


Рис. 86.

под кривой. Не забудьте, что это относится к графику с линейным масштабом по обеим осям.

11. а) Если бы формула воды была HO с соотношением кислорода и водорода 8 : 1, то гидроокись натрия или любое другое соединение с соотношением кислорода и водорода 16 : 1 должно было бы содержать вдвое больше кислорода на единицу водорода по сравнению с водой, как, например, HO_2, H_2O_4 и т. д. Поэтому, если бы формула воды была HO, то формула гидроокиси натрия была бы NaO_2H.

б) Возможные пары формул:

$$\begin{array}{llllll} HO, & HO_2, & H_2O, & H_3O, & H_2O_2, & H_2O_3; \\ NaO_2H, & NaO_4H, & NaOH, & Na_2O_2H_3, & NaO_2H, & Na_2O_3H. \end{array}$$

Заметьте, что HO и H_2O_2 (или любое целое кратное этого соотношения) дали бы одну и ту же формулу для гидроокиси натрия. Приведенный список не исчерпывает всех возможностей — очевидно, что возможно бесконечное число соотношений.

12. Если, следуя Дальтону, приписать воде формулу HO, а окиси углерода — формулу CO, то метан имел бы формулу CH_2, так как $2=(3/4)\cdot(8/1)\cdot(1/3)$.

14. а) В разделе 8.3 указывается, что если измерять активность 10^{-7} кг полония в течение двух лет, то будет наблюдаться испускание $3\cdot10^{17}$ частиц. Для того чтобы за два года произошло $9\cdot10^{17}$ распадов, надо было иметь первоначальную массу полония $3\cdot10^{-7}$ кг.

б) Образуется $9\cdot10^{17}$ ядер атомов гелия, каждое из которых имеет массу $4\text{ г}/(6{,}025\cdot10^{23})=6{,}6\cdot10^{-24}$ г. Масса гелия

$$(9\cdot10^{17}\text{ атомов})\cdot(6{,}6\cdot10^{-24}\text{ г/атом})=6\cdot10^{-6}\text{ г}=6\cdot10^{-9}\text{ кг}.$$

15. Поскольку воду можно разложить на водород и кислород, то каждая молекула воды должна содержать по меньшей мере один атом кислорода. Если вы

сравните массу водяного пара с массой газообразного кислорода, занимающего такой же объем при одинаковых температуре и давлении, то вы обнаружите, что масса газообразного кислорода почти вдвое больше массы водяного пара. Согласно гипотезе Авогадро, при одинаковых температуре, давлении и объеме газы содержат одинаковое число молекул. Следовательно, если молекулы кислорода почти вдвое тяжелее одинакового числа молекул водяного пара, а каждая из последних содержит по меньшей мере один атом кислорода, то каждая молекула кислорода должна состоять больше чем из одного атома.

16. Массы углерода, водорода и кислорода, входящих в соединение, относятся как 52 : 13 : 35. Так как массы атомов этих элементов относятся как 12 : 1 : 16, то количество атомов, входящих в молекулу соединения, находится в следующем соотношении: 52/12 : 13/1 : 35/16=4,3 : 13 : 2,2, или приблизительно 2 : 6 : 1. Простейшая формула этого соединения: C_2H_6O.

17. а) Массы меди, соединяющиеся с единичной массой хлора, относятся в этих двух соединениях как простые целые числа, а именно — как 2 : 1, так как 1,79 : 0,895=2 : 1.

б) Вторая пара формул (Cu_1Cl_1 и Cu_1Cl_2) не соответствует приведенным данным. Во всех остальных парах формул соотношение меди и хлора в соединении № 2 вдвое больше их соотношения в соединении № 1, т. е. эти пары формул не противоречат приведенным данным.

19. Если бы азот был одноатомным газом, то он занимал бы такой же объем, что и исходное количество NH_3. Поскольку формула азота N_2, то его объем равен половине исходного объема аммиака. Если бы водород был одноатомным газом, то мы получили бы его объем втрое больше исходного, но так как формула водорода H_2, то объем водорода, образовавшегося при разложении аммиака, равен 3/2 исходного объема NH_3.

20. а) $2NO+O_2 \rightarrow 2NO_2$.

б) На один объем NO расходуется 1/2 объема O_2, потому что эти объемы относятся так же, как количества молекул в уравнении реакции.

в) Если расходуется один объем NO, то при тех же давлении и температуре получается один объем NO_2.

25. Отношение масс меди и хлора 0,895 : 1 равно отношению 63,5 : (2·35,5), а отношение 1,79 : 1 равно 63,5 : 35,5. Следовательно, правильной является третья пара формул (Cu_1Cl_2 и Cu_1Cl_1), а все остальные пары неправильны.

26. Из уравнения $0{,}30 \cdot 65+0{,}70 \cdot x=63{,}54$ следует, что $x \approx 63$; другим изотопом меди является Cu^{63}, т. е. его атомная масса равняется 63 а. е. м.

28. Хотя на первый взгляд 10^{-20} моля покажется крошечным числом, на самом деле вам надо будет собрать не так уж мало шариков: 10^{-20} моля$=10^{-20} \cdot (6 \cdot 10^{23})=6\,000$ шариков.

29. Так как атомная масса радия составляет около $2 \cdot 10^2$ а. е. м. и так как 1 а. е. м.$\approx 1{,}7 \cdot 10^{-24}$ г, то атом радия обладает массой около $3{,}4 \cdot 10^{-22}$ г. Таким образом, в 1 г радия содержится $1/(3{,}4 \cdot 10^{-22})=3 \cdot 10^{21}$ атомов. За период полураспада продолжительностью 2 000 лет распадается половина этого количества, т. е. $1{,}5 \cdot 10^{21}$ атомов. Средняя скорость распада в течение этого периода равна, таким образом:

$1{,}5 \cdot 10^{21}$ расп./2 000 лет$\approx 10^{17}$ расп./год$\approx 10^{17}$ расп./$3 \cdot 10^7$ с$\approx 3 \cdot 10^9$ расп./с.

Начальная скорость распада будет значительно больше этой средней величины, т. е. для источника активностью 1 кюри она будет иметь порядок величины 10^{10} расп./с.

30. Масса одного моля лития равна 6,94 г, а его плотность 0,534 г/см^3. Следовательно, $6{,}02 \cdot 10^{23}$ атомов лития занимают объем 6,94/0,534=13,0 см^3. Один атом лития занимает объем

$$(13{,}0 \cdot 10^{-6})/(6{,}02 \cdot 10^{23}) = 21{,}6 \cdot 10^{-30}\ \text{м}^3.$$

Ребро кубика, имеющего такой объем, равно $2{,}79 \cdot 10^{-10}$ м, или 2,8 Å.

Масса одного моля урана равна 238 г, а его плотность 18,7 г/см^3. Следовательно, $6{,}02 \cdot 10^{23}$ атомов урана занимают объем 238/18,7=12,7 см^3. Один атом урана

занимает объем

$$(12{,}7\cdot 10^{-6})/(6{,}02\cdot 10^{23}) = 21{,}2\cdot 10^{-30}\ \text{м}^3.$$

Ребро кубика, имеющего этот объем, равно $2{,}77\cdot 10^{-10}$ м, или 2,8 Å.

Мы получили, что и атом лития, и атом урана занимают объем, равный объему куба с длиной ребра 2,8 Å. Заметьте, что объему, занимаемому одним атомом, соответствуют примерно одинаковые линейные размеры — в пределах от 2,5 до 3 Å. Интересно также отметить, что атом свинца — более тяжелый, чем атом золота, больше него по своим размерам, а плотность свинца меньше плотности золота.

31. Так как 207 г свинца содержат $6{,}025\cdot 10^{23}$ атомов, то 1 см³ (11,34 г) должен содержать $(11{,}34/207)\cdot(6{,}025\cdot 10^{23}) = 3{,}3\cdot 10^{22}$ атомов. Поэтому объем, приходящийся на один атом, равен $1\ \text{см}^3/(3{,}3\cdot 10^{22}) \approx 3\cdot 10^{-23}\ \text{см}^3$.

32. а) Химическая формула воды H_2O, и следовательно, согласно табл. 8.3, ее молекулярная масса равна 18. Масса моля воды в граммах численно равна молекулярной массе в а. е. м., т. е. 18 г: $(2\cdot 1\ \text{г}) + 1\cdot 16\ \text{г} = 18\ \text{г}$.

б) Если принять плотность воды равной 1 г/см³, то объем моля воды равен 18 см³.

в) Так как $6{,}025\cdot 10^{23}$ молекул занимают объем 18 см³, то объем одной молекулы воды равен

$$18\ \text{см}^3/(6{,}025\cdot 10^{23}\ \text{молекул}) = 3{,}0\cdot 10^{-23}\ \text{см}^3.$$

г) Атом кислорода должен занимать $1{,}5\cdot 10^{-23}$ см³. Объем шара $V = {}^4/_3\pi R^3$, а $R = {}^1/_2 D$. Отсюда следует: $V = \pi D^3/6$ и $D^3 = 6V/\pi$,

$$D^3 = \frac{6\cdot 1{,}5\cdot 10^{-23}\ \text{см}^3}{\pi} = 2{,}9\cdot 10^{-23}\ \text{см}^3, \qquad D = 3{,}1\cdot 10^{-8}\ \text{см}.$$

33. а) Как показано на рис. 87, возможны две формы, где с каждым внутренним атомом соприкасаются или четыре, или шесть симметрично расположенных атомов.

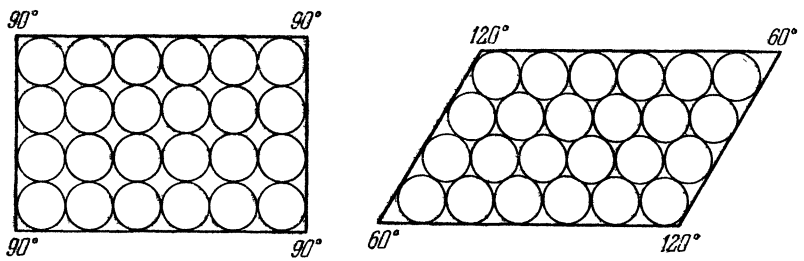


Рис. 87.

б) Как видно из рисунка, углы между естественными кристаллическими плоскостями равны 90° для кристаллической формы с четырьмя соседними атомами и 60° или 120° для кристаллической формы с шестью соседними атомами. В последнем случае кристаллы могут принадлежать к триклинной или гексагональной системам. Можно так разложить диски, чтобы каждый внутренний диск соприкасался с четырьмя другими, а кристаллические плоскости образовывали угол между 90° и 60°; однако при этом расстояния между центрами четырех соприкасающихся дисков больше не будут равными.

Если вы возьмете фишки двух цветов, то вы сможете строить модели «сплавов» переменного состава.

Пользуясь пробковыми шариками, можно строить трехмерные модели. Для того случая, когда все атомы одинаковы, возможны три кристаллические формы, в которых с каждым внутренним шариком соприкасаются соответственно шесть, восемь и двенадцать шариков.

ГЛАВА

9 ПРИРОДА ГАЗА

Глава 9 посвящена главным образом ознакомлению учащихся с применением физических моделей как способом анализа и экстраполяции результатов наблюдений за сравнительно сложными системами. Обсуждение концентрируется вокруг молекулярной модели газа, причем в этой главе показывается, как такая модель помогает понять многие важные свойства газов. Рассмотрение носит здесь только полуколичественный характер, так как более глубокий анализ возможен лишь после изучения динамики (эти вопросы рассматриваются количественно в гл. 25 части III).

При проработке содержания гл. 9 преподаватель должен тщательно придерживаться данного уровня изложения материала и не пытаться давать строгие динамические доказательства. Следует избегать точных определений таких понятий, как «давление», потому что учащиеся еще не знают точного определения понятия силы. В тексте Учебника вместо слова «сила» умышленно употребляются такие слова, как «толчок», «усилие». Количественное обсуждение кинетической теории (как это делается в гл. 25) невозможно без знакомства с понятием о силе и с законами сохранения импульса и энергии. Пока же при изучении настоящей главы важно, чтобы у учащихся выработалось представление о газовых законах как об удобном способе описания свойств газов и понятие о том, что ученый использует модель не только для упрощенного описания какого-либо довольно сложного физического явления, но и в еще большей мере для расширения познаний и определения направления экспериментальных исследований.

Краткое содержание главы 9

Разделы 9.1, 9.2. Здесь вводится понятие о физической модели, отличающееся от обычного употребления слова «модель». Под физическими моделями подразумеваются не конструкции, например из дерева и клея, а скорее совокупность представлений и предположений, позволяющих нам анализировать сложные взаимодействия. Модель должна быть экспериментально проверена, и следует быть очень осторожным при переносе модельных представлений в ту область, в которой они не проверены. В качестве модели газа мы представляем себе совокупность разделенных большими расстояниями молекул, которые находятся в непрерывном движении, сталкиваясь при этом друг с другом и со стенками сосуда. Такая модель обладает обычными свойствами газов, т. е. малой плотностью, высокой подвижностью и т. д.

Разделы 9.3—9.5. Здесь молекулярная модель газа рассматривается более детально. Отмечается, что для этой модели давление газа должно быть пропорционально числу молекул в единице объема (закон Бойля — Мариотта). Если давление не слишком велико, то эту зависимость можно подтвердить на опыте;

при большом же давлении обнаруживаются значительные отклонения от закона Бойля — Мариотта. Если повторить опыт при различных температурах, то окажется, что давление газа зависит также от температуры. Эту зависимость можно использовать для измерения температуры с помощью газового термометра и для определения абсолютной шкалы температуры. Молекулярная модель дает возможность обнаружить связь температуры с массой и скоростью молекул (т. е. с величиной mv^2), хотя это соотношение здесь не доказывается.

Разделы 9.6, 9.7. Из свойств молекулярной модели следует, что при достаточно низких плотностях можно наблюдать хаотическое движение отдельных молекул. Это было установлено экспериментально при наблюдении за броуновским движением. Существование броуновского движения создает естественный предел точности любого физического измерения. В заключение главы указывается, что большие массы газа (например атмосфера Земли, звездные туманности) могут сохранять свой объем без стенок, под действием сил всемирного тяготения.

План изучения главы 9

Эта глава довольно легко читается и большая часть содержащегося в ней материала может быть пройдена непосредственно по Учебнику, так что для проработки в классе можно оставить совсем немного времени. На классных занятиях, наверно, лучше всего ограничиться обсуждением некоторых количественных задач к разделам 9.3—9.5. Подробный разбор всего материала гл. 9 занял бы много времени. В гл. 25 еще раз будут детально рассмотрены основные вопросы, на которые можно дать количественные ответы в пределах программы средней школы.

ТАБЛИЦА 22

Глава 9	6-недельный план изучения части I			10-недельный план изучения части I		
Разделы	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты	В классе, часы	В лаборатории, часы	Опыты
9.1, 9.2	0	0	—	0	0	—
9.3—9.5	2	0	—	3	1	I 7
9.6, 9.7	0	0	—	0	0	0

Дополнительные материалы к главе 9

Лаборатория. В процессе выполнения опыта I.7 (*Естественная температурная шкала*) учащиеся должны прокалибровать при нескольких температурах простой газовый термометр. Подробности см. на стр. 421.

Домашние, классные и лабораторные задания. На стр. 398 приведены ответы, решения и таблица, в которой задачи распределены по степени их трудности.

9.1. Физические модели

9.2. Молекулярная модель газа

Цель. Объяснить роль модели в научном исследовании и познакомить учащихся с общеизвестной молекулярной моделью газа.

Методические указания. Содержание этих разделов предназначается только для самостоятельного чтения. Подробное обсуждение в классе, что такое модель и что не является моделью, может свестись к поверхностному философствованию и оказаться бесполезным. Этот материал не следует здесь углублять; кроме того, многим учащимся уже частично (хотя иногда и неточно) известно многое из него.

Упоминаемый в Учебнике «хороший вакуум», когда молекулы отстоят друг от друга в среднем на $5 \cdot 10^{-6}$ м, соответствует давлению около 10^{-9} атм (т. е. около 10^{-6} мм рт. ст.). Это давление примерно в 1000 раз меньше давления, которое можно получить с помощью механического вакуумного насоса, и его можно создать, только дополнительно применяя специальный насос. Использование новой вакуумной техники (для получения так называемого «сверхвысокого вакуума») дает возможность достигнуть в малых объемах давлений порядка 10^{-13} атм.

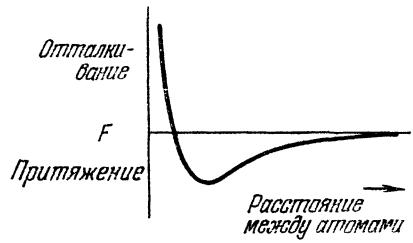


Рис. 88.

В Учебнике кратко сказано, что одно из главных предположений, на которых основывается молекулярная модель, состоит в том, что на больших расстояниях молекулы не отталкивают и не притягивают друг друга. Эта формулировка не является строгой, но она, пожалуй, представляет собой наилучшее, что можно сделать в этой части курса, не углубляясь в теорию. Молекулы, конечно, взаимодействуют друг с другом. Иначе мы никак не смогли бы объяснить наличие жидкого и твердого состояний вещества. При средних межмолекулярных расстояниях силы взаимодействия не равны в точности нулю. Примерный график силового поля, характеризующего действие одного атома на другой, имеет вид, показанный на рис. 88.

Когда молекулы находятся друг от друга на расстояниях порядка их диаметра (т. е. несколько ангстремов) или меньше, то силы отталкивания и притяжения имеют значительную величину. Однако на больших расстояниях эти межмолекулярные силы очень малы. В газе молекулы большую часть времени находятся на таких расстояниях друг от друга, которым соответствуют маленькие силы, так что можно считать, что эти молекулы движутся совершенно свободно.

Такое представление приблизительно соответствует модели, состоящей из нескольких шариков для пинг-понга, покрытых липким веществом и подбрасываемых струей воздуха. Струя воздуха сообщает шарикам кинетическую энергию подобно тому, как молекулы получают ее вследствие теплового движения. Если напор воздуха большой (это соответствует достаточно высокой температуре), то шарики (молекулы) будут интенсивно двигаться, отскакивая друг от друга и от стенок сосуда. При этом липкость (сила притяжения) не будет оказывать заметного влияния. Однако при слабом напоре воздуха (низкой температуре) шарики (атомы) будут стремиться слипнуться друг с другом при столкновении и в конце концов сцепятся, образуя «твердое тело».

Заметьте, что представление о движении принципиально необходимо для построения модели газа. Совокупность неподвижных молекул, находящихся на больших расстояниях друг от друга, не могла бы оказывать давление на стенки

сосуда, и так как молекулы обладают массой, то под действием силы тяжести они в конце концов упали бы на дно этого сосуда.

В Учебнике указывается, что скорость движения молекул, находящихся на больших расстояниях друг от друга, «немного больше» скорости звука. Если это вызовет вопросы, то не вводя пока понятие о волнах, достаточно объяснить, что звук распространяется в результате столкновений между молекулами и что для того, чтобы произошло столкновение, необходим маленький, но конечный промежуток времени. Кроме того, надо указать, что не все молекулы движутся с одинаковой скоростью в направлении распространения звука. Они движутся во всех направлениях, так что можно ожидать, что скорость распространения звукового сигнала должна быть несколько меньше средней скорости движения молекул.

9.3. Закон Бойля — Мариотта

9.4. Температура и газовые термометры

9.5. Температура и модель газа

Ц е л ь. Расширить полуколичественные представления о молекулярной модели, подробно обосновать соотношения между давлением и объемом для газов, а также показать, что температура газа является мерой скорости движения его молекул.

С о д е р ж а н и е. а) Давление, удерживающее газ в сосуде, является мерой среднего усилия, производимого на единицу площади стенки сосуда перпендикулярно этой стенке и вызванного ударами о нее молекул газа. Разность давлений можно измерить, определяя разность уровней жидкости в двух коленах U-образной трубки.

б) Давление прямо пропорционально числу молекул в единице объема. Коэффициент пропорциональности — один и тот же для любого газа. Экспериментально определено, что при температуре таяния льда P (см рт. ст.)$=2{,}81\cdot10^{-24}\ N/V$, где N — число молекул, содержащихся в объеме V м^3.

в) Коэффициент пропорциональности зависит от температуры, при которой производится измерение. При температуре кипения воды он равен $3{,}84\cdot10^{-24}$. Вообще говоря, можно написать $P=\theta N/V$, где θ — функция температуры. Это соотношение (закон Бойля — Мариотта) выполняется в довольно широком интервале давлений и температур, но оно теряет силу при высоких давлениях и низких температурах, когда молекулы находятся слишком близко друг от друга.

г) Для построения шкалы температур можно использовать зависимость давления постоянного объема газа от температуры.

д) Молекулярная модель позволяет установить соответствие между температурой газа и скоростью движения его молекул. Температура зависит также от молекулярной массы. При более подробном анализе обнаруживается, что температура пропорциональна величине mv^2.

е) Шкала температуры, определенная посредством газового термометра, является «абсолютной» шкалой температуры. Нуль этой шкалы выглядит, как состояние с нулевой скоростью движения молекул (по современным представлениям, это температура, при которой скорость молекул достигает минимума).

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я. В главе излагаются важные идеи, но их еще нельзя развить количественно. Весь этот материал будет подробнее разобран в гл. 25, и до этих пор следует отложить любое динамическое толкование. Не

пытайтесь на данном уровне изучения вводить понятие силы, импульса или кинетической энергии. Классное время посвятите главным образом решению задач, чтобы учащиеся поняли, какой круг вопросов можно разрешить с помощью газовых законов, даже если временно воспринимать эти законы только как эмпирические соотношения. Не тратьте время на определения различных температурных шкал и на формулы перехода от одной шкалы к другой.

У учащихся могут возникнуть вопросы, для ответа на которые потребуется уточнить описываемый в разделе 9.3 опыт, иллюстрирующий закон Бойля — Мариотта. Прибор для этого опыта схематически изображен на рис. 9.5 и 9.6. Для проведения опыта необходимо какое-то приспособление, чтобы помещать известный объем газа (V_0) в ледяную баню или в кипящую воду, а это едва ли можно осуществить с помощью показанного простого устройства. Есть еще несколько второстепенных обстоятельств, на которые учащиеся могут обратить внимание, однако о них не стоит упоминать по собственной инициативе преподавателя. Речь идет о следующих предположениях.

1. Предполагается, что объем V_0 был определен заранее.

2. Предполагается, что объем V_0 не изменяется, когда мы добавляем газ в сосуд — это эквивалентно предположению, что объем на который переместилась ртуть, ничтожно мал по сравнению с V_0.

3. Предполагается, что объем сосуда V_0 не изменяется при изменении температуры, тем самым мы не учитываем теплового расширения стекла (или другого материала), из которого изготовлен этот сосуд.

4. Предполагается, что результат измерения давления непосредственно не зависит от температуры,— следовательно, мы предполагаем, что температура ртути не изменяется или, если она изменяется, то можно не учитывать изменение плотности ртути из-за термического расширения.

При этих предположениях результаты опыта непосредственно показывают, что когда температура постоянна, то давление зависит только от числа молекул газа в единице объема. Из самого вида уравнения $P=\theta N/V$ следует, что это уравнение равносильно такому утверждению: если постоянно число молекул, то при постоянной температуре будет постоянно также произведение PV. Отсюда мы получаем следствие, что если использовать наш прибор в качестве газового термометра, то безразлично, будем ли мы определять изменение давления при постоянном объеме или изменение объема при постоянном давлении. Пока N известно и остается постоянным, можно использовать любое из этих измерений для определения температуры.

Некоторых преподавателей может удивить применение необычных единиц при выводе газового закона. Заметьте, что указанное соотношение вводится в этой главе как чисто эмпирический закон и поэтому естественно выразить разности давлений в сантиметрах ртутного столба. Пока мы еще не можем дать определение «настоящих» единиц давления (дины на $см^2$ или ньютоны на $м^2$) или «газовой постоянной» (джоули или калории на градус Кельвина и на моль). Однако определения, приведенные в Учебнике, достаточны для решения поставленных задач.

Основанные на очевидности доводы, используемые в Учебнике при «выводе» закона Бойля — Мариотта из свойств молекулярной модели, разумеется, не претендуют на строгость. Учащиеся могут понять, что в этом выводе в скрытом виде содержится следующее предположение: когда в замкнутый сосуд вводится дополнительное количество газа, то средняя скорость движения газовых молекул не

меняется. Очевидно, что это равносильно предположению о неизменности температуры. Делаются также другие предположения, связанные со способом расчета среднего толчка, оказываемого на стенку, и независимостью его величины от средней скорости молекул и числа столкновений в секунду. При таком рассуждении оказывается, что при постоянной скорости движения молекул давление газа не зависит от массы и скорости его молекул. Этот вывод анализируется в гл. 25. Наиболее вдумчивым учащимся покажется странным, что от массы и скорости молекул зависит в явном виде не давление, а температура. Эта зависимость вовсе не выглядит очевидной, но только позднее ее можно будет строго доказать.

При идеализированном определении абсолютной температуры как меры движения газовых молекул абсолютный нуль определяется как такое состояние, в котором исчезает молекулярное движение. В настоящее время это представление признается неверным, независимо от того, конденсируется ли данный газ при низких температурах, переходя в твердое или жидкое состояние, или нет; однако в этой части курса такое упрощенное представление следует изложить как констатацию факта, не объясняя его подробнее, чем это сделано в Учебнике. Абсолютный нуль — это, по определению, такая температура, при которой любая система находится на самом низком энергетическом уровне, какой только возможен, но это состояние системы вовсе не соответствует полному отсутствию движения. В действительности даже в твердых телах молекулы при абсолютном нуле все-таки находились бы в движении, обладая так называемой «нулевой энергией». Абсолютный нуль не является чем-то вроде Северного полюса, который можно достигнуть или даже пересечь — он представляет собой состояние, к которому, как к пределу, можно только асимптотически приблизиться в результате какого-либо физического опыта.

Мы определяем здесь абсолютную шкалу температуры посредством газового термометра. Учащимся может быть непонятно, почему мы выбираем именно эту шкалу. Можно, конечно, определить шкалу температуры, исходя из любого зависящего от температуры свойства любого вещества. Например, можно было бы дать определение этой шкалы на основании измерений длины железного стержня в зависимости от температуры. Мы могли бы считать, что $T=kL$. Тогда любое измеренное значение L соответствовало бы определенной температуре. Однако при таком определении получались бы различные температуры, например если бы мы взяли два стержня разной длины. Это еще можно было бы исправить, переписав наше уравнение в таком виде:

$$T=(k/L_0)\,L,$$

где L_0 — длина стержня в каких-то стандартных условиях (например в термостате с тающим льдом). Теперь мы получили определение температуры, имеющей одинаковые значения при измерениях с любым железным стержнем, но представим себе, что мы воспользовались латунным стержнем вместо железного. Тогда будут получены другие значения температуры. Для латуни надо будет взять другое значение k, причем никакая пара значений двух постоянных, $k_{\text{ж}}$ и $k_{\text{л}}$, не даст точного совпадения значений T по всей шкале. Далее, если бы мы пытались достигнуть «абсолютного нуля» этой температурной шкалы, соответствующего $L=0$, то мы не смогли бы даже приблизиться к нему. Такой «абсолютный нуль» не имеет никакого физического смысла.

Шкала температуры, определенная на основании свойств газов, отличается значительно большей общностью и физическим смыслом. Во-первых, все газы

обладают одинаковыми физическими свойствами, когда их плотности достаточно малы. Поэтому получаются одинаковые значения температуры с одним и тем же коэффициентом пропорциональности независимо от того, какой газ применяется для ее измерения. Во-вторых, абсолютный нуль шкалы газового термометра имеет определенный физический смысл — эта температурная точка представляет собой предел, недостижимый даже для наиболее совершенных холодильных систем. Таким образом, хотя длину твердого или жидкого столбика можно использовать для измерения температуры в ограниченном интервале в качестве вторичного стандарта (например в обычных термометрах), наилучшими первичными стандартами для определения всей шкалы температуры являются газовые термометры.

Некоторые учащиеся заинтересуются принципом работы низкотемпературных холодильников. По этому поводу вовсе не следует разъяснять первое и второе начала термодинамики. Если возникнут такие вопросы, то можно дать следующее простое объяснение. Многим известен тот факт, что газ нагревается, если его сжимать, и охлаждается, если дать ему возможность расширяться. В холодильнике газ сначала сжимается и благодаря этому повышается его температура. Затем нагретый газ проходит через «теплообменник», где его температура понижается до температуры окружающей среды. Потом газу дают возможность расширяться, снижая таким образом его температуру ниже температуры окружающей среды. Этим способом можно собрать большой объем холодного «рабочего газа». Затем можно опять сжать небольшое количество холодного газа и потом перед расширением охладить его до температуры оставшегося холодного газа. Таким образом, можно заполнить другой, меньший резервуар еще более холодным газом. Многократно проводя этот процесс, в принципе можно довести любой газ до такой низкой температуры, чтобы он перешел в жидкое состояние. Азот сжижается при температуре около 70 °К. Гелий сжижается при температуре около 4 °К, т. е. из всех известных веществ он имеет самую низкую температуру конденсации. Температуру жидкого гелия можно еще более снизить, испаряя гелий при пониженном давлении или различными другими способами. Таким образом, применяя уже освоенные техникой методы охлаждения, можно достигнуть температур порядка 0,001 °К. С помощью других методов специального характера были достигнуты температуры, в 100 или 1 000 раз меньшие. Однако независимо от того, насколько в дальнейшем ученые смогут приблизиться к абсолютному нулю, является бесспорным фактом то, что эта температура никогда не будет достигнута.

9.6. Броуновское движение и шумы

9.7. Газы без стенок

Цель. Показать, что можно наблюдать молекулярное движение и что на газовые молекулы (как и на все другие тела) действует всемирное тяготение.

Содержание. а) Наблюдение за хаотическим движением маленьких частиц (броуновским движением) дает возможность доказать существование молекулярного движения.

б) Броуновским движением определяется естественный предел возможного повышения чувствительности любого физического измерения.

в) Благодаря действию сил всемирного тяготения, газ может занимать объем без стенок.

Методические указания. Если излагать этот материал глубже, чем в Учебнике, то он может оказаться чрезмерно сложным. Лучше всего проработать эти разделы главным образом в порядке самостоятельного чтения. Дальнейшие замечания о пределах чувствительности измерений приводятся в следующей главе.

Броуновское движение легко можно наблюдать при помощи простого микроскопа, и учащимся будет интересно произвести такие наблюдения в лаборатории или дома. Для этого может быть использована суспензия, образованная достаточно маленькими частицами, причем эффект тем больше, чем меньше размеры применяемых частиц.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

В табл. 23 задачи к главе классифицируются по уровню трудности и разделам, к которым они относятся. Отдельно выделены задачи, предназначаемые для решения в классе. Особо рекомендуемые задачи отмечены значком #.

ТАБЛИЦА 23

Разделы	Со звездочкой	Легкие	Средние	Трудные	Классные
9.1, 9.2	3, 4	6—8	1, 2, 5	—	1, 6
9.3	9, 10, 15	11, 13 #, 14	12	—	13 #
9.4	16, 17	18, 20	19, 21	—	20
9.5	22, 23	26	24	25	—
9.6	27, 28	—	29	—	29

Краткие ответы

3*. До 27 м^3.

4*. Между молекулами существует большое пространство, и они находятся в непрерывном движении.

9*. $1{,}20 \cdot 10^{24}$ молекул.

10*. Давление должно уменьшиться до 2/3 первоначального значения.

15*. Когда объем газа увеличивается. В этом случае молекулы оказываются друг от друга на большем расстоянии и реже сталкиваются друг с другом.

16*. Оба деления одинаковы и каждое из них соответствует одному и тому же изменению температуры.

17*. Нуль 100-градусной шкалы соответствует около 273° выше нуля по шкале Кельвина.

22*. Скорость целлулоидного шарика будет увеличиваться, если ракетка будет двигаться по направлению к шарику и уменьшаться в обратном случае.

23*. $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул независимо от того, к какому газу или к каким различным газам принадлежат эти молекулы.

27*. На рис. 9.12, *а* изображено движение только одной частицы.

28*. Зеркальце будет двигаться менее интенсивно, так как при понижении температуры интенсивность броуновского движения уменьшается.

Ответы с указаниями и решениями.

1. а) Атомная модель твердого тела обладает следующими важными особенностями.

Атомы соединяются между собой, образуя молекулы. Масса молекулы равна сумме масс атомов, образующих эту молекулу. В моле вещества содержится $6{,}025 \cdot 10^{23}$ молекул. При химических реакциях происходит обмен атомов между разными молекулами. Строение молекул изменяется от простого к сложному. В некоторых твердых соединениях, например в кристаллах поваренной соли, атомы расположены таким образом, что трудно выделить отдельные молекулы Атомное строение кристаллов отличается геометрически правильным взаимным расположением атомов, всегда одним и тем же для данного соединения. Некоторые твердые тела не обладают таким особым строением (аморфные твердые тела).

б) Объем твердого тела близок к сумме объемов отдельных атомов, образующих это твердое тело. При решении некоторых задач гл. 8 объем атома вычислялся как частное от деления общего объема на число атомов в этом объеме.

в) Так как в твердом теле атомы находятся очень близко друг к другу и просветы между ними очень малы, то следует ожидать, что твердые тела должны быть почти несжимаемыми (такими они и являются). Газы обладают большой сжимаемостью, потому что в них велики средние расстояния между атомами или молекулами (по сравнению с расстояниями между атомами в твердых телах).

2. Свойства, которые мы хотим описать, пользуясь нашей моделью,— это низкая плотность, сжимаемость газов, их способность к взаимному проникновению, к истечению и т. п., а все, что нам требуется для того, чтобы модель обладала этими свойствами,— это наличие движущихся молекул, находящихся друг от друга на расстояниях, относительно больших по сравнению с их размерами, и не прилипающих друг к другу при столкновениях. Конечно, когда газ в достаточной мере сжат, то начинают сказываться различия в размерах и форме молекул.

5. Для модели, состоящей из покоящихся молекул, расположенных на больших расстояниях друг от друга, плотность газа будет также малой и этот газ будет также легко сжимаемым; действительно, можно было бы ожидать, что такой газ будет самопроизвольно сжиматься. С помощью этой модели нельзя объяснить ни способность молекул к взаимному перемешиванию, ни тот факт, что молекулы газа, вытекающего из очень маленьких отверстий сосуда, движутся с очень большой скоростью. Нельзя было бы также дать простое объяснение явлениям испарения и конденсации.

6. а) Когда перевернутый стакан погружается в воду, то вода занимает некоторый объем внутри него, но уровень воды внутри стакана всегда ниже уровня воды снаружи него.

б) Если бы воздух представлял собой пустоту, лишенную материальной субстанции, то вода внутри и снаружи стакана находилась бы на одном и том же уровне. В действительности этого не происходит. Наблюдаемый факт можно объяснить, исходя из предположения, что воздух состоит из частиц, находящихся в движении и поэтому оказывающих сопротивление подъему жидкости внутри стакана.

7. Распространение запахов можно объяснить, исходя из того, что частицы, переносящие запах, находятся в быстром движении и вследствие этого движения они перемешиваются с другими частицами, имеющимися в воздухе (взаимопроницаемость), и довольно равномерно диффундируют (смешиваемость газов) в объеме комнаты. Время, необходимое для этого, намного больше того времени, которое потребовалось бы при прямолинейном движении этих частиц, так как частицы пахучего вещества сталкиваются в воздухе с другими частицами и при этих столкновениях изменяется направление движения частиц.

Если вы повернетесь кругом, то частицы воздуха, ударяющиеся о вас, отскакивают с большей скоростью и поэтому оказывают на вас большее давление. Особенно вы можете это почувствовать при быстром повороте. Тем не менее, будучи окружены воздухом, вы относительно легко можете поворачиваться, и это показывает, насколько велика подвижность молекул воздуха. Значительно труднее поворачиваться в воде. Все это свидетельствует о том, что молекулы воздуха более подвижны, чем молекулы воды.

8. Плотность воздуха определяется отношением масса воздуха/объем воздуха и равна $(26\ \text{г} — 20\ \text{г})/[{}^4/_3\pi\ (21/2\ \text{см})^3] = 6\ \text{г}/({}^1/_6\pi \cdot 21^3\ \text{см}^3) = 1{,}24 \cdot 10^{-3}\ \text{г/см}^3$

11. При постоянной температуре давление газа прямо пропорционально его плотности. Кроме того, известно, что давление на высоте 1 500 м равняется $63/76 = 0{,}83$ давления на уровне моря. Учащихся может удивить применение сантиметров

ртутного столба в качестве единиц давления, однако эта единица измерения вполне приемлема, хотя и является произвольной. Так как мы оперируем только с отношением давлений, то в данном случае не имеет значения, как выбрать единицу измерения, лишь бы она была одна и та же в обоих случаях. Предлагая эту задачу для домашнего решения, вы можете задать еще такой вопрос: «Если бы мы измеряли давление на уровне моря с помощью водяного барометра и нашли бы, что это давление поддерживает столб воды высотой 10 м, то какова была бы высота столба воды в барометре при возвышении на 1 500 м над уровнем моря?»

12. а) Плотность воздуха в резервуаре

$$D = m/V = 2{,}5 \text{ кг}/12 \text{ л} = 2{,}1 \cdot 10^{-1} \text{ кг/л} = 2{,}1 \cdot 10^{2} \text{ кг/м}^3.$$

б) Если снизить до 1 атм давление, при котором находятся 2,5 кг воздуха, то объем этого воздуха увеличится в отношении 170/1 и новый объем будет равен

$$V = 12 \cdot 170/1 = 2{,}0 \cdot 10^{3} \text{ л}.$$

Плотность воздуха при таком давлении

$$D = m/V = 2{,}5/(2{,}0 \cdot 10^{3}) = 1{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/л} = 1{,}3 \text{ кг/м}^3.$$

При давлении 170 атм свойства воздуха не намного отличаются от свойств идеального газа, поэтому применение закона Бойля — Мариотта для решения этой задачи дает разумные результаты. Если 170 атм — это отсчитываемое по манометру избыточное давление, т. е. разность между абсолютным давлением газа и атмосферным давлением, то в расчете не учитывается воздух, находившийся в «пустом» резервуаре. Однако при точности до двух значащих цифр не имеет значения, являются ли 170 атм избыточным или абсолютным давлением.

13. а) Как показано в разделе 9.3, вторая дополнительная порция молекул создаст в объеме V_0 то же увеличение давления, что и первая. Следовательно, уровень ртути поднимется еще на 76 см.

б) В объеме V_0 прибора теперь находится втрое больше молекул, чем число молекул, первоначально занимавших этот объем (число первоначально находившихся молекул плюс молекулы в двух дополнительных порциях). Когда кран открыт и газ поступает в пустой баллон, сделанный из пластика и имеющий в надутом виде объем V_0, то молекулы газа делятся поровну между двумя равными объемами, так что в приборе останется 1,5 порции молекул или 0,5 порции избыточных молекул. Избыточное давление будет равно 0,5 давления, производимого одной порцией молекул; поэтому ртутный столб будет на 38 см выше первоначального положения, т. е. на уровне $h_0 + 38$ см. Перед тем как был открыт кран, этот столб находился на уровне $h_0 + 76 + 76 = h_0 + 152$ см. Таким образом, он должен опуститься на 152—38=114 см.

в) Если бы из прибора вышел воздух, занимавший при атмосферном давлении объем V_0, то столб ртути опустился бы на 76 см (см. п. а)). Но из него вышел воздух, который при атмосферном давлении занял бы объем 1,5 V_0 (см. п. б)). Поэтому столб ртути должен опуститься на $1{,}5 \cdot 76 = 114$ см.

14. а) Стандартное давление воздуха на уровне моря принимается равным 76 см рт. ст. Этой величине равняется высота h на рис. 9.15.

б) Плотность газа изменяется прямо пропорционально давлению, под которым находится газ. Если плотность воздуха равна половине его плотности на уровне моря, то и давление должно быть равно половине давления на уровне моря, т. е. 38 см рт. ст.

18. Согласно закону Бойля — Мариотта $PV/N = \theta$. Когда давление и объем газа постоянны, число молекул, находящихся в этом объеме, обратно пропорционально абсолютной температуре. Поэтому

$$T = 293 \text{ °K} \cdot 1/(1 - 1/5) = 366 \text{ °K}, \text{ или } 93 \text{ °C}.$$

19. а) Моль водорода (H_2) имеет массу 2 г, а моль азота (N_2) имеет массу 28 г. Поэтому любое число молекул азота в 14 раз тяжелее такого же числа молекул водорода. Так как $0{,}20 \cdot 14 = 2{,}8$ г, то масса резервуара, заполненного азотом, равна 502,8 г.

б) Если снизить температуру до 1/3 ее первоначальной величины, то в резервуаре при том же давлении сможет находиться втрое больше молекул газа. При этом условии масса заполненного водородом резервуара равна 500,60 г.

20. а) Если число молекул и давление газа остаются постоянными, то объем его пропорционален температуре по шкале Кельвина. Отношение изменившегося объема к первоначальному равно отношению соответствующих температур. Температура плавления аммиака равна

$$2{,}00\cdot10^{-24}\ \text{см рт. ст./(молекул/м}^3\text{)},\ \text{т. е. } 195\ ^\circ\text{K},$$

а температура кипения воды равна

$$3{,}84\cdot10^{-24}\ \text{см рт. ст./(молекул/м}^3\text{)},\ \text{т. е. } 373\ ^\circ\text{K}.$$

Отношение объемов равно

$$(3{,}84\cdot10^{-24})/(2{,}00\cdot10^{-24}) = 373\ ^\circ\text{K}/195\ ^\circ\text{K} = 1{,}92.$$

б) При постоянном объеме отношение изменившегося давления к первоначальному равно соответствующему отношению температур ($PV/N=\theta$), т. е. оно равно тому же числу 1,92.

в) С газовым термометром, заполненным кислородом вместо гелия, получились бы те же самые результаты. В широком интервале температур обыкновенные газы ведут себя почти совершенно одинаково по отношению к изменениям давления и температуры. По этой причине, пользуясь газовыми термометрами, можно измерять температуру более надежно, чем используя термическое расширение других веществ. Поведение газового термометра перестает подчиняться законам идеального газа только при приближении измеряемой температуры к температуре сжижения применяемого газа. Для кислорода это произойдет при температуре около 80 °K.

21. а) Так как массы обоих газов в резервуарах одинаковы, а молекулярная масса водорода вдвое меньше молекулярной массы гелия, то ясно, что число молекул водорода должно быть вдвое больше числа молекул гелия.

б) Так как одинаковы объемы газов и одинаковы температуры, при которых находятся оба газа, то давление пропорционально числу молекул. Число молекул гелия вдвое меньше числа молекул водорода, поэтому давление гелия будет равно 2 атм.

в) Чтобы уменьшить вдвое (т. е. до 2 атм) давление водорода, надо снизить его абсолютную температуру также вдвое, т. е. до 150 °K.

24. а) По закону Бойля — Мариотта $PV/N=\theta$; число молекул в единице объема равно

$$\frac{N}{V}=\frac{P}{\theta}\ \frac{1{,}00\cdot10^{-2}\ \text{см рт. ст.}}{2{,}81\cdot10^{-24}\ \text{см рт. ст./(молекул/м}^3\text{)}}=3{,}57\cdot10^{21}\ \text{молекул/м}^3$$

(см. раздел 9.3 Учебника).

Общее число молекул

$$N=(3{,}57\cdot10^{21}\ \text{молекул/м}^3)\cdot(1{,}00\cdot10^{-3}\ \text{м}^3)=3{,}57\cdot10^{18}\ \text{молекул}.$$

б) Так как температура пропорциональна давлению гелия, то температуру кипения жидкого азота можно определить из следующего соотношения:

$$\frac{P_N}{P_0}=\frac{\theta_N}{\theta_0}\ \text{или}\ \theta_N=\frac{P_N}{P_0}\theta_0=\frac{2{,}68\cdot10^{-3}\ \text{см}}{1{,}00\cdot10^{-2}\ \text{см}}\theta_0=$$

$$=0{,}268\cdot2{,}81\cdot10^{-24}\frac{\text{см рт. ст.}}{\text{молекул/м}^3},\ \text{или}\ 0{,}268\cdot273^\circ\text{K},$$

$$\theta_N=7{,}53\cdot10^{-25}\frac{\text{см рт ст}}{\text{молекул/м}^3},\ \text{или}\ 73^\circ\text{K}.$$

в) При этой температуре или при несколько более высоких температурах все газы, входящие в состав воздуха, переходят в жидкое состояние. Таким образом, при этой температуре для воздуха не выполнялся бы закон Бойля — Мариотта и поэтому воздух нельзя использовать как рабочее вещество газового термометра для измерения температуры кипения жидкого азота. Вещество в термометре, превратившись из газа в жидкость или даже в твердое тело, будет оказывать меньшее давление, чем в случае, когда оно оставалось бы газообразным, так что показание на шкале температуры для точки кипения жидкого азота оказалось бы чересчур заниженным.

25. Воздух, содержащий пары воды, имеет меньшую плотность, чем сухой воздух при тех же температуре и давлении. При данных температуре и давлении число молекул газа в единице объема постоянно, независимо от массы молекул. Следовательно, если давление и температура должны оставаться постоянными, то молекула водяного пара должна заменить молекулу азота или молекулу кислорода. Но молекулярные массы этих веществ равны соответственно:

$$N_2: \ 2 \cdot 14 = 28.$$
$$O_2: \ 2 \cdot 16 = 32.$$
$$H_2O: 2 \cdot 1 + 16 = 18.$$

Следовательно, плотность газовой смеси, содержащей молекулы H_2O, должна быть меньше плотности сухого воздуха.

26. Емкость камеры не может значительно измениться с изменением давления и температуры, поэтому давление внутри нее будет пропорционально температуре, а отношение конечного давления к первоначальному равно отношению конечной и первоначальной температур по шкале Кельвина:

$$P_2/P_1 = \theta_2/\theta_1 = (30 + 27 + 273)/(27 + 273) = 330/300 = 1{,}1.$$

Таким образом, если, например, $P_1 = 2$ атм, то это давление увеличится до $P_2 = 2$ атм $\cdot 1{,}1 = 2{,}2$ атм. Так как и сама камера наверняка немного расширится, то отношение давлений будет немного меньше 1,1.

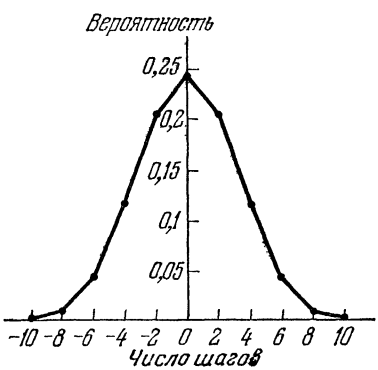


Рис. 89

29. Для решения этой задачи надо произвести ряд простых опытов со случайным движением в одном измерении. Учащимся предлагается сделать выводы и самим распространить их на случай трехмерного броуновского движения. Так как для любого отдельного подбрасывания монеты вероятность того, что монета упадет лицевой (или оборотной) стороной вверх, не зависит от такой же вероятности для любого другого подбрасывания, то величина перемещения вправо или влево представляет собой случайную функцию числа подбрасываний. Она называется функцией случайных блужданий.

а) Если 10 раз учащийся окажется каждый раз на одном и том же месте в результате 10 подбрасываний монеты, то надо проверить монету, которая подбрасывалась. Вероятность того, что будет сделано подряд 10 шагов вправо, равна, например, $1/2^{10}$, т. е. 1/1024.

б) График, построенный по всем результатам учащихся вашего класса, должен иметь вид, близкий к графику, приведенному на рис. 89. Так как заранее неизвестно, сколько учащихся примет участие в опыте, то по вертикальной оси этого графика отложена вероятность, а не число повторений каждого результата. Преподаватель может следующим образом показать учащимся, как надо сравнить распределение, полученное ими в классе, с теоретическим распределением. Если в классе N учащихся и каждый из них произвел 10 испытаний, то теоретическое

число испытаний, в результате которых получилась данная величина перемещения, представится в виде следующей таблицы:

Перемещение, число шагов	Ожидаемое число повторений данной величины перемещения	Перемещение, число шагов	Ожидаемое число повторений данной величины перемещения
0	$10\ N \cdot 0{,}246$	—6 или +6	$10\ N \cdot 0{,}044$
—2 или +2	$10\ N \cdot 0{,}205$	—8 или +8	$10\ N \cdot 0{,}00975$
—4 или +4	$10\ N \cdot 0{,}117$	—10 или +10	$10\ N \cdot 0{,}00098$

в) Наиболее вероятным конечным положением является начало координат, т. е. начальная точка движения. Если на монете нет дополнительного груза, то получаются равные значения вероятности для одинаковых расстояний справа и слева от начальной точки. График, построенный по результатам всего класса, позволяет убедиться в этом (если число учащихся в классе не очень мало).

г) Учащиеся обычно не ожидают, что средняя алгебраическая величина перемещения равна нулю. Все испытания дают среднюю алгебраическую величину перемещения, равную нулю.

Средняя абсолютная величина перемещения находится посредством умножения абсолютной величины каждого перемещения (включая перемещение, равное нулю) на число таких перемещений, сложения всех этих произведений и последующего деления суммы на число испытаний.

Среднюю абсолютную величину перемещения, определенную по всем опытам в вашем классе, можно сравнить с теоретически рассчитанной величиной. При этом перемещения вправо не различаются от перемещений влево. Таким путем мы находим по кривой (см. рис. 89), что вероятность того, что перемещение от начальной точки будет равно нулю, составляет 0,246; вероятность перемещения в ± 2 шага от начальной точки будет равна $0{,}205 + 0{,}205 = 0{,}410$; для 4 шагов получаем 0,234; для 6 шагов 0,088; для 8 шагов 0,0195 и для 10 шагов 0,00196. Если бы мы сделали 1 000 испытаний, то могли бы ожидать следующих результатов:

Абсолютная величина перемещения относительно начальной точки после 10 шагов	0	2	4	6	8	10
Сколько раз из 1 000 следует ожидать этого результата	246	410	234	88	20	2

Для расчета средней абсолютной величины перемещения мы используем обычный метод определения средних величин:

$$\frac{0 \cdot 246 + 2 \cdot 410 + 4 \cdot 234 + 6 \cdot 88 + 8 \cdot 20 + 10 \cdot 2}{1000} = \frac{820 + 936 + 528 + 160 + 20}{1000} = \frac{2\,464}{1000} = 2{,}64 \text{ шага.}$$

д) Если распространить закон случайных блужданий, проиллюстрированный примером одномерного движения, на движение в трех измерениях, то его можно сравнить с броуновским движением маленьких взвешенных частиц. Здесь вопрос о том, в какую сторону произойдет очередной шаг, определяется не подбрасыванием монеты, а случайными несбалансированными ударами. Эти оба случая отличаются еще тем, что при броуновском движении из-за вязкости жидкости действуют тормозящие силы, величина которых изменяется в зависимости от скорости. В нашем простом примере случайного движения скорость вообще не рассматривалась. Кроме того, при броуновском движении время, в течение которого частица будет обнаружена в любом данном положении, зависит от времени между двумя последовательными столкновениями. Это не учитывалось законом случайных блужданий.

ГЛАВА

10 ИЗМЕРЕНИЕ

Краткое содержание главы 10

В этой главе дается предварительное описание основных свойств, а также пределов эффективности процесса измерения, излагаются основы теории измерения и указывается место измерения в физических исследованиях.

Так как все это связано со многими принципиальными вопросами теории информации, то возможно, что вы или некоторые ваши учащиеся проявят к этой главе большой интерес, хотя содержащийся в ней материал не нужен для дальнейшего изложения и его можно рекомендовать учащимся только для самостоятельного чтения. В зависимости от учебного плана или по усмотрению преподавателя можно либо требовать от учащихся проработки этой главы, либо совсем пропустить ее, не опасаясь, что при этом будет выпущен материал, важный для дальнейшего изучения курса.

Разделы 10.1, 10.2. При любом физическом измерении человек, производящий это измерение, обязательно делает выбор. Даже если для регистрации и усиления сигнала применяются сложные приборы, человек-наблюдатель должен делать выбор «да — нет» (двоичный выбор) в отношении значения измеряемой величины. Число выборов «да — нет», которые нужно сделать, представляет собой количественную меру точности измерения. В тех случаях, когда на первый взгляд кажется, что прибор сам производит измерение и дает определенный «ответ», часто оказывается, что подобные выборы были сделаны уже при конструировании этого прибора.

Раздел 10.3. Имеются естественные помехи (шум, неточность в определении положения предмета и т. п.), ограничивающие точность любого измерения.

Раздел 10.4. Для измерений можно применять приборы, даже не зная подробно, «что крутится» внутри них. Для такого применения необходимо градуировать эти приборы, измеряя с их помощью уже известные величины.

Разделы 10.5, 10.6. Процесс измерения обязательно сопровождается воздействием на систему, подвергающуюся измерению. Для получения правильных данных от измерения необходимо, чтобы это воздействие было достаточно малым или чтобы был учтен его результат. Раздел 10.6 представляет собой введение ко второй части курса.

План изучения главы 10

Глава 10 по существу знакомит читателя с отраслью науки, называемой теорией информации. Эту тему трудно разобрать более глубоко, не вводя сначала довольно много элементов статистики. На данном уровне это было бы вообще слишком трудно для учащихся. Однако наиболее существенные выводы теории информации можно изложить качественно, как это и делается здесь. Приводимые сведения значительно помогают пониманию учащимися сущности и проблематики научного исследования.

Эта глава предназначена *только для чтения*. Не следует тратить на нее много учебного времени, если только вы не пожелаете разобрать некоторые вопросы более подробно, чем они изложены в Учебнике. Упражнения подобраны главным образом как «вопросы на соображение» для учащихся, и эти упражнения не надо разбирать в классе. Если не хватает времени, то можно полностью задать главу для домашнего чтения или же совсем пропустить ее, не опасаясь трудностей в дальнейшем.

Дополнительные материалы к главе 10

Домашние, классные и лабораторные задания. На стр. 409 разбираются три задачи, приведенные в конце главы. Это количественные упражнения, но на них не следует останавливаться, если материал главы не предполагается обсуждать в классе.

10.1. Выбор — элемент измерения

Цель. Отметить роль наблюдателя при измерении и показать, что в конечном счете выбор носит двоичный характер.

Методические указания. Используйте раздел в основном в качестве материала для самостоятельного чтения. Некоторые учащиеся могут принять участие в небольшом обсуждении, пример которого приводится ниже.

Учащиеся не представляют себе, что для измерения длины листа бумаги, равной 28 см, необходимы по крайней мере шесть или семь выборов «да — нет». Они могут не обратить внимания на тот факт, что подобные выборы являются неотъемлемой особенностью процесса измерения.

Некоторые из этих выборов были сделаны уже при изготовлении измерительной линейки, для того чтобы можно было избежать их повторения каждый раз, когда производится измерение.

В тексте Учебника обсуждается то обстоятельство, что всегда существует минимальное число выборов, необходимое для определения какой-либо величины с заданной степенью точности. Этому положению посвящены задачи 1 и 2. Доказать его довольно трудно, но большинство учащихся сможет убедиться на примерах, что имеются эффективные и неэффективные способы определения значения величины в результате ряда двоичных выборов.

Предположим, например, что мы хотим произвести ряд выборов «да — нет», чтобы с помощью метровой линейки определить длину данного стола с точностью до одного сантиметра. Основная задача состоит в определении того, какое число $^1/_{100}$ долей метра точнее всего соответствует длине стола. Предполагая, что стол имеет длину не более метра и производя только двоичные выборы, мы можем сделать до 100 выборов, измеряя длину стола.

Например, мы можем составить список всех возможных длин, равных целому числу сантиметров, и последовательно спрашивать, соответствует ли длина стола каждой длине из списка:

Длина, см	1	2	3	4	5	...	65	...	98	99	100
Равна ли длине стола?	иет	нет	нет	нет	нет	...	да	...	нет	нет	нет

Сохраняя предположение, что длина стола не превышает одного метра, и пользуясь для измерения метровой линейкой, мы могли бы произвести вместо этого следующий ряд двоичных выборов:

Вопрос: Является ли длина стола	Ответ	Вывод
1) больше, чем $^1/_2$ м (50 см)?	да	50 см $< L <$ 100 см
2) больше, чем 50 см$+^1/_4$ м$=^3/_4$ м (75 см)?	нет	50 см $< L <$ 75 см
3) больше, чем 50 см$+^1/_8$ м$=^5/_8$ м (62,5 см)?	да	62,5 см $< L <$ 75 см
4) больше, чем 62,5 см$+^1/_{16}$ м$=^{11}/_{16}$ м (68,8 см)?	нет	62,5 см $< L <$ 68,8 см
5) больше, чем 62,5 см$+^1/_{32}$ м$=^{21}/_{32}$ м (65,6 см)?	нет	62,5 см $< L <$ 65,6 см
6) больше, чем 62,5 см$+^1/_{64}$ м$=^{41}/_{64}$ м (64,1 см)?	да	64,1 см $< L <$ 65,6 см
7) больше, чем 64,1 см$+^1/_{128}$ м$=^{83}/_{128}$ м (64,8 см)?	да	64,8 см $< L <$ 65,6 см
8) больше, чем 64,8 см$+^1/_{256}$ м$=^{167}/_{256}$ м (65,2 см)?	нет	64,8 см $< L <$ 65,2 см, что и требовалось доказать

Очевидно, что этот процесс состоит из определения, какая половина данного интервала содержит измеряемую величину, затем — определения, какая половина этой половины содержит эту же величину, и т. д. Следует отметить, что седьмой шаг поиска сузил менее чем до 1 см интервал, в который попала измеряемая величина. Этот шаг позволил определить измеряемую величину с точностью в пределах $^1/_{100}$ м *). Не случайно, что наименьшая степень двух, дающая число более 100,— это 2^7. Семь — это наименьшее число выборов, которые надо сделать, чтобы определить измеряемую величину с точностью до $^1/_{100}$ (фактически до $(^1/_2)^7 = ^1/_{128}$) данного масштаба.

Таким образом, мы можем определить, какое наименьшее число выборов необходимо, чтобы выполнить измерение с заданной точностью. Например, в задаче 1 требуется найти минимальное число выборов, необходимых для того, чтобы определить время с точностью до ближайшего часа, ближайшей минуты, ближайшей секунды. Неважно, какой конкретный момент времени нам требуется установить. Неважно также, имеем ли мы дело с часами, у которых есть всего одна стрелка (часовая), две стрелки (часовая и минутная) или три стрелки (часовая, минутная и секундная). По существу, от нас требуется определить угол с точностью до $1/(12 \cdot 60 \cdot 60) = 1/43200$ от 360° (12 часов). Наименьшая степень двух, превышающая

*) Здесь мы могли бы сказать, что $L = 65{,}2 \pm 0{,}4$ см. Это позволяет определить длину в пределах интервала, меньшего чем 1 см. Однако полученный интервал от 64,8 до 65,6 см охватывает 65 см таким образом, что мы не можем быть уверены, что искомая величина не будет ближе к 66 см, чем к 65 см с точностью в пределах $^1/_{100}$ м. Если мы хотим уточнить, какое целое число сантиметров *ближе всего* к этой длине, то необходимо сделать еще один выбор. Этот следующий выбор позволяет определить искомую величину с точностью примерно до $^1/_{250}$ м. Отсюда следует, что если требуется произвести измерение «до ближайшего целого числа сантиметров», то это иногда означает, что требуется бóльшая точность, чем «до $^1/_{100}$ м».

43 200,— это $2^{16}=65\,536$. Следовательно, для определения времени в пределах одной секунды необходимо сделать минимум 16 выборов *). Мы могли бы прийти к тому же результату, заметив, что $2^4=16>12$, $2^6=64>60$ и $2^6=64>60$. Сложив показатели степени, получаем: $4+6+6=16$.

10.2. Регистрация и усиление

Цель. Показать, что применение приборов для усиления и регистрации сигнала не освобождает человека-наблюдателя от необходимости делать решающие выборы о результате измерения.

Методические указания. Задав этот раздел для самостоятельного чтения, удостоверьтесь, что учащиеся поняли, что даже самые совершенные приборы, применяемые для измерения, не заменяют умозаключения человека. Они просто помогают наблюдателю «лучше видеть». Даже при простом счете числа предметов надо сделать выбор, что можно считать и что нельзя.

10.3. Сигналы и помехи

Цель. Показать, что существуют принципиальные ограничения для точности любого физического измерения.

Методические указания. Задав вначале этот раздел для самостоятельного чтения, убедитесь в том, что учащиеся поняли, что существуют принципиальные ограничения точности измерения.

Можно использовать примеры в Учебнике — неточность определения положения края стола; ширину меток на измерительной линейке, а в области атомных размеров также и влияние броуновского движения — для иллюстрации существования естественных ограничений точности измерения.

Учащиеся могут подумать, что счет числа предметов, также представляющий собой разновидность измерения, может быть выполнен с высокой степенью точности. Иногда это действительно так. Однако, как указывается в разделе 10.1, зачастую трудно сделать выбор, что следует и что не следует считать. Это можно уяснить на следующем примере.

Если по какой-либо причине мы послали бы нескольких человек, чтобы сосчитать все игральные шарики **) в городе, то невероятно, чтобы их подсчеты точно совпали. Это объясняется просто тем фактом, что некоторые найдут игральные шарики там, где другие не смогут их найти. Иногда может быть трудно определить, что является и что не является игральным шариком. Как бы мы определили, что такое игральный шарик? По внешнему виду? По размеру? Или по тому, применялись ли они для игры? Насколько большим или насколько маленьким должен быть стеклянный шарик, чтобы это был уже не игральный шарик? Можем ли мы установить

---

*) Как и в предыдущем примере с измерением длины стола с точностью до ближайшего целого числа сантиметров, если нам хочется определить время с точностью до *ближайшего* целого числа секунд, то может оказаться необходимым еще один выбор. Он будет необходим, если интервал менее одной секунды, определенный в результате шестнадцатого выбора, не «охватывает» целое число секунд таким образом, что все значения внутри этого интервала ближе всего к данному числу, а не к предыдущему или последующему целому числу секунд.

**) Здесь и в дальнейшем под «игральными» шариками подразумеваются стеклянные или мраморные шарики диаметром около 15 мм. *(Прим. ред.)*

интервал размеров и уверенно сказать, что все стеклянные шарики, размеры которых попадают в этот интервал, представляют собой игральные шарики, а все большие или меньшие стеклянные шарики — это не игральные шарики? Некоторые мальчики пользуются в качестве игральных шариков стальными шариками из подшипников. Как же мы могли бы отличить стальные игральные шарики от стальных шариков для подшипников? По тому признаку, что они находятся в кармане мальчика, а не в магазине автомобильных запасных частей? Но некоторые шарики из магазина потом попадут мальчикам в карманы. Какие из них мы должны считать?

Ясно, что наш подсчет не будет точным, если только наши счетчики не смогут договориться относительно испытания, которое позволит им сделать четкий двоичный выбор: «это игральный шарик» или «это не игральный шарик». Если для такого процесса счета, как указанный выше, вряд ли можно указать полезную цель, то часто бывает, что можно установить характер испытания или определения, исходя из цели, для достижения которой производится счет. Например, если бы мы хотели узнать, сколько игральных шариков проглочено маленькими детьми за последний год, то было бы легче разработать испытание для определения того, что мы считаем игральными шариками. Ваши учащиеся, вероятно, смогут представить себе, каковы естественные ограничения точности счета числа звезд.

Возможно, учащимся будет интересно узнать, что единственный путь к уменьшению влияния тепловых помех на точность измерения состоит в понижении температуры. Никаким усовершенствованием приборов нельзя уменьшить погрешность одиночного измерения ниже предела, определяемого этими помехами. Однако если возможно провести ряд измерений и если при этом что-то известно *наперед* о состоянии системы (например, что оно совсем не меняется со временем), то можно использовать различные способы корреляции, чтобы увеличить точность. Например, средняя величина, характеризующая положение неподвижного предмета, может быть найдена со сколь угодно высокой точностью: если последовательно выполнить n наблюдений, причем погрешность каждого наблюдения равна x, то погрешность среднего значения (предполагается, что наблюдения выполняются независимо друг от друга) равна $x/\sqrt{n}$. Например, если произвести 100 наблюдений, то ошибка уменьшится в 10 раз.

10.4. Черные ящики и градуировка

Ц е л ь. Этот раздел содержит элементарное изложение общей теории процесса измерения, а его задача состоит в том, чтобы дать учащимся понять, что если они тщательно проградуировали приборы, то, чтобы получить нужные данные, им совсем не надо знать все о внутреннем устройстве этих приборов.

М е т о д и ч е с к и е у к а з а н и я. Раздел предназначается для самостоятельного чтения.

Хотя часто бывает нужно пользоваться «черными ящиками», в Учебнике усиленно проводится мысль, что в большинстве случаев прогресс физики определяется тем, как открывались тайны черных ящиков. Только в результате подробного анализа работы прибора мы можем установить величину систематических ошибок (отличающихся от случайных ошибок), возникающих при физическом измерении. Градуировка дает нам возможность определить только относительную точность прибора, являющуюся мерой величины случайных ошибок, неизбежных при работе с этим прибором, однако часто дело не ограничивается случайными

ошибками. Мы можем прокалибровать термопару по термометру, но если сам термометр неточен, то точность измерения температуры с помощью потенциометра, отсчитывающего э. д. с. термопары, может быть меньше, чем мы думаем.

10.5. Взаимодействие

Цель. Показать, что сам по себе процесс измерения вызывает изменение состояния системы, в которой производится измерение, и это создает еще одно принципиальное ограничение точности измерения.

Методические указания. В этом разделе делается намек на такие положения, как известный принцип неопределенности Гейзенберга, но подробный разбор подобных вопросов на занятиях мог бы привести к хаосу. Пусть учащиеся поймут характер взаимодействия на данном уровне изложения, не пытаясь проникнуть вглубь. Раздел предназначается для самостоятельного чтения.

Кажущиеся на первый взгляд простыми утверждения этого раздела в действительности связаны с глубокими и противоречивыми физическими вопросами. Мы должны дать ответ на такие вопросы: «Является ли система реальной, если мы не можем произвести в ней измерение?» (Что мы подразумеваем, говоря, что что-то находится там? Находится ли оно там, даже если мы не можем установить этот факт, или находится ли оно там, где мы его определяем, плюс-минус какая-то неопределенность, связанная с процессом измерения?)

10.6. Свет

Цель. Введение к части II.

Методические указания. Предназначается для самостоятельного чтения.

ДОМАШНИЕ, КЛАССНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ответы к задачам

Ни одну из задач к этой главе не требуется решать или разбирать в классе. Их можно рассматривать как «вопросы на соображение», задаваемые учащимся, чтобы дать им возможность закрепить в памяти прочитанное. Учащиеся не смогут решить задачи 1 и 2, если на классном занятии еще не обсуждался раздел 10.1.

1. Это задача из области теории информации. Как было объяснено на стр. 407, для определения времени с точностью до секунды необходимо сделать 16 выборов (иногда необходимы 17 выборов для определения времени с точностью до *ближайшего* целого числа секунд). В принципе ничего не изменится из-за поворота часов или отражения их в зеркале, потому что задача будет по-прежнему заключаться в измерении угла с заданной точностью. Однако может потребоваться еще один выбор, чтобы определить *знак* измеряемого угла.

2. Это другая задача по теории информации. При измерении размера стола требуется точность до 1/1000. При измерении толщины волоса мы требуем точность, как один к двум или один к десяти (толщина волоса в большинстве случаев колеблется между 0,01 и 0,1 мм). Первое измерение значительно сложнее. Для него требуется 10 выборов ($2^{10}=1024$), в то время как для второго измерения — только от 1 до 4 выборов ($2^1=2$. $2^4=16$), хотя для выполнения второго измерения, может быть, потребуется больше времени (на установку микроскопа и т. п.).

3. Это упражнение по арифметике двоичной системы счета. Так как $2^5=32$, то возможны 32 комбинации включений и выключений системы из 5 лампочек. Эти комбинации: 00000; 00001; 00010; 00011; 00100; 00101; 00110; 00111; 01000; 01001; 01010; 01011; 01100; 01101; 01110; 01111; 10000; 10001; 10010; 10011; 10100; 10101; 10110; 10111; 11000; 11001; 11010; 11011; 11100; 11101; 11110; 11111.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Опыты, о которых идет речь в этой части, так же как и сам по себе текст Учебника, являются составной частью всего курса. Их главная цель состоит в том, чтобы учащиеся ясно поняли следующее: чтобы знать размер тел, время, необходимое для приведения их в движение, или их массу, они должны произвести какие-то измерения. Если учащийся лишен какой бы то ни было помощи извне, то он может производить измерения только в очень ограниченной области. Применяя различные приборы, он может расширить эту область на несколько порядков. При этом устройство приборов и техника их использования имеет второстепенное значение.

В этой части содержится только семь опытов и рекомендуется проделать все их. Очередность выполнения опытов, а также их связь с текстом Учебника указаны в табл. 24.

Список приборов, необходимых для выполнения работы, приводится в конце каждого опыта и содержит перечень материалов для одного комплекта, рассчитанного в этой части курса на двух учащихся.

ТАБЛИЦА 24

Номер	Опыт	Наиболее удобное время выполнения	Очередность
I.1	Малые промежутки времени	Перед изучением разделов 2.4, 2.5	***
I.2	Большие расстояния	Во время изучения раздела 3.2	***
I.3	Малые расстояния	Во время изучения раздела 3.3	**
I.4	Анализ опыта	Во время изучения гл. 4	***
I.5	Движение. Скорость и ускорение	После изучения раздела 5.6	***
I.6	Молекулярные слои	Во время изучения гл. 8	***
I.7	Естественная температурная шкала	Перед обсуждением разделов 9.4, 9.5	**

*** Необходимо
** Желательно

I.1. Малые промежутки времени

В этом опыте учащиеся градуируют колеблющийся молоточек электрического звонка (который совершает повторяющееся движение с очень малым периодом) по часам (имеющим относительно большой период).

После того как градуировка будет выполнена, молоточек используется для измерения малых промежутков времени, которые не обязательно связаны с повторяющимся движением.

Опыт лучше всего делать при изучении гл. 2, в особенности перед изучением разделов 2.4 и 2.5.

Если длительность урока в лаборатории составляет меньше часа, то для выполнения опыта требуется два таких урока, а не один, как указано на стр. 275. Это объясняется как важностью и интересным содержанием самого опыта, так и более медленным темпом работы в начальном периоде изучения курса.

При выполнении лабораторных работ учащиеся должны понемногу приучаться к оценке точности измерений, вычисленной в процентах. Может быть, лучше всего начинать вводить количественные оценки во время обсуждения, которое должно проходить после выполнения опыта.

Раздел ДКЛ Учебника в конце гл. 2 содержит несколько задач, относящихся к стробоскопу, которые должны быть тщательно разобраны.

Здесь следует отметить несколько полезных технических деталей. При наблюдении сквозь узкие щели стробоскопа для измерения малых промежутков времени важно располагать хорошим освещением. Учащийся может предотвратить быстрое затухание движения плоской стальной полоски, укрепив на ней струбцинку C, как это изображено на рис. I.2. Стальную полоску всегда можно заставить двигаться, если оттянуть ее за струбцинку C и отпустить. Стальная полоска может двигаться и свободно, если потянуть ее за незакрепленный конец и отпустить, но в этом случае трудно наблюдать ее движение. Для того чтобы легче было наблюдать за движением стальной полоски, надо на ее свободном конце сделать метку белым мелом. Перед закреплением на столе электрического звонка снимается молоточек звонка. После того как учащиеся укрепят отметчик времени на краю стола, как это изображено на рис. I.1, они не должны слишком сильно затягивать винт струбцинки, чтобы не погнуть всю конструкцию.

Диск стробоскопа можно держать так, как это показано на рис. I.3, или повернув рукоятку стробоскопа к лицу. В любом случае при наблюдении за вибратором щель стробоскопа лучше располагать приблизительно параллельно большему размеру вибратора.

Причина, по которой период колебаний полоски изменяется в зависимости от положения на ней струбцинки C, не имеет прямого отношения к опыту, и ее не следует обсуждать в это время.

Для того чтобы «остановить» движение молоточка вместе с бельевым зажимом с помощью диска с четырьмя открытыми щелями, стробоскоп должен вращаться со скоростью около 4 или 5 оборотов в секунду. Если учащемуся будет трудно вращать стробоскоп с такой большой скоростью в течение более или менее длительного промежутка времени, он может использовать шесть открытых щелей.

Период отметчика времени составляет около $^1/_{40}$ секунды. Он зависит от того, как отрегулированы контакты, а также от напряжения батареи. К каждой батарее можно присоединять только один отметчик времени.

Наиболее удобный путь градуировки звонка (отметчика времени) состоит в том, чтобы сначала протягивать бумажную ленту в течение 5 или 10 секунд, затем считать число отметок и потом разделить полное время на число отметок. При этом необходимо, чтобы бумажная лента протягивалась с постоянной скоростью.

Ответы на вопросы

С помощью наручных часов учащиеся смогут определить только порядок величины одного колебания (около 1 секунды). Время десяти колебаний может быть измерено с точностью до 10%.

Когда движение струбцинки будет «остановлено» в конце ее размаха с помощью стробоскопа с одной открытой щелью, время одного оборота будет равно времени одного колебания.

Движение струбцинки будет также «остановлено» в конце ее размаха, если диск будет вращаться в два раза медленней. В этом случае время одного оборота будет равно времени, в течение которого совершаются два колебания. Когда струбцинка *С* закреплена на конце полоски, то трудно вращать диск настолько равномерно, чтобы «остановить» движение при вращении со скоростью в два раза меньше нормальной. Поэтому удобнее наблюдать этот эффект позднее, в опыте, в котором времена колебаний будут короче.

Чтобы быть уверенным, что вы правильно измерили период колебания, следует после того, как найдена скорость, «останавливающая» движение, постепенно увеличить скорость вращения до тех пор, пока она не окажется в два раза большей. Период будет правильно определен при наибольшей скорости вращения, «останавливающей» движение.

С двумя открытыми щелями время одного оборота стробоскопа равно времени двух колебаний пластинки.

Если использовать стробоскоп с двенадцатью щелями, вращаемый от руки, то учащиеся смогут расширить свои возможности измерять малые промежутки времени приблизительно в 40 раз (примерно от 1 до $^1/_{40}$ с).

Отметчик времени может быть проградуирован с точностью до 5%, если протягивать бумажную ленту в течение 10 с и затем считать число меток. При этом допускается, что эти 10 с измерены с точностью до 0,5 с.

Следует помнить, что время одного колебания оказывается больше (приблизительно на 5%), когда молоточек колеблется свободно, без того чтобы оставлять метки на ленте. Это различие, однако, находится в пределах ошибки опыта по градуировке протяженностью в 10 с и поэтому не может быть обнаружено.

Некоторые учащиеся могут проявить интерес и захотят сами сделать стробоскоп или взять на время домой этот прибор из лаборатории для того, чтобы «остановить» движение каких-то других тел либо в лаборатории, либо дома. Существует множество интересных вещей, которые стоит рассматривать через стробоскоп, например: неоновые лампы, флуоресцентные лампы, лопасти вентилятора, колеса велосипеда и капли воды, отрывающиеся от верхушки тонкой струи, направленной под углом к вертикали.

Приборы и принадлежности: 1 плоская стальная полоска длиной 30 см; 2 струбцинки длиной 10 см; 1 струбцинка *С* длиной 5 см; 1 стробоскопический диск с 12-ю щелями; 1 отметчик времени (электрический звонок) на напряжение 1,5 В; бумажная лента; диски с копировальной бумагой; 1 сухая батарея напряжением 1,5 В; 1 ручные или другие часы с секундной стрелкой; 1 бельевой зажим.

I.2. Большие расстояния

В этом опыте для измерения больших расстояний учащиеся будут пользоваться приспособлением для наблюдения параллакса. Принцип действия этого приспособления основан на использовании идеи триангуляции. В зависимости от измеряемого расстояния длина базисной линии может изменяться от нескольких метров до нескольких километров. В любом случае очень важно использовать настолько удаленную опорную точку, что направления, визируемые с помощью приспособления для наблюдения параллакса с концов базисной линии на эту точку, можно считать параллельными.

Вы можете быть уверены в том, что ваши учащиеся будут согласны между собой в выборе единиц для всех измерений длины. Когда объект рассматривается сквозь точечное отверстие, глаз должен быть расположен на одной линии с центром шкалы приспособления для наблюдения параллакса и удаленной опорной точкой; при перемещении головы линия наблюдения будет соответствовать неправильным отсчетам по шкале.

Посоветуйте вашим учащимся использовать это приспособление для измерений в широкой области расстояний.

Вы можете также дать им задание: придумать такой масштаб, чтобы после измерений результат можно было непосредственно отсчитать по прибору с базисной линией определенной длины.

Ответы на вопросы

На практике расстояния AD, BD и CD (см. рис. I.9) практически одинаковы и поэтому одно из них может быть найдено из подобия треугольников:

$$AD \approx BD = AC \cdot OC/S_2S_1.$$

Расстояния AD и AC могут быть выражены в метрах, а OC и S_2S_1 — в сантиметрах, так как в формулу для определяемой величины входит отношение OC/S_2S_1. Для того чтобы избежать ошибок, рекомендуется выражать все расстояния в метрах.

Если выбирать базис достаточно малым, то допущение равенства $AD \approx BD$ всегда будет оправданным. Если желательно увеличить точность, то следует пользоваться соотношением

$$AD \approx AC \cdot AS_1/S_2S_1.$$

Так как мы исходим из допущения, что линии AO и CO параллельны между собой, то точность измерений будет тем выше, чем дальше будет выбрана опорная точка.

Приборы и принадлежности: 1 прибор для измерения расстояний из наблюдения параллакса; 1 метровая линейка или рулетка большой длины; 1 линейка; 1 тонко очиненный твердый карандаш.

I.3. Малые расстояния

В этом опыте учащиеся используют оптический микрометр для измерения расстояний порядка 10^{-4} м. Этот опыт относится к разделу 3.3.

Учащиеся должны градуировать микрометр в метрической системе. Градуировка с помощью проволочки известного диаметра более точна, чем с помощью маленьких кусочков бумаги. Однако градуировка с помощью кусочков бумаги более доступна, так как для нее нужна только линейка. Кроме того, с помощью

кусочков бумаги шкала будет проградуирована на деления, кратные толщине одного кусочка бумаги. Это будет облегчать интерполяцию.

Если класс располагает нониусом или микрометрическим кронциркулем, вы можете в это время ознакомить учащихся с их применением.

Вообще в этом курсе нет необходимости в том, чтобы учащиеся изучали отсчеты по нониусу, однако никакой беды не будет, если они ознакомятся с нониусом, так сказать, между делом. Учащиеся смогут убедиться в точности оптического микрометра при сопоставлении измерений, выполненных с его помощью и с помощью микрометрического кронциркуля.

Ответы на вопросы

Цель вопросов состоит просто-напросто в том, чтобы добиться ясного понимания учащимися большого увеличения толщины бумаги. Очевидно, с помощью микрометра можно отмечать толщины, даже меньшие, чем толщина листа бумаги. В этом отношении никаких количественных утверждений не может быть сделано.

Расстояние между остриями двух сжатых вместе лезвий от безопасной бритвы равно толщине одного лезвия. При этом делаются следующие допущения: оба лезвия имеют одинаковую толщину и острие каждого лезвия находится посередине толщины лезвия. Для того чтобы измерить расстояние между остриями лезвий, нужно только измерить толщину одного лезвия.

Приборы и принадлежности: 1 оптический микрометр; 2 лезвия от безопасной бритвы; подходящие материалы для измерений: алюминиевая фольга, оберточная бумага, тонкая проволока, волос и т. п.; 1 кусочек бумаги для градуировки шкалы; 1 линейка; кронциркуль с нониусом; микрометрический кронциркуль; блокнот или стопа бумаги.

I.4. Анализ опыта

Это упражнение предназначено для того, чтобы учащиеся получили возможность посвятить целый урок в лаборатории анализу результатов опыта под вашим руководством. Упражнение это составлено с расчетом на различную математическую подготовку учащихся. Оно относится к гл. 4 Учебника и должно быть предложено учащимся после того, как будут решены некоторые задачи из раздела ДКЛ.

Все учащиеся должны построить график зависимости t от d, график зависимости t от $1/d^2$, а также график зависимости t от h. Наиболее успевающим учащимся можно предложить произвести двойную интерполяцию, а также исследовать математическое соотношение между t и h. Разобраться в двух последних абзацах (стр. 263) могут попытаться лишь те учащиеся, которые уже знакомы с логарифмами из занятий по математике.

Для построения графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу. Учащиеся сами могут сделать полулогарифмическую или логарифмическую сетку, использовав для этого неразграфленный лист бумаги и шкалу логарифмической линейки.

Ответы на вопросы

На рис. 90 изображен график зависимости t от d при $h=30$ см в большом масштабе. Всякому должно быть ясно, что можно провести не одну кривую, даже если не допускать возможности некоторого изменения положения экспериментальных точек. Крестиком на рис. 91 отмечено значение t, полученное интерполированием

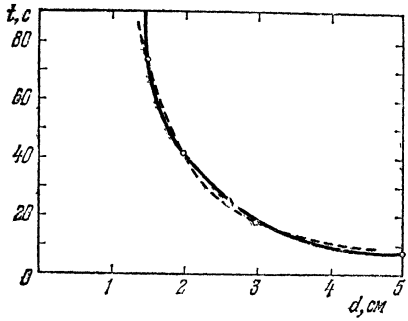


Рис. 90.

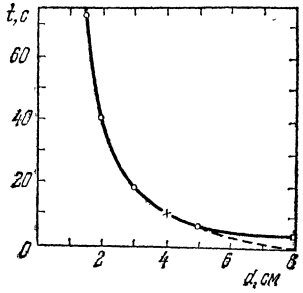


Рис. 91.

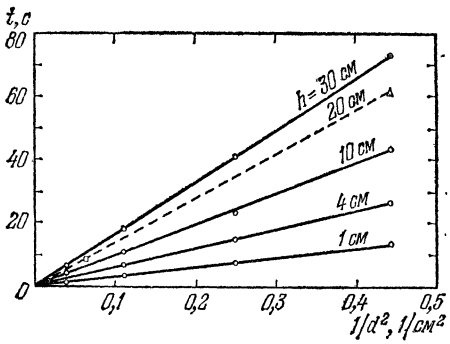


Рис. 92.

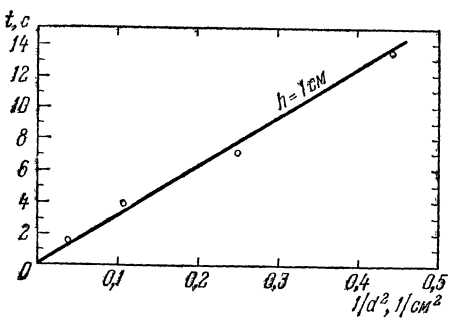


Рис. 93.

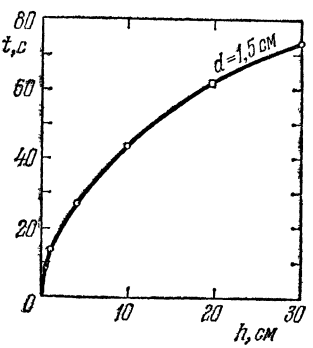


Рис. 94.

при $d=4$ см. Для того чтобы определить значение t экстраполяцией при $d=8$ см, масштаб шкалы d должен быть сокращен, как это сделано на рис. 91.

Верхний график на рис. 92 показывает, что предположение о существовании зависимости $t \backsim 1/d^2$ можно считать правильным при значении $h=30$ см. Для этой высоты $t=165 \cdot 1/d^2$. Другие линии на рис. 92 показывают, что это предположение справедливо и при других высотах.

Тот, кто построит график в увеличенном масштабе для t (рис. 93), сразу увидит, что экспериментальные точки в точности не укладываются на прямую линию, а все уклоняются от нее в пределах ошибок эксперимента. Мы приходим к выводу, что для $h=1$ см экспериментальные данные согласуются с соотношением $t \backsim 1/d^2$, которое, однако, не может описать отклонений от линейной зависимости t от $1/d^2$. На практике в подобных случаях приходится производить более точные измерения.

График зависимости t от h (рис. 94) должен, конечно, проходить через начало координат, так как если в сосуде нет воды, то не требуется никакого времени на его опорожнение.

Для того чтобы выполнить двойную интерполяцию для $h=20$ см и $d=4$ см, мы сначала находим t для $h=20$ см и $d=1{,}5$ см по графику, изображенному на

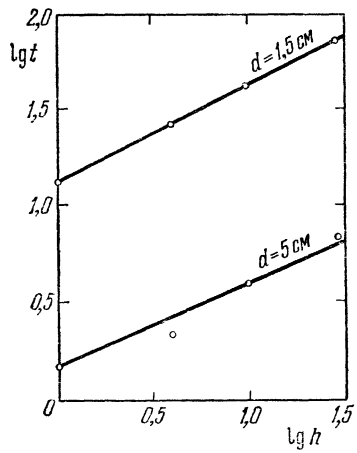


Рис. 95.

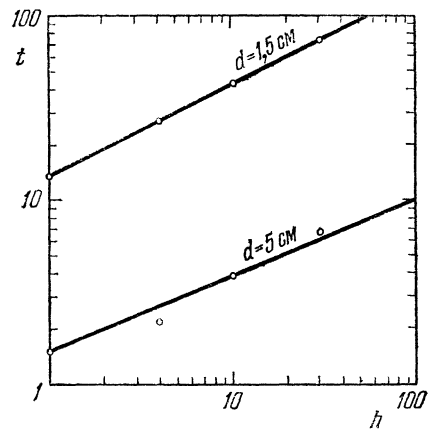


Рис. 96.

рис. 94. Так как было установлено, что $t=\text{const} \cdot 1/d^2$, то мы можем отметить точку, найденную на рис. 94, на графике, изображенном на рис. 92, и провести прямую линию через эту точку и начало координат. На этой линии мы можем отсчитать значение t, соответствующее $1/d^2=1/4^2$. Другой метод заключается в том, что по графику на рис. 92 отсчитывается величина t для всех четырех значений h при $1/d^2=1/4^2$ и затем по этим величинам строится новый график зависимости t от h, по которому интерполированием определяется t для $h=20$ см. Этот метод должен применяться, в частности, в тех случаях, когда t не является линейной функцией от $1/d^2$.

Учащиеся могут найти по методу проб и ошибок, что $t \backsim \sqrt{h}$. Это соотношение при $d=5$ см не выполняется столь точно, как для больших значений времени.

График зависимости $\lg t$ от $\lg h$ представляет собой прямую линию. Наклон

этой прямой линии в системе координат $\lg t$ и $\lg h$, т. е. наклон прямой линии в графике зависимости t от h, построенном на бумаге с логарифмическим (по обеим осям) масштабом, измеренный непосредственно с помощью линейки, равен 1/2 в пределах экспериментальных ошибок (рис. 95 и 96).

Зная, что зависимость t от d и h имеет вид $\lg t = \text{const} \sqrt{h}/d^2$, можно найти постоянную величину const, умножив значение $d^2/\sqrt{h}$ на значение времени, известное с большой точностью. При этом получается, что const=30.

Значение t, вычисленное для h=20 см и d=4 см, оказывается более надежным, чем то, которое находится графической интерполяцией.

Приборы и принадлежности: 4 листа миллиметровой бумаги; 1 лист логарифмической бумаги.

I.5. Движение. Скорость и ускорение

Эта лабораторная работа непосредственно относится к изучению кинематики в гл. 5, и ее можно выполнять после обсуждения раздела 5.6, а график зависимости a от t лучше всего построить после изучения раздела 5.7. Хотя учащийся потратит много времени на анализ информации, которую дают отметки на ленте, и на построение графиков, бо́льшую часть этого анализа по возможности следует проделать в лаборатории, где преподаватель сможет научить учащегося, как надо выполнять графический анализ результатов измерения.

Этот опыт показывает, что существуют сложные виды движения и что их можно описать и проанализировать. Выполнив лабораторную работу, учащийся приобретает навыки в графическом анализе, используя его как метод изучения движения.

Одного или двух отметчиков времени, установленных, как показано на рис. I.5, будет достаточно для того, чтобы поочередно отметить ленты для всех учащихся в классе. Дайте каждому учащемуся протянуть бумажную ленту через отметчик времени, шагая при этом с нормальной скоростью, а затем поручите ему самостоятельно построить серию графиков.

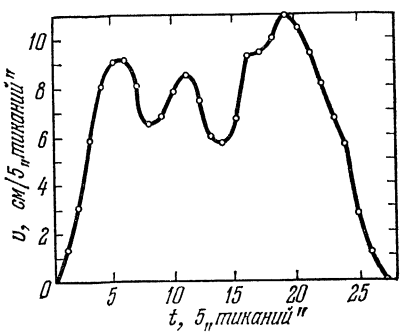


Рис. 97.

Учащемуся будет достаточно около полутора метров бумажной ленты, чтобы получить 20—25 точек на графике, взяв за единицу времени промежуток, равный 5 «тиканиям». Учащиеся обязательно должны начать строить графики (зависимость v и x от t) в классе, а дома они могут закончить эту работу. График зависимости ускорения от времени можно построить позже, после изучения раздела 5.7. Типичный образец такого графического анализа приведен на рис. 97—99.

Для этого опыта нет необходимости знать градуировку отметчика времени: при выполнении измерений не требуется, чтобы единица времени имела заранее заданную величину. Анализ ускоряется, если взять за единицу времени 5 «тиканий» отметчика времени.

Учащиеся могут составить таблицу зависимости скорости от времени. Пользуясь затем этой таблицей, они смогут построить график скорость — время. Однако графики зависимости положения от времени и зависимости ускорения от времени надо строить, исходя из графика зависимости скорости от времени.

Если измерить по ленте все перемещение от первой до последней отметки и поделить его на число единиц времени (за единицу времени принят промежуток, соответствующий 5 «тиканиям»), то можно определить среднюю скорость.

Можно также предложить учащимся построить график зависимости скорости от времени, разрезав ленту на кусочки, длины которых соответствуют перемещениям за равные промежутки времени, а затем наклеив эти кусочки рядом в виде

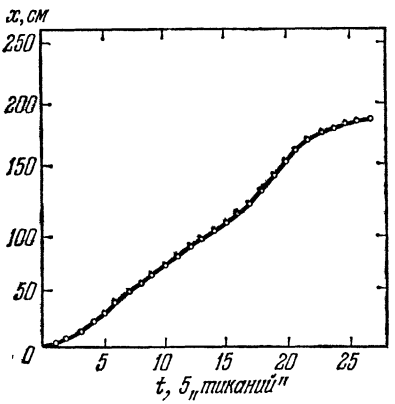


Рис. 98.

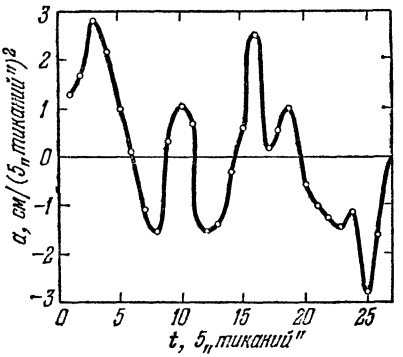


Рис. 99.

диаграммы с общим основанием. Потом такие диаграммы надо сравнить с графиками зависимости скорости от времени, также построенными учащимися. Далее учащиеся смогут сделать график зависимости ускорения от времени, измеряя последовательные приращения скорости Δv на графике или диаграмме зависимости скорости от времени и отрезая кусочки ленты, длина которых соответствует этим приращениям. Наклейте все приращения скорости Δv на диаграмме рядом так, чтобы образовалась диаграмма ускорения, и сравните ее с графиками, построенными учащимися. Это позволит учащимся более наглядно убедиться в том, какой смысл имеют измерения и их графическая обработка.

Для того чтобы свести к минимуму влияние трения на результаты измерения ускорения падающего тела, можно положить отметчик времени набок на край стола и использовать относительно тяжелый предмет, чтобы тянуть ленту. Если этот предмет падает с высоты около одного метра, то на ленте будет примерно 20 отметок.

Ответы на вопросы

При осмотре ленты можно будет заметить, где скорость была наибольшей и где она была наименьшей. Однако гораздо труднее определить, в каком месте ускорение имело наибольшую или наименьшую величину.

Перемещение (в см) между любыми двумя соседними отметками на ленте соответствует скорости движения, выраженной в сантиметрах, деленных на «тикание».

График зависимости пройденного пути от времени, полученный путем определения площади под графиком «скорость — время», когда начальное положение принято за нулевое, будет совпадать с графиком, построенным по результатам непосредственного измерения перемещений на ленте, за исключением небольших ошибок, связанных с построением графиков и определением площади.

Величина измеренного в этом опыте ускорения падающего тела может колебаться в пределах 5%. Влияние трения на результаты измерения обычно не выражается постоянной величиной.

Приборы и принадлежности: 1 линейка; 4 листа миллиметровой бумаги; 1 груз (весом около 120 г); 1 отметчик времени; 1 сухая батарея с напряжением 1,5 В; бумажная лента для отметчика времени; диски с копировальной бумагой; 1 струбцинка (7—10 см).

I.6. Молекулярные слои

Этот опыт позволяет определить верхний предел размера молекулы. Главное его достоинство состоит в том, что учащийся может снизить этот предел до величины порядка 10^{-9} м, т. е. 10 Å. Опыт непосредственно связан с содержанием раздела 8.2, но его можно выполнить в любое время после того, как было начато изучение гл. 8.

Можно помочь учащимся понять сущность применяемого в этой лабораторной работе косвенного метода измерения, проводя следующий демонстрационный опыт. В мензурке измеряется объем такого количества металлической дроби, которое покрывает дно плоской тарелки. Затем находится площадь этого дна и рассчитывается толщина (диаметр) дробинок. Полученный результат следует сравнить с результатом непосредственного измерения диаметра дробинки с помощью линейки или штангенциркуля.

Опыт с молекулярными слоями дает наилучшие результаты при применении 0,5-процентного раствора, а круглый поднос, применяемый в этом опыте, должен иметь диаметр не менее 40 см. Для однопроцентного раствора потребуется поднос слишком большого размера, а раствор с концентрацией 0,05% дает слои очень неправильной формы. Если трудно получить чистую поверхность подноса, то можно выстелить его алюминиевой фольгой. Можно также использовать для этой цели плоский лоток. Однако лотки из дерева надо обязательно выстилать фольгой, во избежание загрязнений от дерева и шпаклевки. Попадание в воду пота от рук может вызвать искажение контуров пленки. За исключением тех случаев, когда учащийся работал неправильно, нет надобности очищать поднос во время опыта. Однако после опыта необходимо тщательно вымывать поднос, чтобы удалить с его поверхности все следы олеиновой кислоты.

Если вода из водопровода сильно хлорирована или минерализована, то следует пользоваться для опыта дистиллированной водой. Можно произвести предварительную проверку. Применение подогретой воды позволит ускорить испарение спирта. Если взять слишком много порошка индикатора, то пленка олеиновой кислоты не сможет образовать круг наибольшего возможного размера, т. е. ее толщина не достигнет наименьшей возможной величины.

Хорошим индикатором является смесь из трех частей свежего и одной части отработанного автола (картерного масла). Надо взять для опыта одну каплю с помощью зубочистки. Хотя этот индикатор дает ясную картину, но обладает тем недостатком, что в наблюдаемой картине участвуют еще два вида масла, т. е. процесс выглядит более сложным, чем он является в действительности.

Можно приготовить раствор олеиновой кислоты заранее или поручить сделать это одному-двум учащимся, но расчет концентрации должны выполнить все учащиеся. Если следовать указаниям, приведенным на стр. 264, то получится 50 $см^3$ 0,5-процентного раствора. Это более чем достаточно для проведения опыта всеми учащимися.

Первая капля жидкости из глазной пипетки может показаться больше, чем другие, так как некоторое количество раствора пойдет на смачивание кончика пипетки снаружи. Поэтому во избежание ошибки надо выпустить первые несколько капель обратно в бутылочку.

Если учащиеся не догадаются сами, посоветуйте им попытаться растянуть пленку с помощью тонкой проволочки, чтобы увидеть, могут ли они изменить площадь пленки или только ее форму.

Если позволит время, то можно провести и разобрать интересный дополнительный опыт. Пусть каждая группа учащихся приготовит около 5 $см^3$ раствора олеиновой кислоты, отвешивая необходимое количество этой кислоты с помощью самодельных микровесов из соломинки и затем растворяя это количество в 5 $см^3$ спирта. Для приготовления 0,5-процентного раствора потребуется 22,25 мг. Крошечный кусочек алюминиевой фольги, вставленной в соломинку, будет служить в качестве ложечки для олеиновой кислоты и после взвешивания он вместе с кислотой будет опущен в спирт. Количество олеиновой кислоты, содержащейся в капле раствора, можно рассчитать так же, как и раньше.

Ответы на вопросы

Толщину пленки олеиновой кислоты на поверхности воды в бассейне можно определить, поделив объем олеиновой кислоты на величину поверхности этого бассейна.

5 $см^3$ олеиновой кислоты образуют при растворении в 95 $см^3$ спирта 5-процентный раствор. В 5 $см^3$ 5-процентного раствора содержится 0,25 $см^3$ олеиновой кислоты и 4,75 $см^3$ спирта. Если смешать их с 45 $см^3$ спирта, то получится раствор содержащий 0,25 $см^3$ олеиновой кислоты на 49,75 $см^3$ спирта. Это соответствует 0,50 $см^3$ олеиновой кислоты на 99,50 $см^3$ спирта.

Когда в воду попадает капля спирта, частицы порошка мела раздвигаются в сторону, образуя чистую поверхность, но затем эта чистая поверхность исчезает, по мере того как спирт испаряется или переходит в раствор.

Две капли олеиновой кислоты образуют пленку с примерно вдвое большей площадью, чем пленка от одной капли (радиус увеличивается примерно на 40%). Три капли образуют пленку с примерно втрое большей площадью, чем пленка от одной капли, если размеры подноса достаточны для того, чтобы кислота и индикатор могли растекаться. Из этого можно сделать вывод, что в пределах точности опыта получается однородная по толщине пленка независимо от того, были ли выпущены одна или несколько капель.

Примерный ход расчета толщины молекулярного слоя имеет следующий вид:

средний диаметр пленки, имеющей форму круга: 20 см;

площадь этого круга: $\pi d^2/4 = 314$ $см^2$;

концентрация раствора: 0,5%;

объем одной капли (если в 1 $см^3$ содержится 50 капель): 0,02 $см^3$;

объем олеиновой кислоты, приходящийся на одну каплю раствора: $0{,}5\% \times 0{,}02$ $см^3 = 1 \cdot 10^{-4}$ $см^3$;

толщина пленки: $(1 \cdot 10^{-4} см^3)/314$ $см^2 = 3{,}2 \cdot 10^{-7}$ см.

Ошибка измерения диаметра пленки может составить около 15%; следовательно, ошибка определения площади составляет около 30%. Ошибка при приготовлении раствора — около 2%. Неодинаковость размеров капель также может внести ошибку в 5—10%. Некоторая ошибка вносится также применением индикатора, даже если он вводится в малых количествах. Учащиеся могут убедиться в том, что в любом случае результат их расчета правилен с точностью до множителя, не превышающего двух.

Если увеличить толщину слоя до одного сантиметра или примерно в 10^7 раз, то в том же масштабе рост человека порядка 1 метра увеличился бы до 10^4 километров. Если бы этот великан мог лечь на землю, то его ноги находились бы в западных штатах США, а голова — в Европе.

Если образовавший слой имеет толщину в одну молекулу и если предположить, что молекулы имеют форму куба, то вдоль каждого ребра кубического сантиметра можно выложить $3{,}1 \cdot 10^6$ молекул. Тогда число молекул, заполняющих один кубический сантиметр, равно $(3{,}1 \cdot 10^6)^3 = 3 \cdot 10^{19}$. Масса одной молекулы олеиновой кислоты была бы равна $(0{,}89\ \text{г/см}^3)/(3 \cdot 10^{19}\ \text{см}^{-3}) = 3 \cdot 10^{-20}$ г.

Молекулярный вес олеиновой кислоты равен 282, т. е. один моль ее имеет массу 282 грамма. Если масса одной молекулы олеиновой кислоты равна $3 \cdot 10^{-20}$ г, то $282\ \text{г}/(3 \cdot 10^{-20}\ \text{г}) \approx 10^{22}$ — число молекул, содержащихся в одном моле.

Главным источником ошибок при такой оценке величины числа Авогадро является предположение, что молекула олеиновой кислоты имеет форму куба; в действительности она имеет вытянутую форму, так что ширина и толщина ее составляют каждая приблизительно по $^1/_{10}$ ее длины. Следовательно, число молекул в одном моле должно быть в $10 \cdot 10$ раз больше, т. е. иметь величину порядка 10^{24}.

Приборы и принадлежности: 1 большой поднос (размером не менее 40×40 см); 5 см^3 0,5-процентного раствора олеиновой кислоты в изопропиловом или метиловом спирте; 1 стеклянная колба; 1 глазная пипетка; 1 мензурка (точность до 0,1 см^3); мелкий порошок (мел или ликоподий); стеклянная или наждачная бумага (если в качестве индикатора применяется мел); алюминиевая фольга (необязательно); чистая вода.

I.7. Естественная температурная шкала

Цель этого опыта заключается в том, чтобы показать, что естественная температурная шкала определяется с помощью газового термометра. По определению эта шкала линейна, а ее показания прямо пропорциональны объему газа и не зависят от природы газа. Линейность шкалы выполняется для ртутного термометра. Это показывает, что ртутный термометр калибровался именно так, чтобы его показания согласовались с показаниями по шкале газового термометра.

Опыт относится к содержанию разделов 9.4 и 9.5 и его можно провести до изучения этих разделов.

Для получения хороших результатов необходимо, чтобы внутренность колбы и стеклянной трубки была сухой. Для того чтобы внутренность колбы оставалась сухой при погружении этой колбы в кипящую воду, конец стеклянной трубки надо заткнуть кусочком ваты. Если влажность атмосферы очень велика, то для осушения воздуха внутри колб с целью получения лучших результатов надо продержать эти колбы накануне ночью в ящике, куда положено небольшое количество хлористого кальция.

Лучше всего пользоваться для опыта колбой емкостью 250 см^3. При применении колб с большей емкостью потребуются более крупные сосуды для кипящей

воды и смеси воды со льдом. Если одна и та же колба используется повторно, то предварительно ее надо тщательно высушить. Даже одна капля воды может очень сильно исказить результаты.

Перенесение колбы из сосуда с кипящей водой в сосуд со смесью воды и льда надо провести быстро, слегка прижав пальцем конец стеклянной трубки, чтобы при этом воздух не мог проникнуть в колбу извне. Колба должна быть полностью погружена в смесь воды со льдом, а эту смесь надо слегка перемешивать, чтобы обеспечить постоянство ее температуры.

Объем воздуха, содержащегося в колбе, определяется путем заполнения этой колбы водой и измерения объема воды с помощью мензурки. Этот объем равен объему газа при температуре кипения воды. Разность между этим объемом и объемом холодной воды, поднявшейся в колбу, представляет собой объем газа при температуре замерзания воды.

Было бы хорошо учащимся повторить этот опыт два или три раза, каждый раз с другим газом. Если на это не хватит времени, то можно собрать данные, полученные в опытах различными учащимися, и получив среднее, показать, что получаются также удовлетворительные результаты.

Для того чтобы показать, что температурная шкала будет одинаковой для различных газов, нужно использовать по крайней мере еще один газ, кроме воздуха. Для этой цели хорошо выбрать кислород, потому что его можно относительно легко получить в лабораторных условиях. Этот газ можно осушить перед опытом, пропуская его через трубку с хлористым кальцием. Такие же хорошие результаты можно получить и с гелием, пропаном или метаном. Когда используются горючие газы, следует принять особые меры предосторожности. Углекислый газ нельзя применять в данном опыте вследствие большой растворимости его в воде.

Ответы на вопросы

Температура в градусах Цельсия, определенная посредством экстраполяции полученной прямой к точке, соответствующей объему, равному нулю, должна равняться приблизительно —273°. Не исключены значения в интервале от —240° до —300°, потому что относительная величина ошибки, вызванной определением объема газа при температуре замерзания воды, возрастет приблизительно в десять раз при экстраполяции к объему, равному нулю.

Прямая, построенная по результатам опытов с газом, отличающимся от воздуха, будет совпадать с прямой, построенной по данным опытов с воздухом.

Измеряя температуру воды, мы обычно немного изменяем ее. Если при этом применяется ртутный термометр, то такое изменение настолько мало, что им можно пренебречь. Так как перед измерением термометр обычно не находится при той же температуре, что и тело, температура которого измеряется, то между этими двумя телами произойдет небольшой теплообмен. Это означает, что при соприкосновении с термометром тело будет или нагреваться, или охлаждаться. Величина данного эффекта зависит от соотношения размеров термометра и тела. Обсуждение этого вопроса может послужить введением к изучению гл. 10 Учебника.

Приборы и принадлежности: 3—5 конических колб емкостью по 250 $см^3$; резиновые пробки с отверстиями, подходящие к этим колбам; стеклянные трубки диаметром 5 мм; 2 мензурки на 500 $см^3$; лед; вата; горелка; миллиметровая бумага; 1 прибор для получения кислорода из смеси хлорноватокислого калия и двуокиси марганца, снабженный трубкой с хлористым кальцием для осушения полученного газа; гелий, пропан или метан.

1. Об измерении астрономических расстояний

1. Независимо от того, что большинство межпланетных расстояний вполне успешно может быть измерено триангуляционным методом с использованием в качестве базисной линии диаметра Земли, во многих случаях используются другие методы, позволяющие достичь большей точности. Наблюдения за движением планет относительно Солнца и звезд позволяют вычертить в определенном масштабе карту солнечной системы с сохранением *соотношений* различных расстояний внутри солнечной системы. Укажем в качестве примера, что максимальный угол между радиус-векторами Венеры и Земли, проведенными из Солнца, по существу фиксирует отношение между радиусами орбит Венеры и Земли. Предположим для простоты, что орбиты обеих этих планет представляют собой окружности, в центре которых находится Солнце, и что обе эти окружности расположены в одной плоскости (рис. 100). В момент времени, когда угол между $r_В$ и $r_З$ достигает максимального значения, Солнце, Венера и Земля расположены в вершинах прямоугольного треугольника. Угол θ равен приблизительно 46°; из масштабного чертежа или с помощью тригонометрии мы находим, что

$$r_В/r_З = 0{,}72.$$

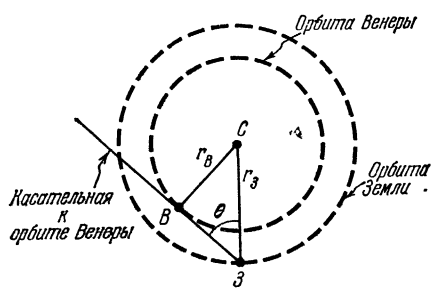


Рис. 100.

Точно таким же, но несколько более сложным способом, можно найти это отношение для планет, радиусы орбит которых больше, чем радиус орбиты Земли. Для того чтобы найти действительные расстояния, требуется другое уравнение, содержащее радиус земной орбиты и радиус орбиты другой планеты. Действительная разность между этими двумя радиусами, например расстояние между Марсом и Землей во время их наибольшего сближения, может быть вычислена из измерения параллакса (метод триангуляции) с использованием расстояния между двумя наиболее удаленными точками на поверхности Земли в качестве базисной линии. Одна из возможностей состоит в том, что отмечается положение планеты раним вечером и затем ранним утром, что приближенно обеспечивает базисную линию, равную диаметру Земли, так как Земля вращается вокруг своей оси. На практике наилучшие измерения расстояний были сделаны для малых планет (например для Эроса), которые подходят значительно ближе к Земле, чем Венера или Марс.

Недавно расстояние до Венеры было измерено по времени, в течение которого радиосигнал, посланный с Земли, дошел до Венеры, отразился от нее и вернулся на Землю.

2. Длина земной тени может быть определена из диаметра тени в том месте, где проходит орбита Луны, и расстояния от Луны до Земли (рис. 101). Из подобия

треугольников следует, что $D_З/s=b/(s-m)$, откуда для s находим

$$s=D_З\cdot m/(D_З-b).$$

Диаметр тени в том месте, где проходит орбита Луны, может быть определен по времени, необходимому для того, чтобы Луна прошла это расстояние в течение

Рис. 101.

лунного затмения. Например, некто наблюдал, что Луна движется и проходит расстояние, равное ее собственному диаметру, приблизительно за 3 500 с, а для того, чтобы пересечь земную тень, Луне требуется около 9 200 с. Это означает, что b

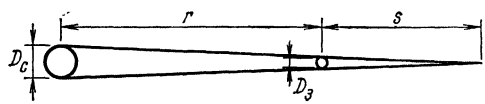


Рис. 102.

в $(9{,}2\cdot10^3)/(3{,}5\cdot10^3)$ раз больше диаметра Луны. Диаметр Луны равен приблизительно $3{,}48\cdot10^6$ м (см. задачу 9 гл. 3). Это дает $b=(9{,}2/3{,}5)\cdot(3{,}48\cdot10^6\text{ м})=9{,}2\cdot10^6$ м. Положив $D_З=12{,}7\cdot10^6$ м и $m=3{,}84\cdot10^8$ м, получаем

$$s=(12{,}7\cdot10^6\text{ м})\cdot(3{,}84\cdot10^8\text{ м})/[(12{,}7-9{,}2)\cdot10^6\text{ м}]=14\cdot10^8\text{ м}=1{,}4\cdot10^9\text{ м}.$$

Помимо этого мы можем вычислить длину тени, зная диаметр Солнца, диаметр Земли и расстояние от Солнца до Земли (рис. 102). Из подобия треугольников находим $D_C/(r+s)=D_З/s$. Отсюда находим s:

$$s=\frac{rD_З}{D_C-D_З}=\frac{r}{D_C}\cdot\frac{D_З}{1-D_З/D_C}.$$

В этом выражении отношение D_C/r мы знаем из измерений угла, вершина которого совпадает с Землей и который опирается на диск Солнца. Это отношение равно $D_C/r=9{,}3\cdot10^{-3}$. Диаметр Земли равен $D_З=12{,}7\cdot10^6$ м. Поэтому для s мы находим

$$s=\frac{1}{9{,}3\cdot10^{-3}}\cdot\frac{12{,}7\cdot10^6}{1-D_З/D_C}=\frac{1{,}4\cdot10^9\text{ м}}{1-D_З/D_C}.$$

Сравнивая два результата, мы видим, что диаметр Земли должен быть очень мал по сравнению с диаметром Солнца. Для того чтобы дать даже весьма грубую оценку величины этого отношения, нужно произвести очень точные измерения (диаметр Солнца приблизительно в 110 раз больше диаметра Земли).

3. Как видно из табл. 3.1, максимальное расстояние, которое может быть измерено методом триангуляции с использованием диаметра Земли в качестве базисной линии, составляет около 10^{18} м. Этот максимум обусловлен предельной способностью телескопа различать малые углы (угловое разрешение). Диаметр земной орбиты составляет около $3\cdot10^{11}$ м. Поэтому для углового разрешения получаем

$$(3\cdot10^{11})/10^{18}=3\cdot10^{-7}.$$

Эта величина близка к разрешающей способности крупнейших телескопов. Максимальное угловое разрешение не может превышать отношения длины волны света к апертуре телескопа. Для видимого света длина волны составляет около $5\cdot10^{-7}$ м, а диаметр крупнейшего телескопа равен приблизительно 5 м. Это дает условие

разрешения, которое не может быть больше, чем приблизительно 10^{-7}. Из других ограничений нужно упомянуть о непостоянстве преломляющих свойств атмосферы, приводящем к понижению разрешающей способности. Следует отметить, что это ограничение позволяет нам измерять расстояния только до сравнительно близких звезд, являющихся нашими соседями. 10^{18} м составляет около 10^2 световых лет (1 световой год$\approx 10^{16}$ м), диаметр нашей Галактики равен приблизительно 10^5 световых лет.

2. Ускорение при круговом движении *)

Вопрос об ускорении тела, движущегося по кругу с постоянной по величине скоростью, традиционно считается одним из наиболее трудных разделов в элементарном курсе физики. Ниже изложены причины, позволяющие понять, насколько важно, чтобы преподаватель добился ясного понимания его учащимися.

1. Препятствия к пониманию этого раздела носят принципиальный характер и их стоит устранить сразу.

2. Равномерное круговое движение представляет собой один из двух поддающихся относительно простому анализу частных случаев, в которых принципиально важен векторный характер ускорения (другой пример — это движение с ускорением, постоянным как по величине, так и по направлению).

3. В Учебнике используется пример с круговым движением для того, чтобы удостовериться в векторном характере величины $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ (см. гл. 20). Поэтому мы должны уметь вывести, чему равно $\boldsymbol{a}$ (при данных $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{v}$), независимо от таких утверждений, как: «Ускорение направлено внутрь по радиусу, потому что сила направлена внутрь по радиусу».

4. Наоборот, анализируя движение планет, где нет видимой «веревки», за которую тело тянули бы внутрь, нам нужно знать $\boldsymbol{a}$, чтобы прийти к выводу о существовании невидимой силы тяготения.

Ниже мы предлагаем некоторые методические приемы, которые должны помочь преподавателю преодолеть трудности, если они возникнут.

Наша цель заключается в том, чтобы найти мгновенное значение ускорения тела, совершающего равномерное круговое движение. Из гл 6 нам известно, что среднее ускорение $\boldsymbol{a}_{\text{ср}}$ за промежуток времени от t_1 до t_2 (соответствующие скорости $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$) равно

$$\boldsymbol{a}_{\text{ср}}=(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1)/(t_2-t_1).$$

Мгновенное ускорение $\boldsymbol{a}$ в момент времени t, между t_1 и t_2, представляет собой предел среднего ускорения, когда t_1 и t_2 приближаются друг к другу и к t.

Перед учащимся обычно возникает четыре основных трудности при вычислении мгновенного ускорения.

1. Пусть даны два вектора $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$; как определить их разность? (Эта задача кажется особенно трудной, когда оба вектора имеют одинаковую длину, а мы не можем отказаться от нашего естественного, но неверного желания вычитать более короткий из более длинного.)

2. Какой вектор из какого надо вычитать? Следует ли определять $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ или $\boldsymbol{v}_1-\boldsymbol{v}_2$? Это несущественно, так как изменение скорости мы делили соответственно на t_2-t_1 или t_1-t_2. Заметим, что деление вектора на отрицательный скаляр приводит к обращению направления результирующего вектора.

3. Как выбрать правильный масштаб? Можно выбрать для построения вектора ускорения произвольный масштаб, независимый от масштаба, выбранного для вектора скорости. Вообще говоря, нельзя построить вектор, не уточнив используемого масштаба. Полной неясностью относительно масштаба, вероятно, можно объяснить, почему многие учащиеся могут найти $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$, но не представляют себе, какой нужно сделать следующий шаг, чтобы получить вектор ускорения.

4. Что происходит, когда мы определяем предел среднего ускорения? Надо найти как предельное значение абсолютной величины, так и предельное направле-

---

*) Это Приложение первоначально предназначалось к гл. 20 части III. Оно приводится в этой части, так как имеет отношение к содержанию гл. 6. Можно вернуться к нему вторично, когда будет изучаться гл. 20.

ние. Учащимся иногда трудно понять, что хотя вектор $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ при приближении t_2 к t_1 уменьшается, отношение $(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1)/(t_2-t_1)$ при этом стремится к некоторой предельной величине.

Необходимо, чтобы учащиеся сами по несколько раз построили векторы скорости и ускорения. Можно разобрать для этого множество примеров. Ниже приводится ряд таких примеров, показывающих, что именно надо делать. Если вы хотите использовать подобные задачи на классных занятиях, то лучше всего размножить их с помощью множительной машины.

Пример 1 (рис. 103, *а*). Построить графически $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$. Найти абсолютную величину этого вектора в см/с и определить его направление, указав угол с горизонталью.

Решение. Абсолютная величина $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ равна 38 см/с, вектор $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ направлен под углом 9° вправо вверх от горизонтали (рис. 103, *б*).

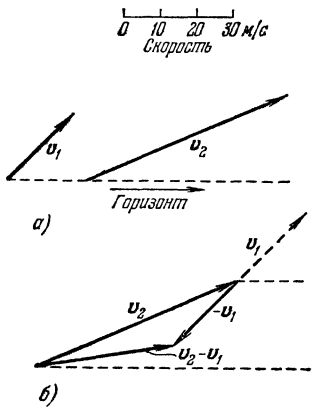


Рис. 103.

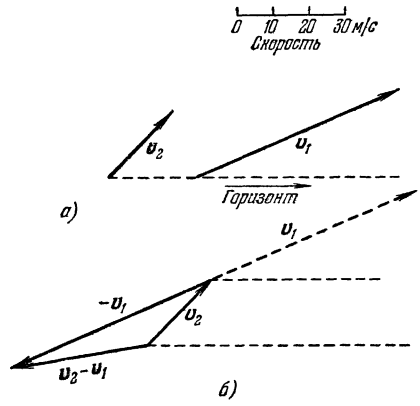


Рис. 104.

Пример 2 (рис. 104, *а*). Построить такую же разность $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$, что и в примере 1 (так как здесь $\boldsymbol{v}_2$ короче $\boldsymbol{v}_1$, то возможно, что учащиеся будут неверно осуществлять это вычитание).

Решение. Абсолютная величина $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ равна 38 см/с. Вектор $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ направлен под углом 9° влево вниз от горизонтали (рис. 104, *б*).

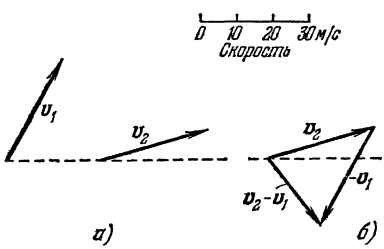


Рис. 105.

Пример 3 (рис. 105, *а*). Найти разность $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ в случае, если оба вектора имеют одинаковую длину.

Решение. Абсолютная величина вектора $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ равна 23 м/с. Вектор $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ направлен под углом 52° вправо вниз от горизонтали (рис. 105, *б*).

Приведенные примеры позволяют обратить внимание на вычитание векторов. Следующий вопрос, которым надо заняться,— это вычисление ускорения.

Пример 4 (рис. 106, *а*). Даны те же $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$, что и в примере 1; $t_1=2$ с, $t_2=6$ с. Найти абсолютную величину среднего ускорения в промежутке времени между t_1 и t_2. Построить вектор ускорения в масштабе, показывающем его величину, а также указать его направление.

Решение. Среднее ускорение $a_{ср}$ определяется как $a_{ср}=(\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1)/(t_2-t_1)$. Его направление параллельно $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$, а абсолютная величина находится путем деления абсолютной величины вектора $\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$ на величину промежутка времени (t_2-t_1).

Абсолютная величина $v_2 - v_1$ равна 38 м/с (из примера 1), $t_2 - t_1 = 6 - 2 = 4$ с. Следовательно, абсолютная величина ускорения равна $38/4 = 9{,}5$ м/с^2. Пользуясь масштабом ускорений, строим вектор соответствующей длины, параллельный $v_2 - v_1$ (рис. 106, *в*).

В случае необходимости надо задать на дом несколько задач на построение по следующему плану:

1. Найти $v_2 - v_1$.
2. Измерить длину $v_2 - v_1$ и с помощью масштаба определить абсолютную величину $v_2 - v_1$ в м/с.
3. Разделить абсолютную величину $v_2 - v_1$ на промежуток времени $t_2 - t_1$, чтобы получить абсолютную величину среднего ускорения.
4. Пользуясь масштабом ускорений для вектора $a_{ср}$, построить этот вектор, параллельный $v_2 - v_1$.

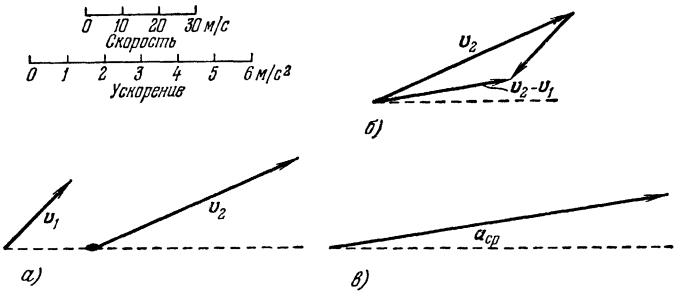


Рис. 106.

Пример 5 (рис. 107, *а*). Теперь обратимся к круговому движению. На рис. 107, *а* показана круговая траектория с последовательными точками на ней A, B, C, D, E, F, G через каждые 20° дуги. Пусть материальная точка движется со скоростью 10 м/с и проходит отрезки дуги AB, BC, ... за 5 с каждый.

а) Построить ряд отдельных графиков, показывающих мгновенные скорости v_A, v_B, v_C, ... в точках A, B, C, ... Построить все векторы скоростей в указанном масштабе и указать направление каждого из них, однозначно определив угол с горизонталью.

б) Рассчитать величину и направление среднего ускорения для интервалов AG, AE, AC, AB и начертить их на графике, пользуясь приведенным масштабом.

Решение. а) Векторы скоростей направлены по касательной к траектории в направлении движения, а их длина соответствует 10 м/с в нашем масштабе (рис. 107, *б*).

б) Сначала вычислим $a_{ср}$ для интервала AG (рис. 107, *в*). Измерения показывают, что абсолютная величина $v_G - v_A$ равна 17,5 м/с. Путем измерения или геометрически (используя тот факт, что построенный треугольник — равнобедренный) находим, что угол θ равен 30°, и так как вектор v_G направлен под углом 30° вниз от горизонтали, то можно определить, что вектор $v_G - v_A$ направлен под углом 60° влево вниз по горизонтали. Промежуток времени $t_G - t_A$ равен 30 секундам. Таким образом, среднее ускорение между A и G равно 0,58 м/с^2 и направлено под углом 60° влево вниз от горизонтали.

Для интервала AE построение делается следующим образом (рис. 107, *г*): можно либо определить направление вектора $v_E - v_A$, либо также использовать геометрию. Из того обстоятельства, что мы получаем равнобедренный треугольник, следует, что $\theta = \varphi$. Поэтому $2\varphi = 180° - 80° = 100°$; $\varphi = 50°$, т. е. вектор $v_E - v_A$ направлен под углом 40° влево вниз по горизонтали.

Измерение длины $v_E - v_A$ показывает, что абсолютная величина этого вектора равна 13 м/с. Промежуток времени равен 20 секундам, и среднее ускорение имеет величину $13/20 = 0{,}64$ м/с^2.

Для AC получаем ответ, что абсолютная величина $a_{ср}$ равна 0,68 м/с^2 и этот вектор направлен под углом 20° вниз и влево от горизонтали (рис. 107, *д*).

Для AB абсолютная величина $a_{ср}$ равна 0,70 м/с^2 и этот вектор направлен под углом 10° вниз и влево от горизонтали (рис. 107, *е*).

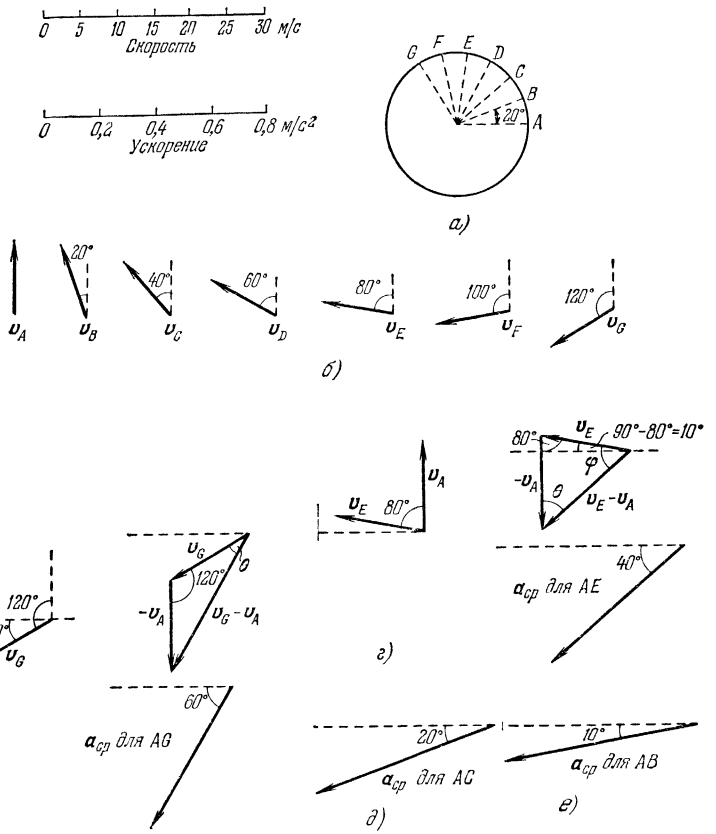


Рис. 107.

Анализируя полученные результаты, отметим два обстоятельства.

1. Абсолютная величина векторов ускорения остается почти постоянной для точек, находящихся довольно близко друг к другу.

2. Направление вектора ускорения антипараллельно радиус-вектору, проведенному из центра круга к середине дуги. Так, для дуги AE средней точкой является C, а радиус-вектор, идущий из центра круга в точку C, образует с горизонталью угол $\alpha=40°$ и направлен вверх и вправо, в то время как вектор $a_{ср}$ направлен под углом 40° вниз и влево от горизонтали (рис. 107, *г*).

Обратите особое внимание на то, что когда наши две точки приближаются друг к другу, направление среднего ускорения в этом интервале все больше и больше приближается к перпендикуляру к скорости в любой точке дуги. Поэтому мгновенное ускорение перпендикулярно мгновенной скорости и «антипараллельно» радиус-вектору в данное мгновение.

Вывод соотношения $a=v^2/r$. Предыдущие задачи естественным путем подводят к выводу формулы для абсолютной величины ускорения.

Эта задача рассматривается в части III курса. Если у вас нет лишнего времени на изучение этого вопроса в части I и если ваши учащиеся не поняли его сразу, то лучше всего отложить вывод этого соотношения до части III.

В примере 5 положение точки, движущейся по круговой траектории, можно представить радиус-вектором $\boldsymbol{R}$, равномерно вращающимся по кругу так, что его начальная точка находится в центре круга, а его конец — в данной движущейся точке (рис. 108, *а*). Скорость $\boldsymbol{v}$ точки в любой момент перпендикулярна $\boldsymbol{R}$, и если эта точка совершает один оборот за время T, то абсолютная величина скорости v равна $2\pi R/T$.

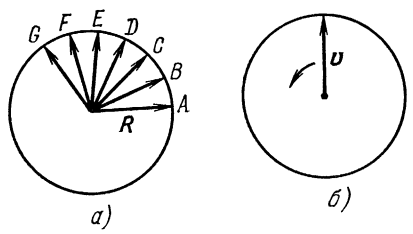


Рис. 108.

Рассмотрев последовательность векторов скорости $\boldsymbol{v}_A$, $\boldsymbol{v}_B$ и т. д. в примере 5, можно найти удобный способ описания изменений скорости: она изменяется со временем так, как если бы ее начальная точка служила неподвижным центром вращения, а вектор скорости вращался бы так же, как радиус-вектор $\boldsymbol{R}$ (потому что всегда $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{R}$) (рис. 108, *б*). Так как ускорение—это скорость изменения скорости со временем t, то оно так же относится к вращающемуся в этом круге вектору $\boldsymbol{v}$, как сама скорость относится к вращающемуся в предыдущем круге радиус-вектору $\boldsymbol{R}$. Следовательно, абсолютная величина ускорения равна $a=2\pi v/T$.

Если из двух уравнений: $v=2\pi r/T$ и $a=2\pi v/T$ исключить T, то получится искомое соотношение, согласно которому ускорение во всех точках окружности равно

$$a=\frac{2\pi v}{T}=\left(\frac{2\pi}{T}\right)v=\frac{v}{r}v=\frac{v^2}{r}.$$

В любой момент вектор $\boldsymbol{a}$ направлен к центру круга, потому что раз вектор $\boldsymbol{v}$ (скорость изменения $\boldsymbol{R}$) перпендикулярен $\boldsymbol{R}$, то вектор ускорения $\boldsymbol{a}$ (скорость изменения $\boldsymbol{v}$) должен быть перпендикулярен $\boldsymbol{v}$.

Этот вывод формулы центростремительного ускорения — такой же, что и вывод, данный в гл. 21. Так как и в Учебнике это уравнение выводится в связи с вопросом о силах, то не следует ссылаться на эти источники, если вы решили разобрать этот вопрос в связи с материалом, изложенным в гл. 6 части I.

3. Дополнительные сведения по ядерной физике

Атомные массы изотопов. Ядро атома состоит из Z протонов и N нейтронов. Сумма масс протонов, нейтронов и электронов представляет собой основную составляющую массы атома. Таким образом, в первом приближении:

масса атома$=Z\cdot$(масса протона)$+N\cdot$(масса нейтрона)$+Z\cdot$(масса электрона) — — (малые слагаемые, рассматриваемые ниже).

Иначе это можно записать так:

масса атома$=Z\cdot$(масса протона+масса электрона)$+N\cdot$(масса нейтрона) — — (малые слагаемые).

В атомных единицах массы:

масса атома$=1{,}008142\,Z+1{,}008982\,N$ — (малые слагаемые)$\approx 1{,}01\,(Z+N)$ — — (малые слагаемые).

$(Z+N)$ называется массовым числом и обычно обозначается буквой A.

Очень точные измерения показывают, что масса атома не равна $1{,}01A$, как это было бы, если бы отсутствовали упомянутые выше малые слагаемые. В действительности атомные массы изотопов (а не элементов) значительно ближе к $1{,}00\,A$, а не к $1{,}01\,A$; конечно, соотношение: масса атома$=1{,}00\,A$ выполняется совершенно точно для C^{12}, потому что масса этого атома принята за основу шкалы атомных масс. Физики избрали в качестве стандарта массу C^{12}, равную 12,00000 а. е. м., вместо того чтобы принять за стандарт массу атома водорода или нейтрона.

Энергия связи и дефект массы. В настоящее время физики полностью поняли смысл упомянутых выше малых слагаемых. Рассмотрим простейший атом, ядро которого состоит более чем из одной частицы; это атом дейтерия или тяжелого

водорода. Когда легкий (т. е. обычный) атом водорода и нейтрон находятся близко друг к другу, но не соединились с образованием атома дейтерия, то сумма их масс в точности равна 1,008142+1,008982, или 2,017124, как и следовало ожидать при простом сложении масс. Однако после их соединения масса атома дейтерия оказывается равной только 2,014375. Таким образом, в результате соединения была «потеряна» масса, равная 0,002389 а. е. м. Эта потеря полностью объясняется принципом эквивалентности массы и энергии, впервые сформулированным Эйнштейном. Разность масс 0,002389 а. е. м. равна около $3{,}94 \cdot 10^{-30}$ кг; произведение этой массы на $c^2=(3 \cdot 10^8$ м/с$)^2$ представляет собой энергию, выделившуюся при соединении нейтрона с атомом водорода. Таким образом, согласно соотношению Эйнштейна, при таком соединении должна выделиться энергия, равная $3{,}55 \cdot 10^{-13}$ Дж. В обычно применяемых единицах ядерной энергии это равно 2,22 Мэв (мегаэлектронвольта). Если мы будем наблюдать захват нейтронов атомами водорода, то мы действительно обнаружим, что при каждом акте захвата выделяется квант гамма-лучей с энергией $3{,}55 \cdot 10^{-13}$ Дж (2,22 Мэв). Тогда уравнение ядерной реакции примет следующий вид:

нейтрон + атом водорода → атом дейтерия + гамма-квант,

и ему будет соответствовать такое уравнение баланса массы и энергии:

$$1{,}008982 + 1{,}008142 \rightarrow 2{,}014735 + 0{,}002389.$$

«Недостающая масса» (называемая дефектом массы) была унесена гамма-лучами.

Образование атома дейтерия из нейтрона и атома углерода совершается обратимо; квант гамма-лучей с энергией $3{,}55 \cdot 10^{-13}$ Дж (2,22 Мэв) или больше может расщепить атом дейтерия на нейтрон и атом водорода. Эта энергия (которая выделилась в момент образования атома дейтерия) называется *энергией связи*. Чтобы получить уравнение баланса массы и энергии, следует помнить, что слагаемые Δm=энергия связи/c^2 — это как раз те «малые слагаемые», которые, как указывалось выше, следует вычесть из суммы масс частиц, образующих атомы.

Наличие энергии связи позволяет объяснить, почему масса атома не равна сумме масс его частей. Если бы какой-то сложный атом образовался из отдельных атомов водорода и свободных нейтронов, то в момент его образования должна была бы выделиться энергия в форме гамма-лучей. Это выделение энергии аналогично выделению энергии в форме кванта света, когда протон притягивает электрон, образуя атом водорода.

Почему массы изотопов выражаются целыми числами? Причина, почему в качестве основы для шкалы атомных масс удобно выбрать изотоп C^{12}, заключается в том, что приходящаяся на одну частицу (т. е. на один протон или на один нейтрон) энергия связи в ядре атома C^{12} почти точно равна энергии связи, приходящейся в среднем на одну частицу в большинстве других ядер атомов. Общая потеря массы (дефект массы) равна для атома C^{12}

$$6 \cdot (1{,}008142 - 1{,}000000) + 6 \cdot (1{,}008982 - 1{,}000000),$$ т. е. 0,102744 а. е. м.;

ей соответствует 0,008562 а. е. м. на частицу (т. е. энергия связи равна около 8 Мэв на частицу).

Тот факт, что в среднем в энергию связи переходит около 0,00856 а. е. м. на каждую частицу атомного ядра, совсем не означает, что при соединении с ядром одного протона или одного нейтрона всегда выделяется одинаковая энергия. Иногда происходит меньшее превращение массы в энергию, а иногда это превращение больше. Но такие отклонения, совершающиеся при присоединении одной частицы, обычно усредняются после присоединения к ядру нескольких частиц. Так как средняя потеря массы, приходящаяся на одну ядерную частицу, изменяется ненамного, то массы атомов изотопов, выраженные в атомных единицах массы, оказываются близкими к целым числам. Отклонения в величине энергии связи, приходящиеся на одну добавочную частицу, относительно незначительны по отношению ко всей массе, однако те же самые отклонения имеют исключительно важное значение для специалиста по ядерной физике, так как ему постоянно приходится измерять и истолковывать эти тонкие эффекты.

Нейтрон. Нейтрон — это частица, которая, говоря очень упрощенно, ведет себя как весьма сильно сжатый водородный атом; поэтому в Учебнике нейтроны

особо не выделяются, а все ядерные частицы рассматриваются вместе под названием «водородные частицы». Нейтрон имеет диаметр около 10^{-15} м, тогда как порядок величины диаметра атома, в том числе водородного — около 10^{-10} м.

Если нейтрон не находится в атомном ядре, то он распадается на протон, электрон и антинейтрино. Этот распад во многих отношениях аналогичен любому другому радиоактивному процессу. Период полураспада свободного нейтрона составляет около 12 мин. Если нейтрон находится в атомном ядре, то силы внутриядерного взаимодействия обычно препятствуют его распаду. Бывают случаи, когда внутри ядра нейтрон превращается в протон и при этом ядро испускает электрон и антинейтрино. Однако есть и другие ядра, в которых протон превращается в нейтрон и одновременно испускаются позитрон (представляющий собой антиэлектрон) и нейтрино. Такие превращения называются бета-распадом или бета-радиоактивностью.

Изотопы. Простейшее семейство изотопов представляют собой изотопы водорода. В атоме легкого изотопа водорода ядро состоит из одного протона. Ядро атома другого изотопа водорода — дейтерия — состоит из 1 протона и 1 нейтрона. Дейтерий устойчив и существует в природных условиях. Третий изотоп водорода H^3 называется тритием; его ядро состоит из 1 протона и 2 нейтронов, но оно радиоактивно. С периодом полураспада около 12 лет H^3 превращается в He^3, испуская электрон и антинейтрино (He^3—устойчивый изотоп гелия; ядро его атома состоит из 2 протонов и 1 нейтрона).

Для каждого целого массового числа, от $A=1$ до $A=209$, существует по меньшей мере один устойчивый изотоп, за исключением $A=5$ и $A=9$. Для некоторых значений A существует несколько устойчивых изотопов, так что всего их имеется около 280. Далее, известно много других изотопов, которые являются радиоактивными, но все-таки были получены и исследованы. В настоящее время их список уже выходит за пределы массового числа 250 и 102 протонов в ядре атома. Единственное массовое число, которому не соответствует хотя бы один радиоактивный элемент,— это $A=5$; ядра с таким массовым числом никогда не образуются, потому что они сразу же распадаются на две части: $A=4$ и $A=1$ или $A=2$ и $A=3$.

Большинство элементов имеет по нескольку настолько устойчивых изотопов, что они существуют в природных условиях на земле. Следующие элементы представляют собой исключение, так они имеют не более чем по одному устойчивому изотопу: бериллий ($_4Be^9$), фтор ($_9F^{19}$), натрий ($_{11}Na^{23}$), алюминий ($_{13}Al^{27}$), фосфор ($_{15}P^{31}$), скандий ($_{21}Sc^{45}$), марганец ($_{25}Mn^{55}$), кобальт ($_{27}Co^{59}$), мышьяк ($_{33}As^{75}$), иттрий ($_{39}Y^{89}$), ниобий ($_{41}Nb^{93}$), технеций (43 протона, устойчивых изотопов нет), родий ($_{45}Rh^{103}$), йод ($_{53}J^{127}$), цезий ($_{55}Cs^{133}$), празеодим ($_{59}Pr^{141}$), прометий (61 протон, устойчивых изотопов нет), тербий ($_{65}Tb^{159}$), гольмий ($_{67}Ho^{165}$), тулий ($_{69}Tm^{169}$), тантал ($_{73}Ta^{181}$), золото ($_{79}Au^{197}$) и висмут ($_{83}Bi^{209}$). Интересное и многозначительное обстоятельство—это то, что все массовые числа приведенных изотопов, указанные наверху справа, нечетны; далее, за исключением бериллия, также нечетны числа протонов, указанные внизу слева у символов элементов. В течение последнего десятилетия эта особенность была объяснена, исходя из модели атомного ядра, имеющей оболочечную структуру, в какой-то степени напоминающую оболочечную структуру и периодичность самих атомов.

Остальные 60 элементов имеются в природе по меньшей мере в виде двух изотопов; у некоторых это число значительно больше, причем рекордом в этом отношении являются десять устойчивых изотопов олова.

Другие элементарные частицы. За посление 30 лет физики открыли много частиц, помимо протона, электрона и нейтрона, упомянутых выше. Полный список вновь открытых элементарных частиц включает (в порядке возрастания массы покоя) нейтрино, позитрон, мю-мезоны, пи-мезоны, K-мезоны, антипротон, антинейтрон, лямбда-частицы, сигма-частицы и кси-частицы. Ни одна из этих частиц не может длительно существовать, не взаимодействуя с чем-либо или не распавшись. В настоящее время физики все еще пытаются понять роль этих новых частиц и уяснить, обладают ли они какой-то структурой. Насколько нам известно, эти частицы совсем не играют роли в определении химических свойств атомов.

ЧАСТЬ I

ФИЗИКА
ВСЕЛЕННАЯ

Под редакцией
А. Г. Ахматова

М., 1973 г., 432 стр. с илл.

Редактор *Л. И. Гладнева*

Техн. редактор *Г. Я. Шкляр*

Корректор *Т. С. Вайсберг*

Сдано в набор 9/II 1973 г. Подписано к печати 24/VII 1973 г. Бумага 60×90 1/16. Физ. печ. л. 27. Условн. печ. л. 27. Уч.-изд. л. 33,44. Тираж 130 000 экз. Цена книги 1 р. 30 к. Заказ № 120

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Трудового Красного Знамени
Первая Образцовая типография
имени А. А. Жданова Союзглавполиграфпрома
при Государственном комитете
Совета Министров СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.
Москва, М-54, Валовая, 28